Sistemas Lineales — Junio de 2015

Problema 1 ***(2,5 pts., convalidable con el primer parcial):*** Considere la señal limitada en tiempo

$$x[n] = \begin{cases} -1 & -2 \leq n < 0 \\ 1 & 0 \leq n < 2 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

y el sistema LTI $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-2k]$.

a) Calcule la potencia instantánea, la energía,la potencia media y el valor de pico de la **señal** $x[n]$.

b) Estudie si la señal es real, imaginaria, par, impar, hermítica y/o antihermítica.

c) Calcule y dibuje la respuesta al impulso y la respuesta al escalón del sistema.

d) Estudie las siguientes propiedades del **sistema**: linealidad, invarianza temporal, causalidad, memoria, estabilidad, invertibilidad.

e) Calcule la **salida** del sistema cuando la entrada es $x[n]$. Dibuje la salida.

Problema 2 ***(2,5 pts., convalidable con el segundo parcial):*** Sea una señal $x[n]$ cuyos coeficientes del desarrollo en serie de Fourier son:

$$c_k = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}k\right)}{2j}. \qquad \textbf{\textit{Nota:}} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

a) Calcule el periodo de $x[n]$.

b) Obtenga la transformada de Fourier de $x[n]$ y represéntela en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.

c) Calcule la potencia y la energía de $x[n]$.

d) Estudie si la señal $x[n]$ es real, imaginaria, par, impar, hermítica y/o antihermítica.

Problema 3 ***(2,5 pts., convalidable con el tercer parcial):*** Sea una señal $x(t)$ con transformada de Fourier $X(\omega) = |\omega|$ si $\pi \leq |\omega| \leq 5\pi/4$, y $X(\omega) = 0$ en otro caso:

a) Estudie si es posible muestrear la señal $x(t)$ con un tren de impulsos equiespaciados, de forma que la señal original pueda recuperada a partir de la señal muestreada mediante un filtro pasobajo. En caso afirmativo, calcule el periodo máximo de muestreo.

b) La señal $x(t)$ se muestrea con un tren de impulsos equiespaciados un periodo $T = 4/5$, obteniéndose la señal $x_p(t)$. Tras pasar por un conversor C/D, se obtiene la señal $x[n]$. Calcule analíticamente y represente las transformadas de Fourier de las señales $x_p(t)$ y $x[n]$ en los intervalos $-2\omega_s \leq \omega \leq 2\omega_s$ y $-2\pi \leq \Omega \leq 2\pi$, respectivamente, siendo ω_s la frecuencia de muestreo.

c) La señal $x(t)$ se muestrea con un tren de impulsos equiespaciados un periodo $T = 4/3$, obteniéndose la señal $x_{pa}(t)$. Representa la transformada de Fourier de $x_{pa}(t)$ en el intervalo $-\omega_s \leq \omega \leq \omega_s$.

d) Proponga un esquema que permita recuperar la señal $x(t)$ a partir de la señal $y_{pa}(t)$, resultante de filtrar la señal $x_{pa}(t)$ con un filtro pasobajo de ganancia unitaria y frecuencia de corte $\omega_c = 3\pi/4$.

Problema 4 ***(2,5 pts.):*** Sea un sistema LTI estable con la siguiente función de transferencia:

$$H(z) = \frac{1}{4z^{-2} - 7z^{-3} - 2z^{-4}}.$$

1. Calcule su respuesta al impulso $h[n]$.
2. Calcule la salida del sistema $y[n]$ cuando la entrada es $x[n] = (-3)^n u[-n-1]$. Calcule también $Y(z)$ y su RoC.
3. Calcule la respuesta al impulso del sistema inverso, y estudie la linealidad, invertibilidad, invarianza temporal, memoria, causalidad y estabilidad de dicho sistema.