

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS TEMA I

C.1.- Una red de distribución de energía eléctrica cuenta con 3 estaciones A, B y C. Si se produce una sobrecarga en alguna de las estaciones de la red (y sólo en ese caso), el suministro de energía podría interrumpirse con probabilidad 80 %. Por experiencia, se sabe que una sobrecarga en la estación A es capaz de producir un corte con probabilidad 1%, y para las estaciones B y C los correspondientes porcentajes son el 2% y 3%, respectivamente. De igual manera se conoce que el riesgo de sobrecargas de las estaciones en épocas de calor intenso es de un 60% para la sobrecarga en A, un 20% para B y un 15% para C, existiendo un riesgo de sobrecargas simultáneas del 5% en dos o más estaciones y del 2% en las tres simultáneamente.

Durante una ola de calor, se produce un corte general de distribución en la red. Calcule las probabilidades de que la sobrecarga sea en la estación A, en la B y en la C.

C.2.- Por un canal de comunicación se transmite uno de los tres siguientes mensajes:

$$M_1=1111 \quad M_2=2222 \quad M_3=3333$$

con probabilidades P_1, P_2 y P_3 ($P_1+P_2+P_3=1$). Cada número transmitido se recibe correctamente con probabilidad α , y con probabilidad $(1-\alpha)/2$ se recibe incorrectamente cada uno de los otros dos números (Es decir $P(i|i)=\alpha$, $P(j|i)=P(k|i)=(1-\alpha)/2$ siendo $i,j,k =\{1,2,3\}$).

a) ¿Cuál es la probabilidad de recibir el mensaje $M=1231$?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que se transmita el mensaje M_1 , supuesto que se recibe el M ?

C.3.- Un móvil se desplaza en el plano; en cada instante hay una probabilidad p de ir de un punto (x,y) a $(x,y+1)$ y una probabilidad $q=1-p$ de ir de (x,y) a $(x+1,y)$. Se pide:

a) La probabilidad de ir con desplazamientos independientes desde el punto $(0,0)$ hasta el punto (a,b) .

b) La probabilidad de alcanzar el segmento MN definido por $M=(a,b)$, $N=(a,b+1)$ desde el punto $(0,0)$.

PROBLEMAS COMPLEMENTARIOS TEMA II

C.4. En el circuito de la figura 1, $v(t)$ genera la rampa de tensión de la figura 2 y el diodo tiene una característica corriente-tensión del tipo $i(v)=i_0[\exp(v/v_0)-1] U(v)$, siendo v_0 e i_0 constantes positivas. Si se toma una medida del amperímetro en un instante aleatorio dentro de los 2 segundos posteriores al inicio del experimento, se desea conocer un intervalo en el cual estará incluida la corriente medida con probabilidad igual o superior a 0.9, usando para su cálculo la desigualdad de Tchebycheff.

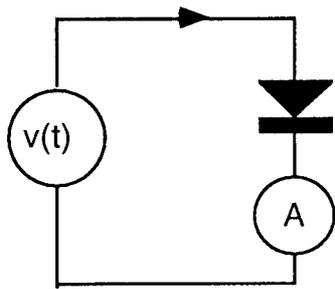


Figura 1

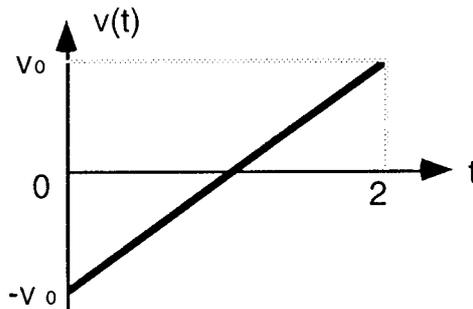
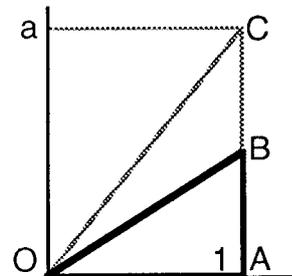


Figura 2

C.5. Un contador, puesto inicialmente a cero, se incrementa en 2 unidades o se decrementa en 1 unidad, de acuerdo con el resultado de un ensayo de Bernoulli, siendo las probabilidades de incremento y decremento p y $q=1-p$ respectivamente. Suponiendo que se realicen n ensayos independientes, calcule:

- El valor medio y la varianza del contenido del contador.
- Si $n=3$, determine la condición que debe cumplir p para garantizar que el contador alcance un valor no negativo con mayor probabilidad que uno negativo.
- La probabilidad de que el contador supere el valor 10^4 si $n=10^4$ y $p=2/3$.

C.6. Sea el triángulo OAB de la figura, donde la longitud del segmento AB se ha elegido aleatoriamente, pero de forma que OAB queda siempre contenido en OAC. Se desea conocer: a) la fdp del ángulo formado por los lados OB y OA; b) la fdp de la hipotenusa del triángulo OAB.



C.7. Una red de cajeros automáticos está constituida por un ordenador central, al que están conectados una serie de terminales. Cuando un usuario, previa introducción de su tarjeta, desea realizar una operación, el cajero intenta conectarse a través de una línea con el ordenador central, el cual tarda un tiempo en responderle, T , que depende de factores impredecibles. Si el cajero está situado en la misma población que el ordenador, T es aproximadamente una v.a. $N(\eta, \sigma)$; si están en distinta población, T responde a una distribución con fdp: $f_t(t)=(\alpha/2)\exp(-\alpha|t-\mu|)$. El modo de funcionamiento del cajero es tal que, si al cabo de t_0 segundos el ordenador no ha dado respuesta alguna, se interrumpe la operación iniciada. Calcular:

- Si se sabe que la media y la varianza de T no depende de la ubicación del cajero, determine los parámetros μ, α en función de los η, σ .
- Si t_0 se diseñó de forma que la probabilidad de que una operación se interrumpa en la población sea de 0.01, calcule dicha probabilidad para un cajero de fuera.
- Si la red está formada por 2000 cajeros dentro de la población y 1000 fuera, y se opera con 100 cajeros escogidos al azar, determine la probabilidad de que al menos uno no pueda realizar la operación requerida.