Sistemas Lineales — Julio de 2015

Problema 1 ***(2,5 pts., convalidable con el primer parcial):*** Considere la señal limitada en tiempo

$$x(t) = \begin{cases} t & |t| < 1/2 \\ 1-t & 1/2 < t \leq 1 \\ -1-t & -1 < t \leq -1/2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

y el sistema LTI $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{j\pi k} x(t-k)$.

a) Calcule la potencia instantánea, la energía,la potencia media y el valor de pico de la **señal** $x(t)$.
b) Calcule y dibuje la respuesta al impulso del sistema.
c) Estudie las siguientes propiedades del **sistema**: linealidad, invarianza temporal, causalidad, memoria, estabilidad, invertibilidad.
d) Dibuje la **salida** del sistema cuando la entrada es $x(t)$.

Problema 2 ***(2,5 pts., convalidable con el segundo parcial):*** Considere la señal:

$$x(t) = u(t+2) - 2u(t+1) + 2u(t) - 2u(t-1) + u(t-2)$$

a) Dibuje $x(t)$.
b) Calcule $X(\omega)$. Razone si $X(\omega)$ es real o imaginaria, par o impar, hermítica o antihermítica.
c) Considere ahora la señal $x_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t-4k)$. Calcule $X_2(\omega)$ y dibújela para $\omega \leq 4\pi$.
d) Si $x_2(t)$ es la entrada a un sistema LTI cuya respuesta al impulso es $h(t) = \frac{\sin(\frac{9\pi}{2}t)}{\pi t}$, calcule la salida.

Problema 3 ***(2,5 pts., convalidable con el tercer parcial):*** Estudie si es posible muestrear las siguientes señales con un tren de deltas equiespaciadas sin cometer *aliasing*. En caso afirmativo, calcule el **máximo** periodo de muestreo.

a) $x_1(t) = e^{-2t}u(t)$
b) $x_2(t) = x_1(t) * h_2(t)$, con $h_2(t)$ un filtro pasobajo ideal de ganancia 1 y frecuencia de corte 3π.
c) $x_3(t) = x_1(t) \cdot h_2(t)$, con $h_2(t)$ un filtro pasobajo ideal de ganancia 1 y frecuencia de corte 3π.
d) $x_4(t) = e^{-2t} \cdot c(t)$, con $c(t) = \begin{cases} 1 & |t| < 1/2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$
e) $x_5(t)$ una señal periódica de periodo $T = 10$ y $c_k = \begin{cases} \frac{1}{k^2+1} & |k| \leq 4 \\ 0 & |k| > 4 \end{cases}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Problema 4 ***(2,5 pts.):*** Sea un sistema LTI estable con la siguiente función de transferencia:

$$H(z) = \frac{1}{z^{-1} - \frac{7}{2}z^{-2} + \frac{3}{2}z^{-3}}.$$

a) Calcule su respuesta al impulso $h[n]$, y razone si es o no causal o anticausal.
b) Calcule la salida del sistema $y[n]$ cuando la entrada es $x[n]$. Calcule también $Y(z)$ y su RoC.

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} u[n-2] - 3\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3} u[n-3]$$

c) Calcule la cantidad siguiente:

$$M_1 = \int_{3\pi}^{5\pi} H(\Omega) d\Omega$$