Sistemas Lineales

Curso 2010/11: Problema para entregar 1. Soluciones

Sea la señal

$$x(t) = e^{-2|t|}\left(1 - u(t) + u(t-1)\right)$$

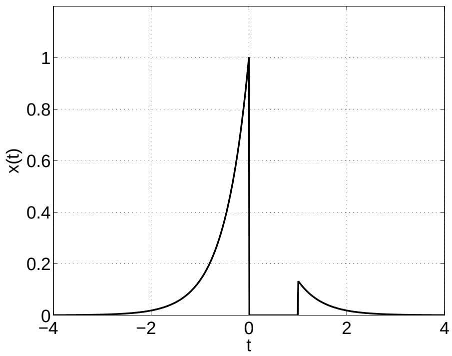
Calcule y dibuje:

1.-x $\left(\frac{-7t-3}{5} + 2\right)$

La señal que nos dan es equivalente a la señal

$$x(t) = e^{2t}u(-t) + e^{-2t}u(t-1)$$

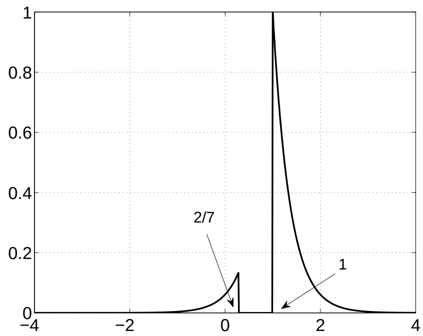
tal y como se muestra a continuación:



La transformación de variable independiente que se pide es equivalente a:

$$x\left(\frac{-7t-3}{5} + 2\right) = x\left(-\frac{7}{5}t + \frac{7}{5}\right)$$

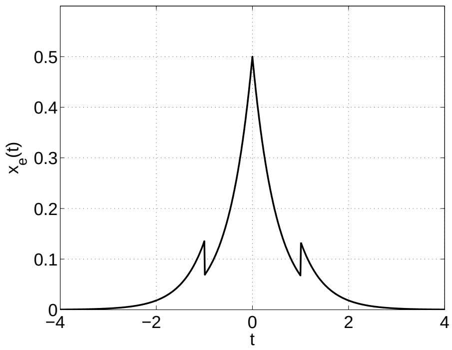
Puede hacerse de diversas formas, pero básicamente consiste en un abatimiento, un desplazamiento y un escalado:



2.-La parte par y la parte impar de $x(t)$.

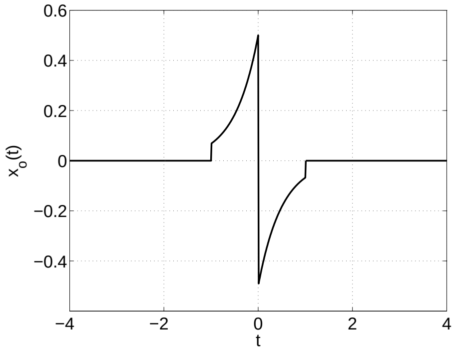
La parte par se define como

$$\begin{aligned} x_e(t) &= \frac{x(t) + x(-t)}{2} \\ &= \frac{1}{2}\left[e^{2t}\left(u(-t) + u(-t-1)\right) + e^{-2t}\left(u(t) + u(t-1)\right)\right] \end{aligned}$$



La parte impar se define como

$$
\begin{aligned}
x_o(t) &= \frac{x(t) - x(-t)}{2} \\
&= \frac{1}{2}\left[e^{2t}\left(u(-t) - u(-t-1)\right) + e^{-2t}\left(u(t) - u(t-1)\right)\right]
\end{aligned}
$$



3.- La parte hermítica y la parte antihermítica de $x(t)$.

Dado que la señal es real, la parte hermítica coincide con la parte par, y la antihermítica con la parte impar.

4.- La potencia instantánea de la señal. (Calcule además su Energía, su valor de pico, su valor medio y su potencia media).

$$P_i(t) = |x(t)|^2 = e^{4t}u(-t) + e^{-4t}u(t-1)$$

$$E_\infty = \int_{-\infty}^{\infty} P_i(t)dt = \frac{1 + e^{-4}}{4}$$

$$P_{AV} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} P_i(t)dt = 0$$

$$x_p = \max\{x(t)\} = 1$$

$$x_{AV} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} x(t)dt = 0$$

5.- La convolución $y(t) = x(t) * x(t)$.

$$y(t) = x(t) * x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{2(t-2)} - te^{2t} & t \leq 0 \\ \frac{1}{2}e^{2(t-2)} & 0 < t \leq 1 \\ \frac{1}{2}e^{-2t} & 1 < t \leq 2 \\ e^{-2t}(t - 3/2) & t > 2 \end{cases}$$