



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID
T^a SEÑAL, COMUNIC. ING. TELEMÁTICA



SISTEMAS LINEALES

Febrero de 2011

1. (2.5 puntos) Conteste a las siguientes cuestiones:

a) (*puntos*) Estudie de forma razonada las propiedades de linealidad, causalidad e invarianza en el tiempo del siguiente sistema:

$$y(t) = 3\delta(t) + \int_t^{\infty} x(\lambda)e^{-j\alpha\lambda}d\lambda.$$

b) (*puntos*)

c) (*puntos*) Calcule la respuesta al impulso $h[n]$ de un sistema LTI estable cuya función de transferencia es

$$H(z) = \frac{1}{4z^{-2} - 7z^{-3} - 2z^{-4}}.$$

2. (2.5 puntos) Sean las siguientes señales:

$$x(t) = e^{-at}u(t),$$

$$h(t) = (t - 2)[u(t - 2) - u(t - 3)].$$

a) (*punto*) Calcule $y(t) = x(t) * h(t)$.

b) (*0.5 puntos*) Calcule $g(t) = \frac{dh(t)}{dt}$.

c) (*punto*) Obtenga de forma razonada $z(t) = x(t) * g(t)$, sin calcular de forma explícita la convolución.

3. (2.5 puntos) Considere la señal:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_a(t - 2k)$$

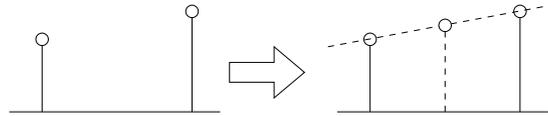
donde $x_a(t) = e^{2|t|}$ para $-1 \leq t \leq 1$.

a) (*1.25 puntos*) Represente $x(t)$. Calcule la transformada de Fourier de $x(t)$, $X(\omega)$, y representéla para $-\frac{5\pi}{2} < \omega < \frac{5\pi}{2}$.

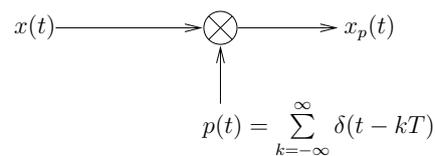
b) (*1.25 puntos*) Calcule la señal de salida, $y(t)$, si $x(t)$ es la entrada de un sistema LTI cuya respuesta al impulso es

$$h(t) = \frac{\sin(2\pi t)}{\pi t} \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

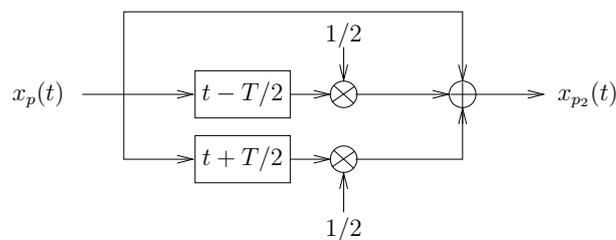
4. **(2.5 puntos)** En el siguiente problema se estudiará el efecto de la interpolación lineal sobre las señales discretas. Existen diversos métodos para interpolar un valor entre dos muestras. El más sencillo de ellos es interpolar mediante una recta, que equivale a tomar el valor medio:



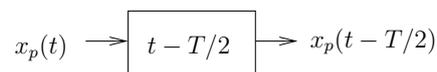
Para estudiar el efecto de esta interpolación sobre la señal muestreada, supongamos el siguiente esquema de muestreo:



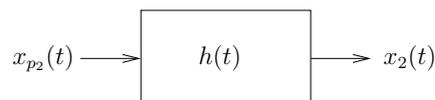
Por simplicidad estudiaremos el proceso de interpolación sobre la señal $x_p(t)$. La interpolación lineal puede realizarse mediante el siguiente diagrama de bloques:



donde los bloques representan desplazamientos de la señal, es decir:



- Calcule la respuesta al impulso del sistema interpolador $h_p(t)$, de tal manera que $x_{p2}(t) = x_p(t) * h_p(t)$. Dibuje su transformada de Fourier $H_p(\omega)$.
- Para una señal de entrada genérica $x(t)$ con transformada de Fourier $X(\omega)$ de banda limitada tal que $X(\omega) = 0$ si $|\omega| > \omega_m$ y $\omega_m < \frac{\pi}{T}$, calcule analíticamente y dibuje $X_p(\omega)$ y $X_{p2}(\omega)$.
- Sea la señal $x(t) = \sin\left(\frac{\pi}{4T}t\right)$. Dibuje $x_p(t)$, $x_{p2}(t)$ y sus transformadas de Fourier.
- La señal interpolada trata de aproximar una señal muestreada al doble de la frecuencia de muestreo original. Por eso, para recuperar la señal continua pasamos $x_{p2}(t)$ por un filtro pasobajo $h(t)$ con frecuencia de corte $\omega_c = \frac{2\pi}{T}$ y ganancia $2T$:



Calcule $x_2(t)$ para la señal $x(t)$ del apartado anterior.