Sistemas Lineales — Junio 2014

1. **(2,5 pts, convalidable con el primer parcial.)** Considere el sistema LTI

$$y(t) = x(t+3) + \int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau.$$

   a) Calcule su respuesta al impulso $h(t)$ y dibújela.

   b) Estudie la memoria, causalidad y estabilidad de dicho sistema.

   c) Calcule y dibuje la parte par, la parte impar, la parte hermítica y la antihermítica de $h(t)$.

   d) Se define $h_2(t) = 2 \cdot \mathcal{E}\{h(t)\}$, donde $\mathcal{E}\{.\}$ denota la parte par de una señal. Calcule la salida del sistema LTI definido por $h_2(t)$ cuando la entrada es $x(t) = e^{-20t}u(t)$.

2. **(2,5 pts, convalidable con el segundo parcial.)** Sea el sistema LTI definido por su respuesta al impulso $h(t) = e^{-2t}u(t)$ y $x(t)$ una señal periódica de periodo $T = 4$, siendo la señal en el periodo $[-2, 2)$:

$$x(t) = \begin{cases} 1 & -1 \leq t < 0 \\ -1 & 0 \leq t < 1 \\ 0 & 1 \leq |t| < 2 \end{cases}$$

   a) Calcule la serie de Fourier de la señal periódica $x(t)$.

   b) Calcule la serie de Fourier de la señal a la salida del sistema LTI, $y(t)$.

   c) Calcule la transformada de Fourier de $y(t)$. Dibújela para el intervalo $[-\pi, \pi]$.

3. **(2,5 pts, convalidable con el tercer parcial.)** La señal $x_1(t) = e^{-|t|}$ se pasa por un filtro pasobajo continuo de ganancia unitaria y frecuencia de corte $\omega_c = 2\pi$, dando como salida la señal $x_2(t)$.

   a) Estudie si es posible muestrear las señales $x_1(t)$ y $x_2(t)$ con un tren de impulsos equiespaciados sin cometer *aliasing*. En caso afirmativo, calcule el máximo periodo de muestreo de cada una.

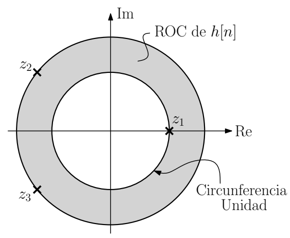
   b) Se muestrea la señal $x_2(t)$ con un tren de impulsos equiespaciados a la frecuencia de Nyquist, dando lugar a la señal $x_p(t)$. Tras pasar por un conversor C/D, obtenemos la señal discreta $x[n]$. Calcule analíticamente y dibuje las transformadas de Fourier de $x_p(t)$ y de $x[n]$.

   c) La señal $x[n]$ se procesa con un sistema LTI con función de transferencia $H_d(\Omega) = j\frac{\Omega}{T}$, siendo T el periodo de muestreo, dando lugar a la señal $y_d[n]$. La señal $y_d[n]$ se pasa por un conversor D/C y luego por el filtro de reconstrucción estándar para la frecuencia de muestreo considerada, dando lugar a la señal $y_2(t)$. Calcule las transformadas de Fourier de $y_d[n]$ y de $y_2(t)$.

   d) Calcule $y_2(t)$ en función de $x_2(t)$.

4. **(2,5 pts.)** Considere un sistema LTI discreto, $h[n] = h_1[n] + h_2[n]$. Sabiendo la transformada Z de $h[n]$ y su región de convergencia (ROC) son de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} H(z) &= H_1(z) + H_2(z) \\ H_1(z) &= \frac{K_e}{z - z_1} \\ H_2(z) &= \frac{K_i}{(z - z_2)(z - z_3)} \end{aligned}$$



Se pide:

   a) Indique razonadamente si los sistemas $h_1[n]$, $h_2[n]$ y $h[n]$ son causales y/o estables.

   b) Obtenga una expresión analítica para $h[n]$ en función de K_e, K_i, z_1, z_2 y z_3.

   c) Sea un sistema LTI que cumple $h_2[n] * h_R[n] = \delta[n]$. Calcule su respuesta al impulso $h_R[n]$ y su transformada Z.