Sistemas Lineales Junio 2013

Problema 1 ***(2,5 pts., convalidable con el primer parcial):*** Considere la señal

$$x(t) = e^{-3t}\left(u(t+1) - u(t-1)\right)$$

y el sistema LTI con respuesta al impulso $h(t) = e^{j2\pi t}$.

a) Calcule el valor de pico, la potencia instantánea, la energía y la potencia media de $x(t)$. Razone si se trata de una señal periódica (en caso afirmativo, determine su periodo).

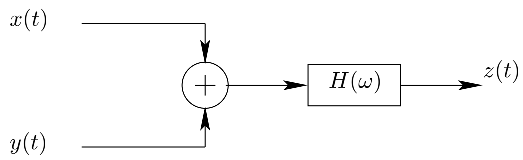
b) Estudie las siguientes propiedades del sistema: causalidad, memoria, estabilidad e invertibilidad.

c) Calcula la salida del sistema cuando la entrada es $x(t)$ y cuando la entrada es $\frac{dx(t)}{dt}$.

Problema 2 ***(2,5 pts., convalidable con el segundo parcial):*** Considere la señal $x(t) = |\sin(\pi t)|$

a) Obtenga su transformada de Fourier, $X(\omega)$, y represéntela para $|\omega| \leq 7\pi$.

b) Calcule la potencia y la energía de $x(t)$.



c) Considere el sistema de la figura, donde la transformada de Fourier de la respuesta al impulso $h(t)$ es:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 5\pi \\ 0, & |\omega| > 5\pi \end{cases}$$

Determine la salida del sistema, $z(t)$, siendo $y(t) = \frac{4}{3\pi}\cos(2\pi t)$.

Problema 3 ***(2,5 pts., convalidable con el tercer parcial):*** Se considera un sistema que genera señales sonora sintéticas, $x_c(t)$, mediante una serie de armónicos fundamentales espaciados una frecuencia fundamental y una serie de pesos. Para un caso particular, podemos escribir la señal como:

$$x_c(t) = \sum_{k=-2}^{2} \alpha_k e^{jk\frac{2\pi}{5}t}, \qquad \text{con } \alpha_k = |k|\,.$$

Antes de digitalizarla, la señal $x_c(t)$ se multiplica por la señal $m(t) = \frac{\sin\frac{\pi}{5}t}{\pi t}$, de tal forma que $x_2(t) = x_c(t)\cdot m(t)$.

a) Calcule y dibuje la transformada de Fourier de la señal $x_2(t)$.

b) Estudie si es posible muestrear sin cometer aliasing las señales $x_c(t)$, $m(t)$ y $x_2(t)$, utilizando para ello un tren de impulsos. En caso afirmativo, calcule el periodo de muestreo máximo.

c) Se decide muestrear la señal $x_2(t)$ utilizando para ello un tren de deltas equiespaciados $T_s = 5/4$. Dibuje la transformada de Fourier de la señal muestreada continua $x_p(t)$ y de la señal discreta $x[n]$.

d) Se reconstruye la señal utilizando para ello el filtro pasobajo ideal correspondiente a la frecuencia de muestreo dada. Dibuje la transformada de Fourier de la señal de salida.

Problema 4 Sea un sistema estable cuya función de transferencia es $H(z) = \frac{z^{-1}}{1-7z^{-1}+12z^{-2}}$.

a) Calcule la respuesta al impulso del sistema $h[n]$.

b) Justifique si existe o no la transformada de Fourier de $h[n]$, y en caso de existir calcúlela.

c) Calcule la respuesta al impulso del sistema inverso y estudie su memoria, causalidad y estabilidad.

d) Calcule la salida del sistema cuando la entrada es $x[n] = 4^{n/2}e^{-j\frac{1}{7\pi}n}$.