Sistemas Lineales   Junio 2017

Problema 1 ***(2,5 pts., convalidable con el primer parcial):***

a) Considere la señal $x(t) = e^{2t}\left[u(t+2) - u(t-2)\right]$ y el sistema LTI con respuesta al impulso $h(t) = u(t) - 2u(t-1) + u(t-2)$. Calcule, utilizando la integral de convolución, $y(t)$, la salida del sistema cuando $x(t)$ es la entrada.

b) Calcule ahora $y_2(t)$, la salida del sistema cuando la entrada es $x_2(t) = \frac{dx(t)}{dt}$.

c) Considere el sistema LTI descrito mediante la siguiente relación entre entrada y salida:

$$y(t) = x(t+5) + e^{-3t}\int_{-\infty}^{t} e^{-2\tau}x(\tau)d\tau$$

Razone si dicho sistema cumple las propiedades de memoria, causalidad y estabilidad.

Problema 2 ***(2,5 pts., convalidable con el segundo parcial):***

a) Dibuje $x(t)$ y calcule su transformada de Fourier:

$$x(t) = \begin{cases} e^{-2t}\sin(4\pi t), & t \geq 0 \\ e^{3t}\cos(4\pi t), & t < 0 \end{cases}$$

b) Considere ahora otra señal distinta, $f(t)$, real y par, cuya transformada de Fourier es $F(\omega)$. Sea también una señal periódica $p(t) = 1 + \cos(4\pi t) - \sin(8\pi t) + \cos(12\pi t)$. Se define la señal compuesta $m(t) = f(t) * p(t)$ que, a su vez, es la entrada de un sistema LTI con respuesta al impulso $h(t) = \left(\frac{\sin(4\pi t)}{\pi t}\right)^2$. Calcule la señal a la salida, $y(t) = m(t) * h(t)$, así como su transformada de Fourier.

c) Calcule la siguiente cantidad:$\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\sin(3\pi t)}{t}\right)^2 dt$

Problema 3 ***(2,5 pts., convalidable con el tercer parcial):*** Considere una señal $x(t)$ periódica, con periodo $T = 2$, y cuyos coeficientes de la serie de Fourier son:

$$c_k = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^k, & k \geq 0 \\ -2^k, & k < 0 \end{cases}$$

a) Estudie si es posible muestrear $x(t)$ sin cometer aliasing, utilizando para ello un tren de impulsos. En caso afirmativo, calcule el máximo periodo de muestreo.

b) $x(t)$ es la entrada de un sistema LTI cuya respuesta al impulso es $h_1(t) = \frac{\sin(\frac{7\pi}{2}t)}{\pi t}$, obteniéndose como salida una nueva señal a la que llamamos $s(t)$. Dibuje su transformada de Fourier, $S(\omega)$.

c) La señal $s(t)$ se muestrea utilizando un tren de deltas equiespaciadas $p(t)$ con $T_s = 1/3$. Dibuje la transformada de Fourier de $p(t)$, de la señal muestreada continua $s_p(t)$ y de la señal discreta $s[n]$.

d) Una vez obtenida la señal discreta $s[n]$, esta se hace pasar por un filtro paso alto con frecuencia de corte $\Omega_c = \frac{\pi}{2}$, obteniendo de esta manera una nueva señal $y[n]$. Después se convierte la señal resultante a continua utilizando para ello el filtro de interpolación genérico para la frecuencia de muestreo utilizada. Dibuje las transformadas de Fourier de las señales que aparecen: $y[n]$, $y_p(t)$ e $y_c(t)$. Calcule $y_c(t)$.

Problema 4 ***(2,5 pts.):*** Sea un sistema LTI causal cuya función de transferencia es $H(z) = \frac{3z^{-2}}{1-\frac{7}{3}z^{-1}+\frac{2}{3}z^{-2}}$.

a) Calcule la respuesta al impulso del sistema, $h[n]$.

b) Justifique si existe o no la transformada de Fourier de $h[n]$ y, en caso de existir, calcúlela.

c) Calcule $h_i[n]$, la respuesta al impulso del sistema inverso y estudie su memoria, causalidad y estabilidad.

d) Calcule la salida del sistema con respuesta $h[n]$ cuando la entrada es $x[n] = \left(5e^{-j\frac{\pi}{6}}\right)^n$.