

SISTEMAS LINEALES
EXAMEN DE SEPTIEMBRE 2004

1. (1.5 pt) El sistema definido por la ecuación diferencial

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = 2x(t)$$

no es causal ni estable. Encuentre la respuesta del mismo a la señal de entrada $x(t) = e^{-2t}u(t)$.

2. (1.5 pt) Calcule las siguientes expresiones:

(a) $E = \int_{-3}^3 \log(7t)\delta(t-6)dt$

(b) $E = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4t}{t^2-1}\delta(t-k)dt$

(c) $x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j \left(\frac{d}{d\omega} \left(\frac{1}{(3+j\omega)^2} \right) \right) e^{j\omega t} d\omega$

3. (2 pt)

(a) Calcule la transformada de Fourier de $y(t) = t \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$.

(b) Estudie la estabilidad del sistema discreto dado por la respuesta al impulso $h[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$.

(c) De un sistema se sabe que para entrada $x(t) = 2^t$ produce salida $y(t) = t2^t$. Indique si dicho sistema puede ser LTI.

(d) Indique si es verdadero o falso que $\frac{d}{dt}(x(t) * y(t)) = \frac{dx(t)}{dt} * \frac{dy(t)}{dt}$.

4. (3 pt) En la figura (a) se muestra el subsistema correspondiente al transmisor en un determinado sistema de comunicaciones por radio para señales de banda limitada, con $V(\omega) = 0, |\omega| > \omega_M$, como se muestra en la figura (b).

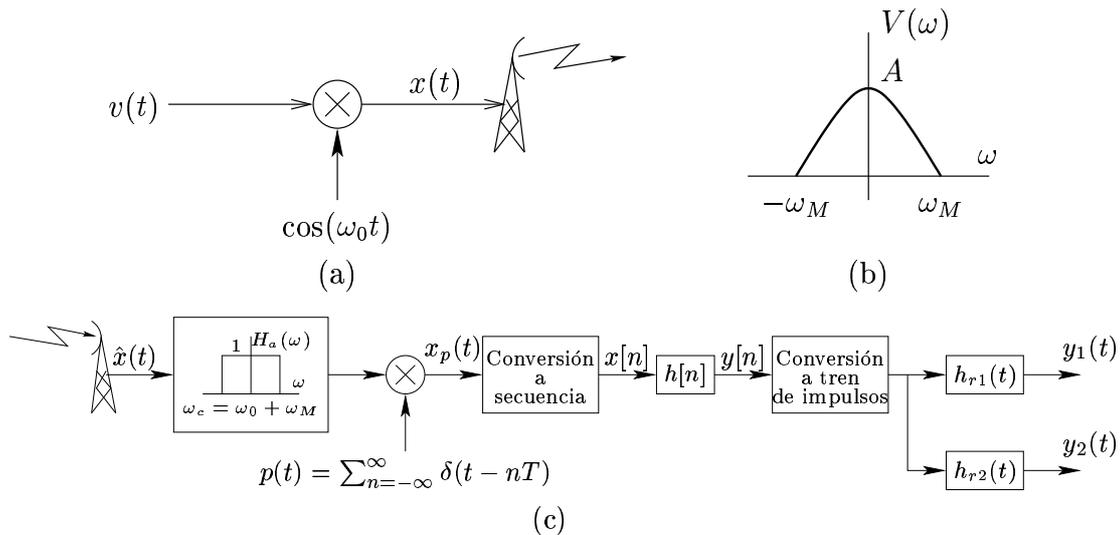
(a) (0.5 pt) Obtener y representar la transformada de Fourier de la señal $x(t)$, suponiendo $\omega_0 > \omega_M$.

En la figura (c) se muestra el subsistema correspondiente al receptor del sistema de comunicaciones. Por simplicidad, vamos a suponer que $\hat{x}(t) = x(t)$.

La señal recibida se muestrea periódicamente con periodo de muestreo $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, se filtra posteriormente mediante un filtro paso-bajo ideal, $h[n]$, de frecuencia de corte $\Omega_c = \frac{\pi}{2}$ y ganancia unitaria, y por último se realiza la conversión discreta a continua de la señal.

(b) (1.0 pt) Indicar el valor máximo que puede tomar ω_M para que el receptor sea un sistema continuo LTI. Representar la transformada de Fourier de $x_p(t)$ y de $y[n]$ para el valor ω_M máximo calculado.

(c) (0.5 pt) Representar la respuesta en frecuencia del filtro de reconstrucción $H_{r1}(\omega)$ en caso de querer que la señal $y_1(t)$ sea paso-bajo.



- (d) **(0.5 pt)** Representar la respuesta en frecuencia del filtro de reconstrucción $H_{r2}(\omega)$ en caso de querer que la señal $y_2(t) = \cos(\omega_0 t)y_1(t)$.
- (e) **(0.5 pt)** Obtener la respuesta al impulso del filtro de reconstrucción, $h_{r2}(t)$ obtenido en el apartado (d).
5. **(2 pt)** En el siguiente problema se estudiará un sistema de telefonía digital. El oído humano capta frecuencias comprendidas entre 20Hz y 20kHz. Supondremos que se corresponde con un espectro simétrico centrado en cero y comprendido entre -20kHz y 20 kHz. Diversos estudios demuestran que la voz humana tiene la mayor parte de la potencia en una banda de frecuencia comprendida entre -3.4 y 3.4kHz.
- (a) Calcule el máximo periodo de muestreo para una señal de voz (suponiendo un ancho de banda de 3.4kHz) y para una señal de audio en general (suponiendo un ancho de banda de 20kHz).
- (b) Suponga que a partir de este momento se trabaja con una señal de voz con ancho de banda 20kHz, y que el 90% de la potencia de la señal está en $|f| \leq 3.4\text{kHz}$. Se decide implementar un sistema de telefonía digital. El primer paso será por lo tanto muestrear la señal. Se opta por una frecuencia de muestreo de 8kHz. Dibuje la transformada de Fourier de la señal de voz continua muestreada y explique lo que ocurre.
- (c) Si un criterio de diseño del sistema es que la señal recibida tenga por lo menos el 90% de la potencia de la señal original, proponga un esquema para el correcto muestreo de la señal de voz, manteniendo la frecuencia de muestreo del apartado anterior. Dibuje la transformada de Fourier de tiempo continuo y de tiempo discreto de la señal muestreada.