

PROBLEMAS TEMA I: TEORIA DE LA PROBABILIDAD

1. Sea un sistema de transmisión capaz de enviar mensajes constituidos por una palabra de tres bits. De entre ellas: A=100, B=110, C=111. Las probabilidades de transmisión de estas palabras son: $P(A)=0.5$, $P(B)=P(C)=0.25$.

- Probabilidad de que escogido un bit al azar sea un 1.
- De la palabra recibida se sabe con certeza que uno de sus bits es 1. ¿Cuál es el mensaje con mayor probabilidad de haber sido enviado?

2. Un centro de cálculo tiene tres impresoras A, B y C con diferentes velocidades de impresión. Un listado puede enviarse a una de las tres con probabilidades 0.6, 0.3 y 0.1 respectivamente. Ocasionalmente cualquiera de las tres impresoras se puede atascar y destruir el listado con probabilidades 0.01, 0.05 y 0.04 respectivamente.

- Probabilidad de que un listado se destruya.
- Suponiendo que un listado se ha destruido, calcular la probabilidad de que sea debido a un atasco de la impresora B.

3.- Un ingeniero químico es el responsable de un determinado proceso en una refinería de petróleo. Experiencias previas indican que un 10 % de las interrupciones del proceso son debidas solamente a fallos del equipo, un 5 % debidas a combinaciones de fallo del equipo y error del operador y un 40 % en las que se involucra el error del operador. Bajo la hipótesis de que el proceso se interrumpa, calcúlese la probabilidad de que sea debido a:

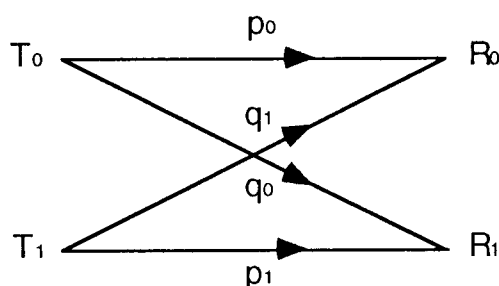
- fallo del equipo o error del operador.
- sólo error del operador
- causa distinta a fallo del equipo o error del operador
- error del operador supuesto que el equipo falló previamente
- error del operador supuesto que el equipo no falló previamente
- fallo del equipo supuesto que el operador cometió un error
- ¿son los sucesos “error del operador” y “fallo del equipo” independientes?

4. Un canal transmite palabras de 8 bits. La probabilidad de transmitir incorrectamente un bit es 0.05, independiente para cada bit. Si se usa un código de corrección de errores en el receptor que puede interpretar correctamente una palabra que no presente más de dos errores de transmisión,

- Probabilidad de que una palabra sea decodificada correctamente.
- Probabilidad de que un mensaje recibido de 4 palabras sea decodificado correctamente.

5.- Suponga que por un canal de comunicaciones se envía un dígito binario (0 ó 1). Debido a problemas de ruido, el bit recibido puede ser incorrecto. Sean los sucesos $T_0=\{\text{transmitir } 0\}$, $T_1=\{\text{transmitir } 1\}$, $R_0=\{\text{recibir } 0\}$ y $R_1=\{\text{recibir } 1\}$, para los cuales se tienen las siguientes probabilidades (ver esquema):

$$P(T_0)=q, P(T_1)=1-q=p, P(R_0|T_0)=p_0, P(R_1|T_0)=q_0=1-p_0, P(R_0|T_1)=q_1, P(R_1|T_1)=p_1=1-q_1$$



- Las probabilidades de recibir 1 y de recibir 0.
- La probabilidad de que el receptor interprete correctamente un 0 recibido.

6. Tenemos el siguiente experimento: “n” apuestas independientes con tres resultados posibles por apuesta (1,X,2), de los que se ha estimado $P(1)=p=0.6$, $P(X)=q=0.3$, y $P(2)=r=0.1$.

Calcular:

- Probabilidad de que en “n” apuestas haya “k” unos.
- Combinación sencilla (de un sólo resultado) más improbable.
- Combinación sencilla (de un sólo resultado) más probable.
- Probabilidad de que en “n” apuestas haya “k₁” unos y “k₂” doses.

7.- Se dispone de 2 generadores A y B de números aleatorios de 36 bits. Los números que genera A son todos equiprobables, y lo mismo ocurre con los generados en B. Si se generan sendos números aleatorios en A y B, la probabilidad de que uno cualquiera de los dos sea igual a un número prefijado m es 2^{-35} . Se pide:

- ¿Son los generadores A y B independientes entre sí?
- Se obtienen 10^{11} números aleatorios independientes con el generador A; calcule la probabilidad de que al menos uno sea igual a m .
- Si se generan 10^{14} números independientes en A, calcule la probabilidad de que más de 1500 de ellos sean iguales a m .

Ejercicio: Un sistema de control de calidad de productos químicos decide, para cada producto que inspecciona, si éste cumple los requisitos normativos para su aceptación. Supongamos que el protocolo de inspección rechaza los productos con una probabilidad pr y el proceso de fabricación es tal que permite aceptar independencia entre productos. Se pide:

- Si se dispone de N productos, probabilidad de que una fracción no superior al 10% de ellos sea rechazada.
- Probabilidad de que k productos sean rechazados antes de aceptar un número s de éstos.