

SISTEMAS LINEALES

TEMA 6. PROBLEMAS

1. Determine la transformada de Laplace y la región de convergencia asociada de cada una de las siguientes señales. Dibuje el diagrama de polos y ceros.

- (a) $e^{-at}u(t)$, $a < 0$
- (b) $-e^{at}u(-t)$, $a > 0$
- (c) $e^{at}u(t)$, $a > 0$
- (d) $e^{-a|t|}$, $a > 0$
- (e) $u(t)$
- (f) $\delta(t - t_0)$
- (g) $\sum_{k=0}^{\infty} a^k \delta(t - kT)$
- (h) $te^{-at}u(t)$, $a > 0$
- (i) $\cos(\omega_0 t + \phi)u(t)$

2. Determine la función $x(t)$ a partir de las siguientes transformadas de Laplace $X(s)$:

- (a) $\frac{1}{s+1}$, $\Re\{s\} > -1$
- (b) $\frac{1}{s+1}$, $\Re\{s\} < -1$
- (c) $\frac{s}{s^2+4}$, $\Re\{s\} > 0$
- (d) $\frac{s+1}{s^2+5s+6}$, $\Re\{s\} > -2$
- (e) $\frac{s+1}{s^2+5s+6}$, $\Re\{s\} < -3$
- (f) $\frac{s^2-s+1}{s^2(s-1)}$, $0 < \Re\{s\} < 1$
- (g) $\frac{s^2-s+1}{s^2(s-1)}$, $-1 < \Re\{s\}$
- (h) $\frac{s+1}{(s+1)^2+4}$, $\Re\{s\} > 1$

3. Considere un sistema LTI con entrada $x(t) = e^{-t}u(t)$ y respuesta al impulso $h(t) = e^{-2t}u(t)$.

- (a) Determine la transformada de Laplace de $x(t)$ y $h(t)$.
- (b) Usando la propiedad de convolución, determine la transformada de Laplace $Y(s)$ de la salida $y(t)$.
- (c) Calcule $y(t)$ a partir de $Y(s)$.
- (d) Verifique el resultado convolucionando $x(t)$ con $h(t)$.

4. Considere un sistema LTI continuo en el que la entrada y la salida están relacionados mediante la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} - \frac{dy(t)}{dt} - 2y(t) = x(t)$$

- (a) Determine la transformada de Laplace de la respuesta al impulso del sistema, $H(s)$. Dibuje el diagrama de polos y ceros de $H(s)$.
- (b) Determine $h(t)$ para cada uno de los siguientes casos:
- El sistema es estable.
 - El sistema es causal.
 - El sistema no es causal ni estable.

5. Un sistema LTI causal con respuesta al impulso $h(t)$ tiene las siguientes propiedades:

- Cuando la entrada es $x(t) = e^{2t}$ para todo t , la salida es $y(t) = \left(\frac{1}{6}\right)e^{2t}$ para todo t .
- $h(t)$ satisface la siguiente ecuación

$$\frac{dh(t)}{dt} + 2h(t) = (e^{-4t})u(t) + bu(t)$$

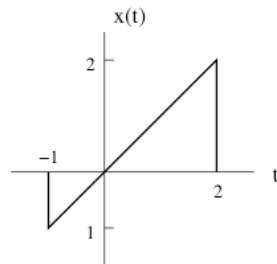
donde b es una constante desconocida. Determine $H(S)$. La constante b no debe aparecer en la respuesta.

6. (De Examen de Feb. de 2007) La transformada de Laplace de un cierto sistema descrito mediante ecuaciones diferenciales es

$$H(s) = \frac{2s + 5}{s + 2} \quad (1)$$

- Determine la ecuación diferencial que describe el sistema.
- Suponiendo que el sistema es estable, calcule su respuesta al impulso, $h(t)$.
- Obtenga la salida del sistema (de nuevo suponiéndolo estable) cuando la entrada es $x(t) = e^{-t}u(t)$.
- Para la misma entrada, calcule la salida del sistema si éste es ahora anticausal.

7. (De Examen de Feb. de 2005) Sea la señal $x(t)$ de la siguiente figura



- Calcule su transformada de Laplace.
- Cuando la entrada es $x(t)$ calcule la salida del sistema de?nido mediante la siguiente ecuación diferencial

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 4\pi \frac{dy(t)}{dt} = 4\pi^2 \frac{d^2x(t)}{dt^2} \quad (2)$$

(Considere la solución estable).

8. Problemas de ampliación: Oppenheim (2ª edición): 9.1 a 9.20.