Sistemas Lineales

Tema 1. Problemas

1. Exprese cada uno de los siguientes números complejos en forma cartesiana $(x + jy)$: $\frac{1}{2}e^{j\pi}$, $\frac{1}{2}e^{-j\pi}$, $e^{j\pi/2}$, $e^{-j\pi/2}$, $e^{j5\pi/2}$, $\sqrt{2}e^{j\pi/4}$, $\sqrt{2}e^{j9\pi/4}$, $\sqrt{2}e^{-j9\pi/4}$, $\sqrt{2}e^{-j\pi/4}$.

2. Determine la potencia media y la energía de cada una de las siguientes señales:

   (a) $x_1(t) = e^{-2t}u(t)$

   (b) $x_2(t) = e^{j(2t+\pi/4)}$

   (c) $x_3(t) = \cos(t)$

   (d) $x_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$

   (e) $x_2[n] = e^{j(\pi/2n+\pi/8)}$

   (f) $x_3[n] = \cos(\frac{\pi}{4}n)$

3. Sea $x[n]$ una señal tal que $x[n] = 0$ para $n < -2$ y $n > 4$. Determine los intervalos de n para los que serán cero las siguientes señales:

   (a) $x[n-3]$ (b) $x[n+4]$

   (c) $x[-n]$ (d) $x[-n+2]$

   (e)$x[-n-2]$

4. Sea $x(t)$ una señal con $x(t) = 0$ para $t < 3$. Determine los valores de t para los que las siguientes señales son cero:

   (a) $x(1-t)$

   (b) $x(1-t) + x(2-t)$

   (c) $x(1-t)x(2-t)$

   (d) $x(3t)$

   (e) $x(t/3)$

5. Determine si cada una de las siguientes señales es o no periódica. En caso de serlo, calcule su periodo fundamental:

   (a) $x(t) = 2e^{j(t+\pi/4)}u(t)$

   (b) $x[n] = u[n] + u[-n]$

   (c) $x(t) = 2\cos(3t + \pi/4)$

   (d) $x(t) = e^{j(\pi t-1)}$

   (e) $x[n] = \cos(8\pi n/7 + 2)$

   (f) $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{\delta[n-4k] - \delta[n-1-4k]\}$

   (g) $x(t) = \left[\cos(2t - \frac{\pi}{3})\right]^2$

   (h) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$

   (i) $x(t) = \mathcal{E}v\{\cos(4\pi t)u(t)\}$, donde $\mathcal{E}v\{x(t)\}$ es la parte par de $x(t)$

   (j) $x(t) = \mathcal{O}d\{\cos(4\pi t)u(t)\}$, donde $\mathcal{O}d\{x(t)\}$ es la parte impar de $x(t)$

(k) $x[n] = \mathcal{E}v\{\cos(\pi n/4)u[n]\}$

(l) $x[n] = \mathcal{O}d\{\text{sen}(n/4)u[n]\}$

(m) $x(t) = \mathcal{O}d\{\text{sen}(t/4)u(t)\}$

(n) $x[n] = \cos\left(\frac{11\pi}{2}n - \frac{\pi}{4}\right) e^{j\frac{2\pi}{3}n}$

6. Determine si cada una de las siguientes señales es o no periódica. En caso de serlo, calcule su periodo fundamental:

(a) $x(t) = je^{j10t}$

(b) $x(t) = e^{(-1+j)t}$

(c) $x[n] = e^{j7\pi n}$

(d) $x[n] = 3e^{j3\pi(n+1/2)/5}$

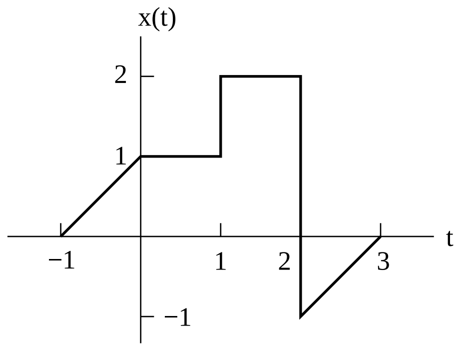
(e) $x[n] = 3e^{j3/5(n+1/2)}$

7. Determine el periodo fundamental de

(a) $x(t) = 2\cos(10t + 1) - \sin(4t - 1)$

(b) $x[n] = 1 + e^{j4\pi n/7} - e^{j2\pi n/5}$

8. Una señal continua $x(t)$ tiene la forma que se muestra en la siguiente figura:



Dibuje y etiquete cada una de las siguientes señales:

(a) $x(t-2)$

(b) $x(1-t)$

(c) $x(2t+2)$

(d) $x(2-t/3)$

(e) $[x(t) + x(2-t)]u(1-t)$

(f) $x(t)[\delta(t+3/2) - \delta(t-3/2)]$

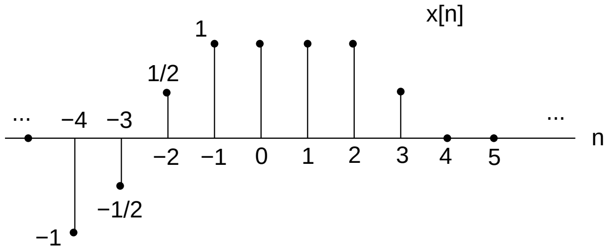
9. A continuación se muestra una señal discreta $x[n]$:

Dibuje y marque cuidadosamente cada una de las siguientes señales:

(a) $x[n-4]$

(b) $x[3-n]$

(c) $x[3n]$



(d) $x[3n+1]$

(e) $x[n/3]$

(f) $x[n]u[3-n]$

(g) $x[n-2]\delta[n-2]$

(h) $\frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{2}(-1)^n x[n]$

10. En el siguiente problema se exploraran varias propiedades de las señales pares e impares.

   (a) Demuestre que si $x[n]$ es una señal impar, entonces

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] = 0$$

   (b) Demuestre que si $x_1[n]$ es impar y $x_2[n]$ es par, entonces $x_1[n]x_2[n]$ es impar.

   (c) Sea $x[n]$ una señal arbitraria con partes par e impar denotadas por $x_e[n]$ y $x_o[n]$ respectivamente. Demuestre que

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_e^2[n] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_o^2[n]$$

11. Demuestre las mismas propiedades que en el problema anterior para señales continuas.

12. Se ha estudiado que los sistemas pueden tener alguna de las siguientes propiedades: Memoria, Invarianza temporal, Linealidad, Causalidad, Estabilidad, Invertibilidad.

   Determine para cada uno de los siguientes sistemas qué propiedades se cumplen y cuáles no, justificando sus respuestas:

   (a) $y(t) = e^{x(t)}$

   (b) $y[n] = x[n]x[n-1]$

   (c) $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

   (d) $y[n] = x[-n]$

   (e) $y[n] = x[n-2] - 2x[n-17]$

   (f) $y(t) = x(t-1) - x(1-t)$

   (g) $y(t) = [\sin(6t)]x(t)$

   (h) $y[n] = \sum_{k=n-2}^{n+4} x[k]$

(i) $y[n] = nx[n]$

(j) $y(t) = \int_{-\infty}^{3} x(\tau)d\tau$

(k) $y(t) = \begin{cases} 0 & x(t) < 0 \\ x(t) + x(t-100) & x(t) \geq 0 \end{cases}$

(l) $y(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ x(t) + x(t-100) & t \geq 0 \end{cases}$

(m) $y[n] = \begin{cases} x[n] & n \geq 1 \\ 0 & n = 0 \\ x[n+1] & n \leq 1 \end{cases}$

(n) $y[n] = \begin{cases} x[n] & n \geq 1 \\ 0 & n = 0 \\ x[n] & n \leq 1 \end{cases}$

(o) $y(t) = x(t/2)$

(p) $y[n] = x[2n]$

(q) $y(t) = u(x(t))$, donde $u(t)$ es la función escalón

(r) $y(t) = \sin(x(2t))$

(s) $y[n] = \begin{cases} x]n/2], & n \text{ par}, \\ 1, & n \text{ impar}. \end{cases}$

13. De un sistema se sabe que para entrada $x(t) = 2^t$ produce salida $y(t) = t2^t$. Indique si dicho sistema puede ser LTI.

14. Problemas de ampliación: Oppenheim (2^{a} edición) capítulo 1, problemas: 13, 15, 23, 24, 30, 38, 41.