Sistemas Lineales

Examen de Septiembre 2008

1. **(2.5 puntos)** Calcule la convolución de la señal $x(t)$ con la respuesta al impulso $h(t)$:

$$x(t) = e^{-2t}[u(t-1) - u(t-4)],$$

$$h(t) = e^{2t}[u(1-t) - u(-1-t)].$$

2. **(2.5 puntos)** La propiedad de desplazamiento temporal de una señal discreta nos dice que

$$X(\Omega)e^{-j\Omega n_0} \overset{\mathcal{F}^{-1}}{\longleftrightarrow} x[n-n_0]$$

siendo n_0 un número entero.

   (a) Estudie qué ocurre con $x[n]$ si su transformada de Fourier $X(\Omega)$ se multiplica por $e^{-j\Omega r_0}$, siendo ahora r_0 un número real:

$$X(\Omega)e^{-j\Omega r_0} \overset{\mathcal{F}^{-1}}{\longleftrightarrow} \;?$$

   (b) Demuestre que la solución para el caso de n_0 entero es un caso particular de r_0 real.

3. **(2.5 puntos)** Estudie las propiedades de memoria, causalidad, invertibilidad, linealidad, estabilidad e invarianza en el tiempo del sistema dado por la relación:

$$y[n] = \int_{\pi}^{3\pi} e^{j\Omega 11} \left(\frac{\sin(21\Omega/2)}{\sin(\Omega/2)} \right) \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]e^{-j\Omega m} \right) e^{j\Omega n} d\Omega.$$

4. **(2.5 puntos)** En el siguiente problema se estudiará el efecto de una falta de sincronización en la frecuencia de muestreo al reproducir una señal de audio digital. Para ello, se parte de una señal sonora $x_s(t)$. Para evitar un posible aliasing, la señal se pasa por un filtro pasobajo $h(t)$ con frecuencia de corte $w_c = 2\pi \times 2\ 10^4$ (es decir, 20kHz). La señal resultante $x_f(t)$ es muestreada con un tren de impulsos a la frecuencia de Nyquist $\omega_s = \omega_N$, obteniendo así la señal $x[n]$, que es almacenada en un dispositivo electrónico.

   (a) Dibuje la transformada de Fourier de las señales $x_s(t)$, $x_f(t)$ y $x[n]$. (Etiquete correctamente los ejes).

   A la hora de reproducir la señal $x[n]$ almacenada, por un error de sincronización se asume una frecuencia de muestreo $\omega_{s_2} = \omega_s/2$. Esta frecuencia se usará para todo el proceso de interpolación. La señal $x[n]$ se pasa por un conversor de deltas discretas a continuas (usando ω_{s_2}), dando lugar a la señal $x_{p_2}(t)$. A partir de esta señal, mediante un proceso de interpolación, se reconstruye la señal continua $x_{f_2}(t)$.

   (b) Dibuje la transformada de Fourier de la señal muestreada continua $x_{p_2}(t)$ y de la señal reconstruida $x_{f_2}(t)$.

   (c) ¿Qué relación existe entre $x_{f_2}(t)$ y $x_f(t)$?