Sistemas Lineales — Julio de 2014

Problema 1 ***(2,5 pts., convalidable con el primer parcial):*** Considere la señal limitada en tiempo

$$x(t) = \begin{cases} -1 & -1 < t \leq 0 \\ 1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & |t| \geq 1 \end{cases}$$

y el sistema LTI con respuesta al impulso $h(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t-k)$.

a) Calcule la potencia instantánea, la energía,la potencia media y el valor de pico de la **señal** $x(t)$.
b) Estudie las siguientes propiedades del **sistema** descrito por $h(t)$: causalidad, memoria, estabilidad, invertibilidad.
c) Calcule la **salida** del sistema cuando la entrada es $x(t)$. Dibuje la salida.
d) Sea el sistema LTI descrito por la relación entrada-salida

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t-2k) - x(t-2k-1).$$

Calcule y dibuje su respuesta al impulso y su respuesta al escalón.

Problema 2 ***(2,5 pts., convalidable con el segundo parcial):*** Sea una señal $x[n]$ cuyos coeficientes del desarrollo en serie de Fourier son:

$$c_k = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}k\right)}{2j}. \qquad \textbf{\textit{Nota:}} \ \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

a) Calcule el periodo de $x[n]$.
b) Obtenga la transformada de Fourier de $x[n]$ y represéntela en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.
c) Calcule la potencia y la energía de $x[n]$.
d) Estudie si la señal $x[n]$ es real, imaginaria, par, impar, hermítica y/o antihermítica.

Problema 3 ***(2,5 pts., convalidable con el tercer parcial):*** Sea una señal $x(t)$ con transformada de Fourier $X(\omega) = |\omega|$ si $\pi \leq |\omega| \leq 5\pi/4$, y $X(\omega) = 0$ en otro caso:

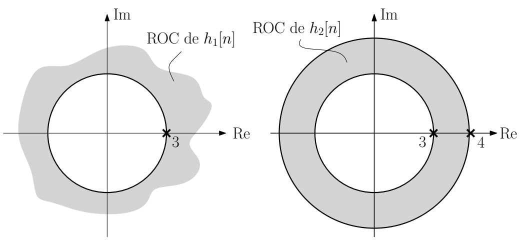
a) Estudie si es posible muestrear la señal $x(t)$ con un tren de impulsos equiespaciados, de forma que la señal original pueda recuperada a partir de la señal muestreada mediante un filtro pasobajo. En caso afirmativo, calcule el periodo máximo de muestreo.
b) La señal $x(t)$ se muestrea con un tren de impulsos equiespaciados un periodo $T = 4/5$, obteniéndose la señal $x_p(t)$. Tras pasar por un conversor C/D, se obtiene la señal $x[n]$. Calcule analíticamente y represente las transformadas de Fourier de las señales $x_p(t)$ y $x[n]$ en los intervalos $-2\omega_s \leq \omega \leq 2\omega_s$ y $-2\pi \leq \Omega \leq 2\pi$, respectivamente, siendo ω_s la frecuencia de muestreo.
c) La señal $x(t)$ se muestrea con un tren de impulsos equiespaciados un periodo $T = 4/3$, obteniéndose la señal $x_{pa}(t)$. Representa la transformada de Fourier de $x_{pa}(t)$ en el intervalo $-\omega_s \leq \omega \leq \omega_s$.
d) Proponga un esquema que permita recuperar la señal $x(t)$ a partir de la señal $y_{pa}(t)$, resultante de filtrar la señal $x_{pa}(t)$ con un filtro pasobajo de ganancia unitaria y frecuencia de corte $\omega_c = 3\pi/4$.

Problema 4 ***(2,5 pts.):*** Sea una señal $x[n]$ definida como

$$x[n] = \alpha_1^n + \alpha_2^n + \alpha_3^n, \text{ con } \alpha_i \in \mathbb{C},$$

y un sistema LTI $h[n]$ cuya transformada Z es $H(z) = |z|$.

a) Siendo $y[n] = x[n] * h[n]$, obtenga una expresión analítica para $y[n]$ en función de los α_i.
b) Sea un sistema $h[n] = h_1[n] + h_2[n]$, cuyas transformadas Z son como se muestra a continuación. Obtenga la transformada Z del sistema $h[n]$ (indicando $H(z)$ y su región de convergencia) y estudie la causalidad y estabilidad del mismo.



$$H_1(z) = \frac{2}{z-3}$$

$$H_2(z) = \frac{5-z}{z^2-7z+12}$$

c) Calcule la salida del sistema cuando la entrada es $x[n] = (1/2)^n u[n]$.