

SISTEMAS LINEALES
EXAMEN DE JULIO 2011

1. **(2.5 puntos.) Convalidable con parcial.** Sea la señal $x(t)$ con transformada de Fourier

$$X(\omega) = \begin{cases} A^2 - \omega^2 & |\omega| \leq \frac{3\pi}{4} \\ 0 & |\omega| > \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

siendo A un número real positivo, y sea un sistema LTI con respuesta al impulso

$$h(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (j)^n \delta(t - n)$$

- (a) Sin calcular la transformada inversa, indique si la señal $x(t)$ cumple alguna de las siguientes propiedades: par, impar, real pura, imaginaria pura, hermítica, antihermítica o periódica.
- (b) Estudie las siguientes propiedades del sistema: Memoria, causalidad, estabilidad e invertibilidad.
- (c) Calcule la salida $y(t)$ para la entrada $x(t)$.
2. **(2.5 puntos.)** Sea un sistema LTI estable con la siguiente función de transferencia:

$$H(z) = \frac{1}{4z^{-2} - 7z^{-3} - 2z^{-4}}.$$

- (a) Calcule su respuesta al impulso $h[n]$.
- (b) Calcule la salida del sistema $y[n]$ cuando la entrada es $x[n] = (-3)^n u[-n - 1]$. Calcule también $Y(z)$ y su RoC.
- (c) Calcule la respuesta al impulso del sistema inverso, y estudie la linealidad, invertibilidad, invarianza temporal, memoria, causalidad y estabilidad de dicho sistema.
3. **(2.5 puntos.)** Sea $x(t)$ una señal real limitada en tiempo, de tal modo que $x(t) = 0$ si $t < 0$ ó $t \geq T_0$. Su transformada de Fourier se multiplica por un tren de deltas equiestapaciadas una distancia W_0 .
- (a) Estudie analíticamente el efecto que tiene esta operación en el dominio temporal. Ilustre el resultado con un ejemplo gráfico, asumiendo que $T_0 < \frac{2\pi}{W_0}$.
- (b) Repita el estudio para $x(t) = 1$ si $0 \geq t > T_0$ ($x(t) = 0$ fuera del intervalo) y $W_0 = \frac{2\pi}{T_0}$. Dibuje la señal resultante en tiempo y frecuencia.
4. **(2.5 puntos.)** Sea una señal continua periódica $x(t)$, con periodo $T = 1/2$, y cuyos coeficientes de la serie de Fourier son $a_k = \left(\frac{1}{2}\right)^{|k|}$.

- (a) Calcule la potencia y la energía de $x(t)$.
- (b) Calcule la salida cuando la señal $x(t)$ es la entrada de un sistema LTI cuya respuesta al impulso es:

$$h(t) = \left(\frac{\sin(2\pi t)}{\pi t}\right)^2 \cos(4\pi t)$$