Sistemas Lineales

Tema 1. Problemas (v2.0)

1. Determine la potencia media y la energía de cada una de las siguientes señales:

   a) $x_1(t) = e^{-2t}u(t)$
   b) $x_2(t) = e^{j(2t+\pi/4)}$
   c) $x_3(t) = \cos(t)$
   d) $x_1[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$
   e) $x_2[n] = e^{j(\pi/2n+\pi/8)}$
   f) $x_3[n] = \cos(\frac{\pi}{4}n)$

2. Sea la señal $x(t) = e^{-3t}\,(2\;u(t+1) - u(t-1))$. Calcule el valor de pico, la potencia instantánea, la energía y la potencia media de $x(t)$. Razone si se trata de una señal periódica (en caso afirmativo, determine su periodo).

3. Sea $x[n]$ una señal tal que $x[n] = 0$ para $n < -2$ y $n > 4$. Determine los intervalos de n para los que serán cero las siguientes señales:

   (a) $x[n-3]$ (b) $x[n+4]$
   (c) $x[-n]$ (d) $x[-n+2]$
   (e)$x[-n-2]$

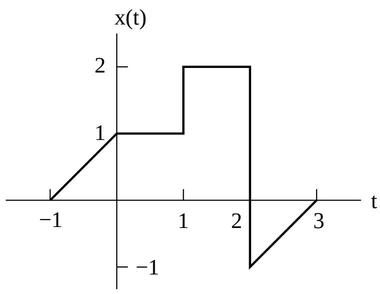
4. Sea $x(t)$ una señal con $x(t) = 0$ para $t < 3$. Determine los valores de t para los que las siguientes señales son cero:

   a) $x(1-t)$
   b) $x(1-t) + x(2-t)$
   c) $x(1-t)x(2-t)$
   d) $x(3t)$
   e) $x(t/3)$

5. Sea la señal $x(t) = e^{-2|t|}\,(1 - u(t) + u(t-1))$. Calcule y dibuje:

   a) $x\left(\frac{-7t-3}{5} + 2\right)$
   b) La parte par y la parte impar de $x(t)$.
   c) La parte hermítica y la parte antihermítica de $x(t)$.
   d) La potencia instantánea de la señal. (Calcule además su Energía, su valor de pico, su valor medio y su potencia media).

6. Sea la señal $x(t)$



Calcule y dibuje:

a) $x\left(\frac{7t-3}{5}+2\right)$ y $x\left(\frac{4-3t}{2}+7\right)$.
b) La parte par y la parte impar de $x(t)$.
c) La potencia instantánea de la señal. (Calcule además su Energía, su valor de pico, su valor medio y su potencia media).

7. Determine si cada una de las siguientes señales es o no periódica. En caso de serlo, calcule su periodo fundamental:

   a) $x(t) = 2e^{j(t+\pi/4)}u(t)$
   b) $x[n] = u[n] + u[-n]$
   c) $x(t) = 2\cos(3t + \pi/4)$
   d) $x(t) = e^{j(\pi t-1)}$
   e) $x[n] = \cos(8\pi n/7 + 2)$
   f) $x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \{\delta[n-4k] - \delta[n-1-4k]\}$
   g) $x(t) = \left[\cos(2t - \frac{\pi}{3})\right]^2$
   h) $x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)$
   i) $x(t) = \mathcal{E}v\{\cos(4\pi t)u(t)\}$, donde $\mathcal{E}v\{x(t)\}$ es la parte par de $x(t)$
   j) $x(t) = \mathcal{O}d\{\cos(4\pi t)u(t)\}$, donde $\mathcal{O}d\{x(t)\}$ es la parte impar de $x(t)$
   k) $x[n] = \mathcal{E}v\{\cos(\pi n/4)u[n]\}$
   l) $x[n] = \mathcal{O}d\{\text{sen}(n/4)u[n]\}$
   m) $x(t) = \mathcal{O}d\{\text{sen}(t/4)u(t)\}$
   n) $x[n] = \cos\left(\frac{11\pi}{2}n - \frac{\pi}{4}\right)e^{j\frac{2\pi}{3}n}$

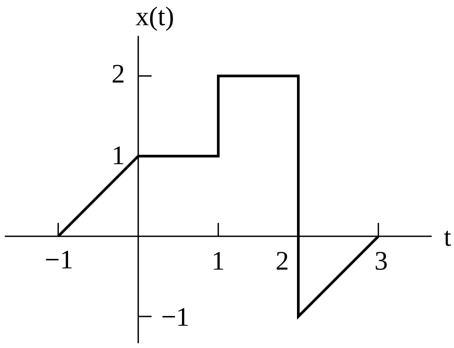
8. Determine si cada una de las siguientes señales es o no periódica. En caso de serlo, calcule su periodo fundamental:

   a) $x(t) = je^{j10t}$
   b) $x(t) = e^{(-1+j)t}$
   c) $x[n] = e^{j7\pi n}$
   d) $x[n] = 3e^{j3\pi(n+1/2)/5}$
   e) $x[n] = 3e^{j3/5(n+1/2)}$

9. Determine el periodo fundamental de

   a) $x(t) = 2\cos(10t+1) - \sin(4t-1)$
   b) $x[n] = 1 + e^{j4\pi n/7} - e^{j2\pi n/5}$

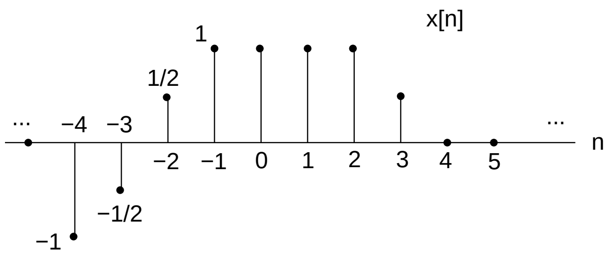
10. Una señal continua $x(t)$ tiene la forma que se muestra en la siguiente figura:



Dibuje y etiquete cada una de las siguientes señales:

a) $x(t-2)$
b) $x(1-t)$
c) $x(2t+2)$
d) $x(2-t/3)$
e) $[x(t)+x(2-t)]u(1-t)$
f) $x(t)[\delta(t+3/2)-\delta(t-3/2)]$

11. A continuación se muestra una señal discreta $x[n]$:



Dibuje y marque cuidadosamente cada una de las siguientes señales:

a) $x[n-4]$
b) $x[3-n]$
c) $x[3n]$
d) $x[3n+1]$
e) $x[n/3]$
f) $x[n]u[3-n]$
g) $x[n-2]\delta[n-2]$
h) $\frac{1}{2}x[n]+\frac{1}{2}(-1)^n x[n]$

12. En el siguiente problema se exploraran varias propiedades de las señales pares e impares.

a) Demuestre que si $x[n]$ es una señal impar, entonces

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] = 0$$

b) Demuestre que si $x_1[n]$ es impar y $x_2[n]$ es par, entonces $x_1[n]x_2[n]$ es impar.

c) Sea $x[n]$ una señal arbitraria con partes par e impar denotadas por $x_e[n]$ y $x_o[n]$ respectivamente. Demuestre que

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x^2[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_e^2[n] + \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_o^2[n]$$

13. Demuestre las mismas propiedades que en el problema anterior para señales continuas.

14. Se ha estudiado que los sistemas pueden tener alguna de las siguientes propiedades: Memoria, Invarianza temporal, Linealidad, Causalidad, Estabilidad, Invertibilidad.

    Determine para cada uno de los siguientes sistemas qué propiedades se cumplen y cuáles no, justificando sus respuestas:

    a) $y(t) = e^{x(t)}$

    b) $y[n] = x[n]x[n-1]$

    c) $y(t) = \frac{dx(t)}{dt}$

    d) $y[n] = x[-n]$

    e) $y[n] = x[n-2] - 2x[n-17]$

    f) $y(t) = x(t-1) - x(1-t)$

    g) $y(t) = [\sin(6t)]x(t)$

    h) $y[n] = \sum_{k=n-2}^{n+4} x[k]$

    i) $y[n] = nx[n]$

    j) $y(t) = \int_{-\infty}^{3} x(\tau)d\tau$

    k) $y[n] = \begin{cases} x[n] & n \geq 1 \\ 0 & n = 0 \\ x[n+1] & n \leq 1 \end{cases}$

    l) $y[n] = \begin{cases} x[n] & n \geq 1 \\ 0 & n = 0 \\ x[n] & n \leq 1 \end{cases}$

    m) $y(t) = x(t/2)$

    n) $y[n] = x[2n]$

15. De un sistema se sabe que para entrada $x(t) = 2^t$ produce salida $y(t) = t2^t$. Indique si dicho sistema puede ser LTI.

16. Problemas de ampliación: Oppenheim (2ª edición) capítulo 1, problemas: 13, 15, 23, 24, 30, 38, 41.

17. Libro de problemas de la asignatura: Problemas del tema 1.