

SISTEMAS LINEALES
EXAMEN DE FEBRERO 2005

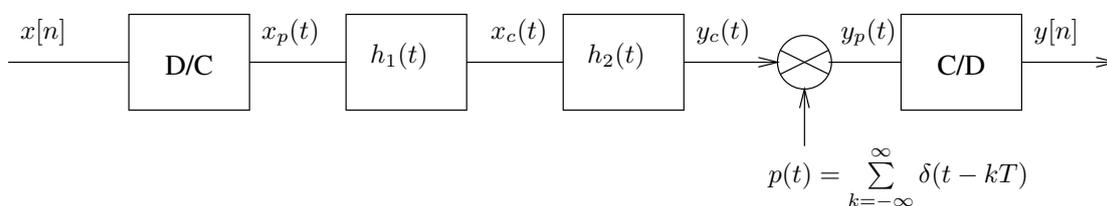
1. (2 pt.) Sea un sistema LTI continuo caracterizado por su respuesta al impulso

$$h(t) = e^t u(t - 1)$$

- (a) Estudie la memoria, causalidad y estabilidad del sistema.
(b) Calcule la salida del sistema cuando la entrada es

$$x(t) = e^{-2t} u(t + 2) + e^{3t} u(-t + 2)$$

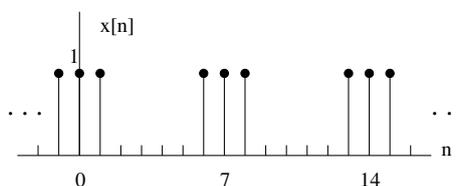
2. (3 pt.) El sistema de la figura permite procesar señales discretas utilizando para ello sistemas continuos.



Los bloques “C/D” y “D/C” convierten trenes de impulsos en muestras discretas de la misma amplitud que los impulsos y viceversa, respectivamente. $h_1(t)$ es un filtro pasabajo de reconstrucción, con ganancia T y frecuencia de corte $\frac{\pi}{T}$. $h_2(t)$ es el respuesta al impulso del sistema continuo que realizará el procesado. Modelamos este procesado como un filtrado pasabajo ideal, dado por

$$H_2(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \frac{\pi}{4} \\ 0 & |\omega| > \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

$x[n]$ es la secuencia discreta periódica de la figura



- (a) Calcule $X_c(\omega)$.
(b) Calcule y dibuje $y[n]$ suponiendo $T = 1$.
(c) Calcule (en tanto por ciento) la potencia media perdida por $x[n]$ al pasar por el sistema.

3. (2 pt.) Dado el sistema LTI causal definido por las siguientes ecuaciones en diferencias

$$w[n] = x[n] + 2w[n - 1] - w[n - 2]$$

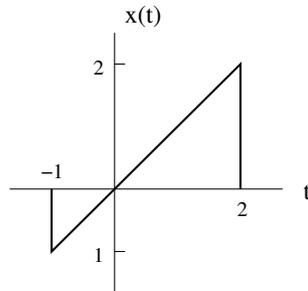
$$y[n] = w[n] - 2w[n - 1]$$

- (a) Determine la ecuación en diferencias entre $y[n]$ y $x[n]$.
 (b) Estudie la estabilidad del sistema.
 (c) Determine la salida cuando la entrada es $x[n] = 2^n$.
4. (1 pt.) Demuestre que

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi}{T}k\right) = K \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{-j\omega kT}$$

Calcule el valor de la constante K .

5. (2 pt.) Sea la señal $x(t)$ de la figura



- (a) Calcule su transformada de Laplace.
 (b) Cuando la entrada es $x(t)$ calcule la salida del sistema definido mediante la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\pi \frac{dy(t)}{dt} = 4\pi^2 \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

(Considere la solución estable).

INDICACIÓN: Cuando aparezcan señales definidas en intervalos, exprese la solución final usando funciones escalón.