

SISTEMAS LINEALES

EXÁMENES PARCIALES. CURSO 2013/14

1. Considere el sistema LTI caracterizado por la siguiente relación entrada-salida:

$$y[n] = \sum_{k=1}^6 (-1)^k x[n-k]$$

- (a) Calcule la respuesta al impulso del sistema. Dibújela.
- (b) Estudie la memoria, causalidad y estabilidad del sistema.
- (c) Dibuje la respuesta al escalón del sistema $s[n] = h[n] * u[n]$.
- (d) Calcule la convolución $y(t) = x(t) * h(t)$ con

$$x(t) = \begin{cases} e^{2t} + 1 & -1 \leq t < 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

$$y(t) = e^{jt}(u(t) - u(t-1))$$

2. Sea la señal periódica $x(t)$ de periodo $T = \pi$ definida por los coeficientes de su serie de Fourier

$$c_k = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^k & k \geq 0 \\ 0 & k < 0 \end{cases}$$

- (a) Reconstruya la señal original $x(t)$ (la solución no debe quedar en función de sumatorios ni integrales).
- (b) Dibuje su transformada de Fourier $X(\omega)$ en el intervalo $[-2\pi, 2\pi]$.

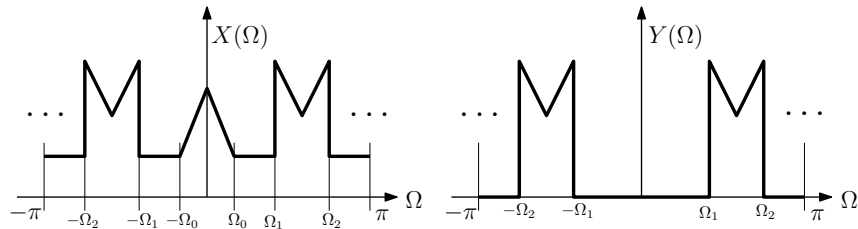
Considere ahora el sistema LTI discreto caracterizado por la ecuación $y[n] = x[n] - \frac{1}{2}y[n-1]$.

- (c) Obtenga y represente la respuesta al impulso del sistema: $h[n]$.
- (d) Obtenga la salida del sistema cuando la entrada es

$$x[n] = 2j \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}n + \frac{\pi}{2}\right).$$

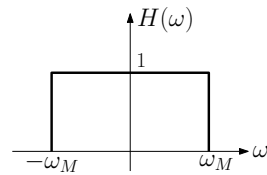
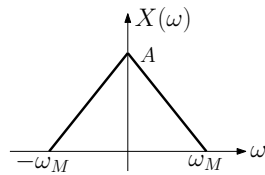
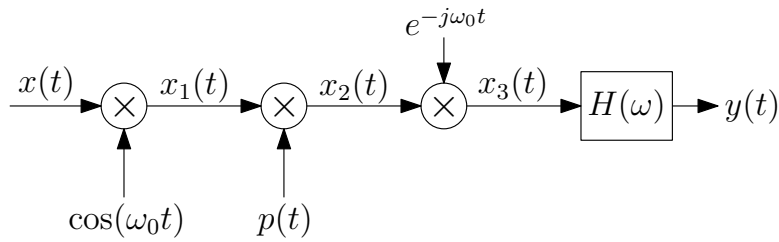
- (e) Finalmente, calcule el área bajo la curva y la energía de la señal $x(t) = \frac{\sin(3\pi t)}{5\pi t} \cos(2\pi t)$.

3. La señal discreta $x[n]$ con transformada de Fourier $X(\Omega)$ pasa por un sistema LTI con respuesta al impulso $h[n]$, obteniéndose a la salida la señal $y[n]$ con transformada de Fourier $Y(\Omega)$.



- (a) Dé una expresión analítica de $H(\Omega)$ y de $h[n]$ en función de Ω_1 y Ω_2 .
- (b) Suponga que la misma señal $x[n]$ pasa por un filtro pasoalto con frecuencia de corte $\Omega_c = \frac{\Omega_0 + \Omega_1}{2}$. Dibuje la transformada de Fourier del filtro y de la señal de salida entre $[-2\pi, 2\pi]$.

Considere a continuación el esquema de procesamiento del dibujo inferior. La señal de entrada $x(t)$ es una señal de banda limitada, $X(\omega) = 0$ para $|\omega| > \omega_M$, con la transformada de Fourier del dibujo:



$H(\omega)$ es un filtro pasobajo y $p(t)$ un tren de deltas equiespaciadas $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$. Asuma siempre que $\omega_0 > 2\omega_M$.

- (c) Indique qué relación debe cumplir el periodo de muestreo T respecto a ω_M y ω_0 , si se quiere recuperar la señal $x_1(t)$ a partir de $x_2(t)$ utilizando un filtro pasobajo.
- (d) Considere ahora que $T = \frac{2\pi}{3\omega_0}$. Dibuje las transformadas de Fourier de $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$ e $y(t)$.