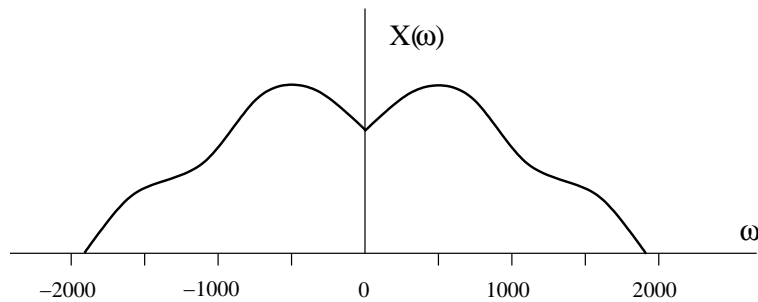


SISTEMAS LINEALES
TEMA 7. PROBLEMAS DE FILTRADO

1. Determine la respuesta al impulso en el dominio de la frecuencia y en el dominio temporal de los siguientes filtros ideales:
 - (a) Filtro paso-bajo continuo con frecuencia de corte 25 kHz.
 - (b) Filtro paso-bajo discreto con frecuencia de corte $\Omega = \pi/6$.
 - (c) Filtro paso-alto continuo con frecuencia de corte 50 MHz.
 - (d) Filtro paso-alto discreto con frecuencia de corte $\Omega = 6\pi/7$
 - (e) Filtro paso-banda continuo para la banda comprendida entre 5 MHz y 6.3 MHz.
 - (f) Filtro paso-banda discreto para la banda comprendida entre $0.75\pi \leq \Omega < 0.85\pi$.

2. Diseñe un filtro continuo ideal sin fase ($\alpha = 0$) que elimine todas las frecuencia superiores a 1 MHz. Halle la respuesta en frecuencia y la respuesta al impulso de dicho filtro. A continuación filtre las siguientes señales:
 - (a) $x_1(t) = \cos(2\pi 1500t)$
 - (b) $x_2(t) = \cos(2\pi 10^7 t)$
 - (c) $x_3(t) = (\cos(2\pi 1500t)) \cos(2\pi 10^6 t)$

3. Sea la señal $x(t)$ cuya transformada de Fourier se muestra en la siguiente figura:



Dibuje la transformada de Fourier de la señal filtrada $y(t)$ para los siguientes filtros:

- (a) Filtro paso-bajo con frecuencia de corte $\omega = 500$.
- (b) Filtro paso-bajo con frecuencia de corte $\omega = 1000$.
- (c) Filtro paso-alto con frecuencia de corte $\omega = 500$.
- (d) Filtro paso-alto con frecuencia de corte $\omega = 1000$.
- (e) Filtro paso-bajo con frecuencia de corte $\omega = 2000$.
- (f) Filtro paso-banda para la banda $500 \leq |\omega| \leq 1500$.

4. Un filtro paso-bajo ideal tiene frecuencia de corte $\omega = 2\pi 40$ y fase lineal con $\alpha = -1$. Filtre las siguientes señales:

- (a) $x(t) = \cos(2\pi 30t)$
- (b) $x(t) = e^{-t}u(t)$
- (c) $x(t) = (\cos(2\pi 30t)) * ((\cos(2\pi 300t)))$
- (d) $x(t) = \delta(t)$
- (e) $x(t) = e^{j2\pi 30t}$
- (f) $x(t) = e^{j2\pi 50t}$

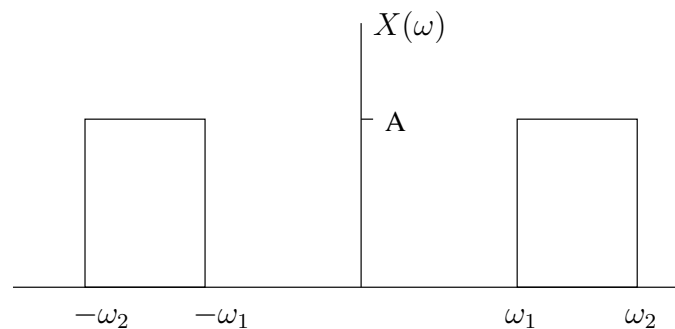
5. Dibuje un filtro paso-bajo que cumpla las siguientes propiedades:

- Rizado de la banda de paso 0.05
- Rizado de la banda atenuada 0.1
- Borde de la banda de paso 10 MHz.
- Borde de la banda de transición 10.1 MHz.

6. Cierta sistema de transmisión no ideal presenta un comportamiento no totalmente lineal, de modo que en lugar de enviar la señal $x(t)$, envía la señal

$$x_2(t) = x(t) + \frac{1}{2}x^2(t)$$

Se sabe que $x(t)$ tiene el espectro de la figura (A es un número real y positivo).



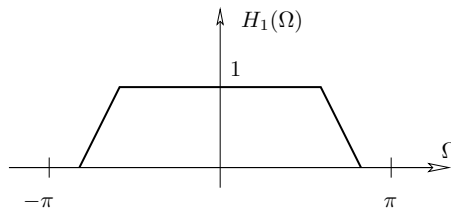
- (a) Represente la Transformada de Fourier de $x_2(t)$, sabiendo que $\omega_1 = 8\pi$ y $\omega_2 = 12\pi$.
 - (b) Proponga un sistema LTI que permita recuperar $x(t)$ a partir de $x_2(t)$.
 - (c) Calcule la relación que han de cumplir ω_1 y ω_2 para garantizar que $x(t)$ puede ser recuperada a partir de $x_2(t)$.
7. Sea la señal continua periódica con periodo $T_0 = 1$, y $x(t) = \sin(\pi t)$ para $0 \leq t \leq 1$.
- (a) Determine los coeficientes a_k de su representación en serie de Fourier.
 - (b) Obtenga y dibuje su transformada de Fourier, $X(\omega)$, entre $-7\pi \leq \omega \leq 7\pi$.
 - (c) Halle la salida $y(t)$ cuando $x(t)$ es la entrada a un filtro paso-bajo ideal de frecuencia de corte 3π y ganancia unitaria.

8. Sea $x[n]$ una señal discreta periódica con periodo $N = 4$, y $x[n] = \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$ para $0 \leq n \leq 3$.

- (a) Determine los coeficientes a_k de su representación en serie de Fourier.
NOTA: Se recomienda calcular de manera independiente los coeficientes para cada valor de k .
- (b) Obtenga y dibuje su transformada de Fourier, $X(\Omega)$.
- (c) Halle la salida $y[n]$ cuando $x[n]$ es la entrada del sistema LTI cuya respuesta al impulso es:

$$h[n] = \frac{3}{4} \operatorname{sinc}\left(\frac{3}{4}n\right) - \frac{1}{4} \operatorname{sinc}\left(\frac{1}{4}n\right)$$

9. Un filtro paso-bajo discreto $h_1[n]$ tiene por transformada de Fourier $H_1(\Omega)$. Un periodo de dicha señal tiene la forma:



Calcule y dibuje $H_2(\Omega)$, siendo $h_2[n] = (-1)^n h_1[n]$. ¿Qué clase de filtro es $h_2[n]$?

10. Considere la señal $x(t) = |\sin(\pi t)|$

- (a) Obtenga su transformada de Fourier, $X(\omega)$, y represéntela para $|\omega| \leq 7\pi$.
- (b) Considere el sistema de la figura inferior, donde la transformada de Fourier de la respuesta al impulso $h(t)$ es:

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq 5\pi \\ 0, & |\omega| > 5\pi \end{cases}$$

Determine la salida del sistema, $z(t)$, siendo $y(t) = \frac{4}{3\pi} \cos(2\pi t)$.

