Sistemas Lineales

Examen de Julio 2012

A lo largo de todos los problemas, considere la señal

$$x(t) = \begin{cases} e^{|t|}, & |t| \leq 1 \\ 0, & |t| > 1, \end{cases}$$

y el sistema LTI cuya respuesta al impulso es

$$h(t) = e^{-2t}u(t-2).$$

1. **(2.5 pt. Convalidable con parcial.)** Responda los siguientes apartados:
   (a) **(1 pt.)** Calcule la salida del sistema para la entrada $x(t)$.
   (b) **(1 pt.)** Calcule la potencia y la energía de la señal $x(t)$. Calcule su valor medio y su valor de pico. Indique de forma justificada si la señal es par, impar, hermítica, antihermítica, real y/o imaginaria.
   (c) **(0.5 pt.)** Estudie las siguientes propiedades del sistema: Linealidad, invarianza temporal, causalidad, memoria, estabilidad.
2. **(0.5 pt.)** Estudie la invertibilidad del sistema. En caso de existir, indique la respuesta al impulso del sistema inverso.
3. **(1 pt.)** Calcule la transformada de Fourier de $x(t)$. Exprésela como parte real más parte imaginaria.
4. **(1 pt.)** Se crea la señal periódica $x_d(t)$ a partir de la señal $x(t)$:

   $$x_d(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t - Tk)$$

   Calcule la representación en serie de Fourier de $x_d(t)$ para $T = 2$.
5. **(1 pt.)** Calcule la transformada de Fourier de la señal periódica $x_d(t)$. Dibújela como parte real más parte imaginaria para $|\omega| \leq 2\pi$.
6. **(1 pt.)** Calcule la salida del sistema cuando la entrada es $x_d(t)$.
7. **(1 pt.)** Estudie si es posible muestrear la señal $x(t)$ con un tren de impulsos equiespaciados sin cometer *aliasing*. En caso afirmativo, calcule su periodo de muestreo máximo y dibuje la transformada de Fourier de la señal muestreada continua, $x_p(t)$.
8. **(1 pt.)** Independientemente de la solución del apartado anterior, se procede al muestreo de la señal $x(t)$, utilizando un periodo de muestreo de $T = 2/5$, de tal manera que $x[n] = x(nT)$. Dibuje la señal muestreada $x[n]$ y calcule su transformada de Fourier de tiempo discreto.
9. **(1 pt.)** La respuesta al impulso del sistema puede verse como la solución estable de una ecuación diferencial. Se procede a una discretización de de dicha ecuación, dando lugar a una ecuación en diferencias de la forma

   $$2\, y[n] - y[n-1] = e^{-4}\, x[n-2].$$

   Calcule la función de transferencia del sistema estable, su respuesta al impulso $h[n]$ y la respuesta al impulso del sistema inverso.