UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ITT SISTEMAS DE TELECOMUNICACIÓN

Tª SEÑAL, COMUNIC. ING. TELEMÁTICA

SISTEMAS LINEALES

11 de Septiembre de 2006

1. **(1 punto)** Estudie las propiedades de memoria, causalidad, linealidad, estabilidad, invarianza temporal e invertibilidad del siguiente sistema, demostrando en cada caso sus respuestas.
$$y(t) = \text{sen}\,(x(2t))$$

2. **(Total 1.5 puntos)** Sea $X(\omega)$ la transformada de Fourier de la señal $x(t)$ representada en la Figura 1. Realizar los siguientes cálculos sin la evaluación explícita de $X(\omega)$.

   a) **(0.3 puntos)** Encuentre $\angle X(\omega)$.

   b) **(0.3 puntos)** Encuentre $X(0)$.

   c) **(0.3 puntos)** Encuentre $\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) d\omega$.

   d) **(0.3 puntos)** Evalúe $\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 \, d\omega$.

   e) **(0.3 puntos)** Dibuje la transformada de Fourier inversa de $\Re\{X(\omega)\}$.

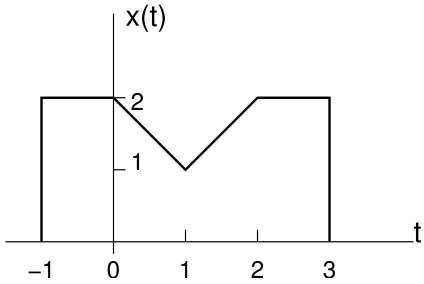

Figura 1:

3. **(Total 2.5 puntos)** Sea $x[n]$ una señal discreta periódica con periodo $N = 4$, y $x[n] = \text{sen}\left(\frac{\pi}{4}n\right)$ para $0 \leq n \leq 3$.

   a) **(1 punto)** Determine los coeficientes a_k de su representación en serie de Fourier.
   NOTA: Se recomienda calcular de manera independiente los coeficientes para cada valor de k.

   b) **(0.75 puntos)** Obtenga y dibuje su transformada de Fourier, $X(\Omega)$.

   c) **(0.75 puntos)** Halle la salida $y[n]$ cuando $x[n]$ es la entrada del sistema LTI cuya respuesta al impulso es:
$$h[n] = \frac{3}{4}\,\text{sinc}\left(\frac{3}{4}n\right) - \frac{1}{4}\,\text{sinc}\left(\frac{1}{4}n\right)$$

4. **(Total 2.5 puntos)** Una cierta señal $x(t)$ tiene la transformada de Fourier siguiente:

$$X(\omega) = \frac{\cos^2(\omega)}{1 + j\omega}$$

a) **(1 punto)** Halle la transformada inversa de $X(\omega)$, es decir, la señal $x(t)$.

b) **(1 punto)** Si $x(t)$ es la entrada de un sistema LTI cuya respuesta al impulso es $h(t) = e^{-2t}u(t)$, obtenga la salida, $y(t)$.

c) **(0.5 puntos)** Calcule $\int_{-\infty}^{\infty} y(t)dt$.

5. **(Total 2.5 puntos)** Considere el sistema mostrado en la Figura 2:

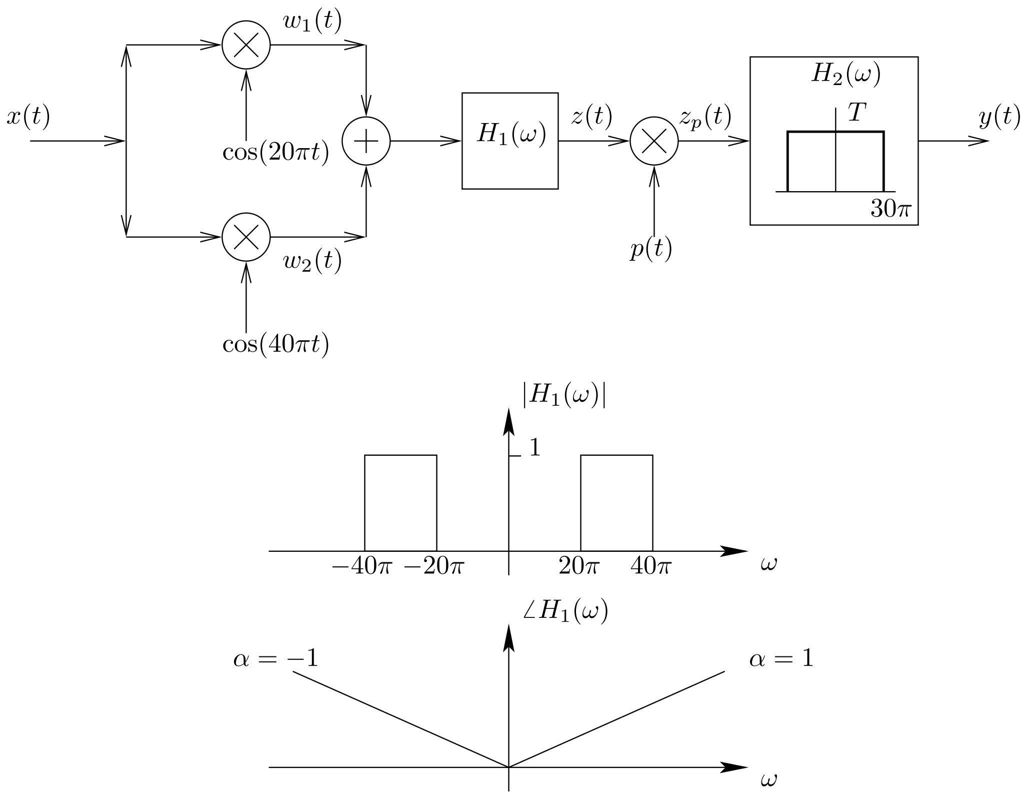

Figura 2:

donde $x(t) = \frac{\text{sen}(10\pi t)}{\pi t}$ y $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT)$, siendo la frecuencia de muestreo $\omega_s = 60\pi$.

a) **(1.5 puntos)** Dibuje las transformadas de Fourier siguientes: $X(\omega)$, $W_1(\omega)$, $W_2(\omega)$, $Z(\omega)$, $P(\omega)$, $Z_p(\omega)$ e $Y(\omega)$.

b) **(1 punto)** Obtenga la señal de salida, $y(t)$.