Sistemas Lineales

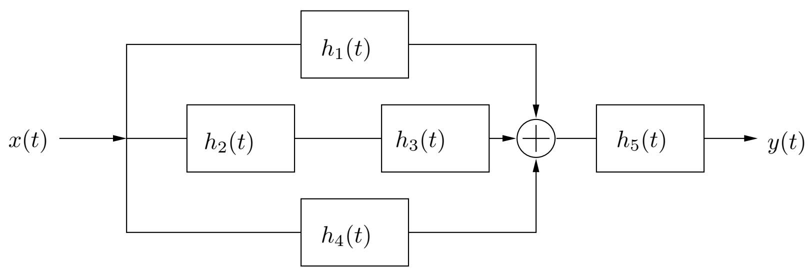
Examen de Febrero 2006

1. **(2.5 pt.)** Sea la señal $g(t) = (\mathrm{sinc}(Wt))^2$
   (a) Calcule el máximo periodo de muestreo para que la señal pueda ser recuperada utilizando un filtro pasobajo. (Suponga que el muestreo va a realizarse con un tren de impulsos equiespaciados).
   (b) Dibuje las transformadas de Fourier de la señal continua, de la señal continua muestreada y de la señal discreta. (Suponga que se trabaja por encima de la frecuencia de Nyquist.)
   (c) Calcule le relación existente entre la energía de la señal original $g(t)$ y la de la señal discreta $g[n]$.
   (d) Diseñe el filtro de reconstrucción para el periodo máximo de muestreo. (Dé la solución en el dominio temporal).

2. **(2.5 pt.)** Sea $h[n]$ la respuesta al impulso de un sistema LTI obtenida a partir de la solución de una ecuación en diferencias de coeficientes constantes suponiendo reposo inicial.
   (a) Demuestre que para cualquier entrada causal $f[n]$ la salida del sistema se puede escribir como
   $$y[n] = \sum_{k=0}^{n} f[k]h[n-k] \;\forall n \geq 0$$
   (b) Explique y justifique qué forma tendrá la región de convergencia de la transformada Z de $y[n]$.
   (c) Explique qué características adicionales tiene que tener $h[n]$ para que el sistema sea causal y estable.

3. **(2.5 pt.)** Dada la señal $x(t) = u(t+0.5) - u(t-0.5)$ y la respuesta al impulso de un sistema LTI $h(t) = e^{j\omega_0 t}$
   (a) Determine los valores de ω_0 que aseguren que $y(0) = 0$.
   (b) Demuestre que para una señal $x(t)$ arbitraria la salida será siempre periódica (o nula). Calcule su periodo y su serie de Fourier.

4. **(2.5 pt.)** Sea el sistema de la figura



$$h_1(t) = e^{-2t}u(t),\; h_2(t) = e^{-2t}u(t),\; h_3(t) = e^{-t}u(t),\; h_4(t) = \delta(t),\; h_5(t) = e^{-3t}u(t)$$

   (a) Determine si el sistema así descrito es estable.
   (b) Calcule su función de transferencia y su respuesta al impulso.