



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

E.T.S.I. TELECOMUNICACIÓN

TRABAJO FIN DE GRADO

GRADO EN INGENIERÍA DE TECNOLOGÍAS DE TELECOMUNICACIÓN

**Estimación de los patrones de ruido no
estacionarios en imágenes de resonancia
magnética en paralelo**

Autor:

D. Álvaro Morales Vicente

Tutor:

D. Santiago Aja Fernández

Valladolid, 30 de Julio de 2014

TÍTULO: Estimación de los patrones de ruido no estacionarios en imágenes de resonancia magnética en paralelo

AUTOR: D. Álvaro Morales Vicente

TUTOR: D. Santiago Aja Fernández

DEPARTAMENTO: Departamento de Teoría de la Señal y Comunicaciones e Ingeniería Telemática

TRIBUNAL

PRESIDENTE: D. Carlos Alberola López

VOCAL: D. Marcos Martín Fernández

SECRETARIO D. Santiago Aja Fernández

SUPLENTE D. Rodrigo de Luis García

SUPLENTE D. Luis Miguel San José Revuelta

FECHA: 30 de Julio de 2014

CALIFICACIÓN:

RESUMEN

La imagen por resonancia magnética (MRI) es una importante herramienta de diagnóstico en medicina. Pero estas imágenes se ven afectadas por varias fuentes de ruido que reducen su calidad. Una buena estimación de las características del ruido es un aspecto de gran importancia en MRI ya que se utilizan posteriormente como parámetros en varios algoritmos de procesamiento. Tradicionalmente, el ruido en MRI se ha modelado como un proceso estacionario, asumiendo que su potencia no varía con la posición.

Sin embargo, con las técnicas modernas de escaneado, como la reconstrucción en paralelo con SENSE, los modelos estacionarios ya no son correctos, por lo que se hace necesario proponer estimadores que tengan en cuenta la no estacionariedad de estos parámetros. Por otra parte, en las etapas intermedias en MRI, el ruido se puede describir de forma precisa mediante un proceso de ruido blanco gaussiano aditivo (AWGN) de media cero. De esta forma, considerando que es posible acceder a la información en este punto se puede utilizar un modelo gaussiano.

En este TFG, se proponen diferentes estimadores con el objetivo de describir patrones de ruido modelados como distribuciones gaussianas no estacionarias, como las que afectarían en SENSE. En particular, se propone la implementación de un estimador de máxima verosimilitud (ML) local así como métodos de mejora, tales como el ajuste por mínimos cuadrados, la utilización de máscara o la detección de bordes. Además, se pone a prueba mediante simulación el comportamiento de los estimadores propuestos en diferentes escenarios.

PALABRAS CLAVE

Estimación de ruido, MRI en paralelo, SENSE, mapa de ruido no estacionario, ruido gaussiano, estimador ML local.

ABSTRACT

Magnetic Resonance Imaging (MRI) is an important tool in medical diagnosis. Images in magnetic resonance are affected by several sources of noise which reduce the quality. The proper estimation of the features of noise is a task of paramount importance in MRI since they are key parameters in many post-processing algorithms. Traditionally, the noise in MRI has been modeled as a stationary process, it assumes that the power do not vary with the position.

However, with the modern scanning techniques such as parallel reconstruction in SENSE, the stationary model is no longer true. It is necessary to propose estimators that take into account the non-stationarity of these parameters. Furthermore, in intermediate stages in MRI, the noise can be accurately described by an Additive White Gaussian Noise (AWGN) process with zero mean. In this way, if it is possible to access to this data, we can use a Gaussian model.

This work propose different estimators with the aim of describing noise patterns modeled as non-stationary Gaussian distributions, as they would affect in SENSE. In particular, it is proposed the implementation of a local maximum likelihood (ML) estimator as well as improvement methods, such as least squares adjustment, use of masks or edge detection. Moreover, we test through simulation the performance of the proposed estimators under different scenarios.

KEYWORDS

Noise estimation, parallel MRI, SENSE, non-stationary noise map, Gaussian noise, local ML estimator.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría dar las gracias a mi tutor Santiago Aja Fernández por su ayuda y guía durante la realización de este Trabajo Fin de Grado. Sin su orientación no habría podido realizarlo.

Por otra parte, agradecer a la Universidad de Valladolid y a la ETSIT por brindarme la oportunidad de estudiar esta carrera así como a todos los profesores y compañeros que han contribuido a mi formación académica durante estos cuatro años.

Por último, y no menos importante, agradecer a mis padres y mi hermana su apoyo en todo momento a lo largo de toda la carrera. A todos ellos, y muchas más personas que no he mencionado y han estado ahí, gracias.

Índice General

Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.2. Estructura de la memoria.....	3
Conocimientos previos.....	5
2.1. Fundamentos de la imagen por Resonancia Magnética Nuclear.....	5
2.1.1. Principios físicos	6
2.1.2. Adquisición de imágenes por RM.....	8
2.2. Técnicas pMRI	10
2.2.1 SENSitivity Encoding (SENSE)	12
2.2.2 GeneRalized Autocalibrating Partially Parallel Acquisitions (GRAPPA).....	13
Ruido en resonancia magnética	15
3.1. Modelos de ruido en MRI.....	16
3.1.1 Sistemas de una bobina. Ruido Rician.....	17
3.1.2. Sistemas de múltiples bobinas sin aceleración	18
3.2. Modelos de ruido en pMRI.....	19
3.2.1. SENSE. Mapas de ruido no estacionario	19
3.3. Modelo gaussiano	21
Solución al problema. Estimadores	23
4.1. Estimador de máxima verosimilitud (ML)	24
4.1.1. ML para múltiples muestras de un píxel	24
4.1.2. ML local para varias imágenes	25
4.1.3. ML local para una única imagen.....	26
4.2. Mejoras.....	27
4.2.1. Estimador de mínimos cuadrados (LS).....	27
4.2.2. Filtrado paso bajo.....	29
4.2.3. Máscaras	30
4.2.4. Detección de bordes	30
Experimentos y resultados	31
5.1. Múltiples adquisiciones de la misma imagen.....	32
5.2. Múltiples adquisiciones de imágenes distintas.....	36

5.3. Adquisición de una sola imagen.....	43
Conclusiones y líneas futuras.....	49
6.1. Conclusiones.....	50
6.2. Líneas futuras	51
Bibliografía.....	53
Apéndice A.....	55

Capítulo 1

Introducción

La imagen por resonancia magnética (*Magnetic Resonance Imaging, MRI*) es una técnica no invasiva de imágenes médicas usada en radiología para investigar la anatomía y fisiología del cuerpo humano. Desde su aplicación al campo de la medicina a principios de los años 80, se ha convertido en una importante herramienta de diagnóstico. Una de sus grandes ventajas es el hecho de que no emite ningún tipo de radiación ionizante, por lo que se puede utilizar con mujeres embarazadas o repetir varias veces sin peligro de efectos secundarios. Utiliza el fenómeno de la resonancia magnética nuclear para obtener información sobre la estructura y composición del cuerpo a analizar.

Los avances en la investigación dentro del campo de la MRI se han centrado en la mejora de sus prestaciones, tanto desde el punto de vista de la calidad final de la imagen como de la reducción de los tiempos de adquisición. En este contexto, surgieron sistemas con múltiples bobinas receptoras y con ellos las técnicas conocidas como MRI en paralelo (*parallel MRI, pMRI*). Las técnicas pMRI utilizan la información sensible espacialmente procedente del conjunto de receptores para construir la imagen final de forma que permiten reducir los tiempos de adquisición [1], lo que supone una ventaja muy importante. Sin embargo, estos métodos traen consigo una

degradación de la SNR de los datos. Entre las técnicas más utilizadas de pMRI se encuentran SENSE y GRAPPA [1], aunque este trabajo se centrará en la primera.

Las señales en resonancia magnética pueden verse afectadas por diversas fuentes que afectan a la calidad final de las imágenes. El principal origen de degradación es el ruido térmico procedente de los componentes electrónicos. La presencia de patrones ruidosos en las señales adquiridas mediante resonancia magnética es un problema que afecta no solo a la calidad visual de las imágenes, sino que también interfiere en técnicas de procesamiento posteriores como son la segmentación, registro, análisis fMRI o la estimación de tensor en MRI con tensor de difusión [2][3]. Por tanto, es deseable tratar de estudiar cómo afecta el ruido en resonancia magnética de modo que se pueda estimar su impacto.

Los diferentes estudios realizados han tratado de encarar este problema mediante el modelado estadístico [3][4]. La elección de un modelo adecuado de señal y de ruido va a contribuir a la mayor precisión de los resultados. A efectos prácticos, se suele considerar que el ruido recibido por cada bobina receptora en el espacio- k es un proceso de ruido blanco gaussiano aditivo de media cero. En función del número de bobinas receptoras y del procesamiento de los datos, el ruido de las imágenes finales puede seguir diferentes distribuciones. Pero para los datos en las etapas intermedias, es asumible un modelo gaussiano.

Con las técnicas tradicionales de resonancia magnética, las adquisiciones obtenidas se caracterizan por un nivel de ruido constante en toda la imagen. De esta forma, su estimación es más sencilla y se limita a estimar la potencia de ruido que afecta a toda la imagen por igual. Sin embargo, las técnicas pMRI realizan ciertos procesados de los datos que originan distribuciones de ruido no estacionarias que varían en función de la región de la imagen [3][4]. En estos casos, la estimación del ruido se vuelve más compleja y es necesario predecir cómo afecta en función de las coordenadas espaciales, lo que se conoce como mapa de ruido.

1.1. Objetivos

Una vez descrito el contexto del trabajo, el objetivo principal que se trata de conseguir en esta memoria es la **estimación de mapas de ruido no estacionarios que afectan a la adquisición de imágenes**. Para tan fin, se plantean una serie de objetivos previos:

1. Modelado del ruido que aparece en las imágenes. La elección del modelo estadístico de ruido que afecta en las pMRI es imprescindible para poder estimar la degradación que sufren las imágenes [3][4].

2. Propuesta de estimadores para caracterizar las distribuciones de ruido variante espacialmente. En función de la situación y las características de la imagen, pueden ser más válidos unos estimadores frente a otros.
3. Validación de los estimadores mediante simulación. A partir de imágenes de diferentes características, las cuales se van a alterar mediante ruido no estacionario, obtener los estimadores propuestos para poder evaluar la calidad de los mismos en función del error cometido.

1.2. Estructura de la memoria

El presente trabajo está estructurado de la siguiente forma: en el primer capítulo, se ha introducido la problemática que se va a tratar, así como la motivación y los objetivos perseguidos. Seguidamente, en el segundo capítulo se tratan los fundamentos en los que se basa la adquisición de imágenes por Resonancia Magnética centrándose además en las técnicas pMRI. El siguiente paso, estudiado en el capítulo tres, consistirá en el análisis del ruido en resonancia magnética de forma que lleguemos a modelos estadísticos que describan de forma precisa las distribuciones de ruido. En el cuarto capítulo, se proponen una serie de estimadores que permitan predecir cómo afecta el ruido en la imagen para diferentes situaciones, así como técnicas de mejora. Posteriormente, ya en el capítulo cinco se tratará de evaluar la calidad de dichos estimadores a través de la simulación. Finalmente en el capítulo seis, se propondrán las conclusiones obtenidas así como la propuesta de posibles líneas de trabajo futuras.

Capítulo 2

Conocimientos previos

En esta sección se desarrollan los conocimientos previos necesarios para la realización del trabajo. En concreto, se explica el fenómeno físico de la resonancia magnética nuclear y cómo se utiliza para la obtención de imágenes médicas. Por otra parte, se introducen las técnicas pMRI que permiten disminuir los tiempos adquisición. Esto permitirá entender las bases de MRI y pMRI de manera que en el siguiente capítulo se pueda estudiar el efecto de las fuentes de ruido y cómo se puede modelar.

2.1. Fundamentos de la imagen por Resonancia Magnética Nuclear

La imagen por resonancia magnética (MRI) es una técnica de imágenes médica basada en el fenómeno físico de resonancia magnética nuclear (*Nuclear Magnetic Resonance*, NMR), el cual se conoce desde los años cuarenta gracias a los trabajos de Bloch y Purcell. Su aplicación al campo de las imágenes médicas fue llevada a cabo por Paul C. Lauterbur quien realizó la primera imagen NMR. Posteriormente, Peter Mansfield continuó con el desarrollo en este campo.

La NMR consiste en la absorción o emisión de energía electromagnética por los núcleos atómicos bajo un campo magnético estático, tras la excitación de los mismos con otro campo magnético oscilando a una frecuencia apropiada [5].

2.1.1. Principios físicos

El momento angular de protones, electrones o neutrones se conoce como spin. El número de protones de un átomo viene dado por su número atómico. Pues bien, si dicho número de protones es par, los spines se cancelan; pero en caso contrario el núcleo del átomo se va a caracterizar por un momento angular \vec{J} . Por tanto, en NMR los átomos de interés serán aquellos que tengan números atómicos impares. Un núcleo cuyo spin no es nulo, va a crear un campo magnético caracterizado por un momento magnético $\vec{\mu}$.

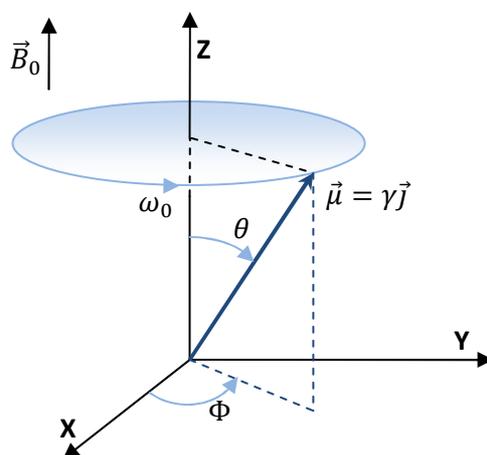


Figura 2.1. Movimiento del momento magnético del spin en tono a \vec{B}_0

Si se tiene un conjunto de núcleos del mismo tipo que forman un sistema de espines, en ausencia de campo magnético externo, los momentos de los átomos están orientados aleatoriamente y no aparece campo magnético neto. Sin embargo, cuando se aplica un campo magnético \vec{B}_0 , los espines se alinean con la dirección de dicho campo y aparecerá una magnetización \vec{M} paralela a \vec{B}_0 . Por simplicidad, consideraremos el campo \vec{B}_0 orientado en la dirección del eje z. El momento magnético de cada spin realiza un movimiento de precesión alrededor de \vec{M} a la frecuencia de resonancia o frecuencia de Larmor ω_0 (figura 2.1):

$$\omega_0 = \gamma \cdot \vec{B}_0 \quad (2.1)$$

donde γ representa la constante giromagnética, que es una propiedad del núcleo y toma un valor diferente para cada tipo de núcleo. Por otra parte, la fase del movimiento de cada spin es aleatoria.

Existen dos posibles orientaciones del momento magnético: paralela, la cual se corresponde con un estado de baja energía; y la antiparalela correspondiente a un estado de alta energía. Se pasará del estado de baja al de alta energía si se absorbe un fotón con la frecuencia determinada (figura 2.2).

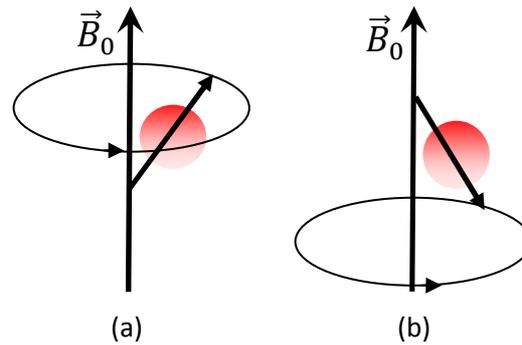


Figura 2.2: (a) Estado de baja energía y (b) estado de alta energía

El vector de magnetización \vec{M} tendrá por tanto tan sólo componente M_z por ser paralelo a \vec{B}_0 . Si en esta situación, se emite un pulso de RF llamado $\vec{B}_1(t)$ oscilando a la frecuencia de Larmor, los momentos magnéticos pasan del estado de baja energía al de alta energía y se reduce la componente M_z . Debido a $\vec{B}_1(t)$ se produce además una coherencia de fase entre los spines, de manera que aparecerá una componente de magnetización transversal M_{xy} en el plano XY, que rotará en torno al eje Z a la frecuencia de Larmor.

Como resultado, aparece un campo magnético \vec{B}_{eff} alineado con los ejes X o Y, de tal manera que los spines se alinearán con este campo y formarán un ángulo α con \vec{B}_0 . El valor de dicho ángulo se puede controlar mediante la duración del pulso $\vec{B}_1(t)$, la cual se representara por τ . En el momento en el que desaparece $\vec{B}_1(t)$, los spines liberarán la energía absorbida y volverán a colocarse paralelos a \vec{B}_0 . Este proceso se conoce como relajación. La energía emitida durante dicho proceso puede ser captada por bobinas receptoras en las que la energía electromagnética inducirá cierto voltaje.

El tiempo que tarda la componente longitudinal M_z en volver a su estado original es T_1 .

$$M_z = M_{z0} \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}}\right) \tag{2.2}$$

donde M_{z0} es la magnitud de la componente longitudinal del momento magnético en el estado de equilibrio. Por su parte, T_2 hace referencia al tiempo que tarda la componente transversal en volver a su estado original.

2.1.2. Adquisición de imágenes por RM

Los sistemas de resonancia magnética tienen principalmente tres componentes: un imán, que generará el campo \vec{B}_0 , un sistema de RF, que mediante bobinas genera el campo $\vec{B}_1(t)$ y capta la señal de NMR, y un sistema de gradientes, que consiste en varias bobinas que producen campos magnéticos variables, necesarios para localizar el origen espacial de las señales recibidas. La adquisición de la imagen se puede dividir en dos partes: el primer paso consiste en la excitación de los espines que da como resultado una señal en un espacio de datos, y seguidamente el procesado de dichos datos para reconstruir la señal.

Se pueden distinguir varios tipos de señales emitidas por el sistema, entre las que destacan:

- Free Induction Decay (FID): La señal FID es una señal inducida en el sistema de espines como respuesta transitoria después de ser excitado por pulso de RF $\vec{B}_1(t)$, debido al movimiento de precesión libre del momento magnético que recupera la alineación con el campo \vec{B}_0 . La magnitud de esta señal depende del número total de espines y de la naturaleza de los mismos, mientras que su duración depende de la homogeneidad del campo.
- Ecos de RF: se forman como consecuencia de que un grupo de espines desfasados tiende a recuperar la coherencia de fase, y es máxima cuando dicha coherencia se alcanza. La amplitud de este eco está ponderada por T_2 . Para generar un eco es necesario aplicar dos pulsos de RF separados por un intervalo de tiempo τ . Una de las técnicas más comunes es la secuencia spin-echo que consiste en aplicar un pulso que rote la magnetización 90° al plano transversal. Un tiempo después se aplica otro pulso ahora a 180° que hace que la magnetización se refase produciendo una señal de echo (figura 2.3).

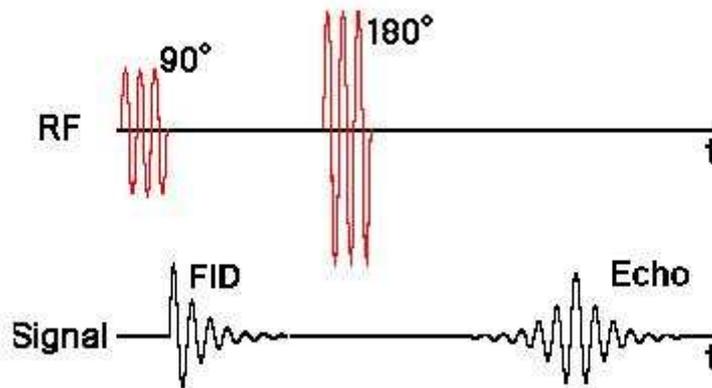


Figura 2.3: Señales emitidas y recibidas en una secuencia spin-echo

Las señales son recibidas por bobinas. Para poder reconstruir una imagen es necesario localizar el origen espacial de cada señal, para lo que se utilizan diferentes gradientes de campo magnético. Esta técnica consiste en superponer un campo magnético que varíe gradualmente y paralelo a \vec{B}_0 consiguiendo así que el campo magnético total sea diferente en cada sección perpendicular. La frecuencia ω_0 variará para cada plano z_p de la forma:

$$\omega_0(z_p) = \gamma \vec{B}_0 + \gamma G_z(z_p) \tag{2.3}$$

donde G_z representa el módulo del gradiente. Por otro lado, cada plano z_p viene definido por dos gradientes G_x y G_y , de tal forma que:

$$\omega_0(x, y, z_p) = \gamma B_0 + \gamma G_x + \gamma G_y + \gamma G_z z_p \tag{2.4}$$

Para un mismo plano z_p , la frecuencia de Larmor será diferente dependiendo de la posición en el eje y . Si se elige apropiadamente la amplitud y duración de G_y , cuando desaparezca el gradiente G_y la frecuencia de Larmor volverá a ser la misma a lo largo de y , pero las fases serán diferentes. La información en el eje y se codificará en fase. Por su parte, para identificar la posición en el eje x , se emitirá otro pulso de gradiente que permitirá realizar una codificación en frecuencia.

Para el caso de generación de imágenes por medio de la secuencia spin-echo el mecanismo se muestra en la figura 2.4. En dicho diagrama, se observan de arriba abajo los pulsos de radiofrecuencia, el gradiente de selección de plano z_p , el gradiente de codificación en fase, el gradiente de codificación en frecuencia y la señal recibida. Por otro lado, el tiempo TE hace referencia al intervalo temporal entre la excitación y la detección mientras que TR es el tiempo entre excitaciones consecutivas.

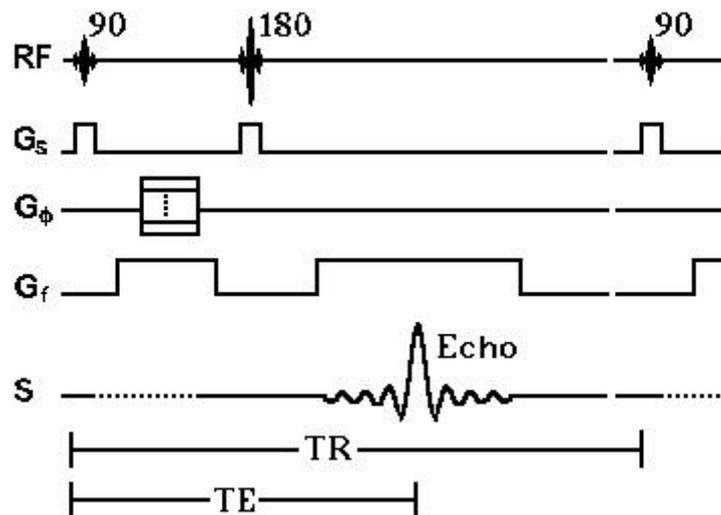


Figura 2.4: *Secuencia de gradientes aplicados para la localización espacial*

La ventaja de esta codificación es que supone una transformada de Fourier inversa bidimensional de la información espacial. La señal de RF recibida se dice que está en el espacio- k , y debe ser procesada mediante la transformada discreta de Fourier inversa para finalmente reconstruir la imagen en el dominio espacial o espacio- x .

2.2. Técnicas pMRI

La introducción de sistemas de bobinas con múltiples receptores ha permitido la aparición de técnicas de imágenes en paralelo con las que se ha conseguido una reducción significativa en los tiempos de adquisición. Estas técnicas se conocen como MRI en paralelo (pMRI). La filosofía en la que se basan es que la codificación de toda la información, que es realizada normalmente mediante la aplicación de gradientes de campos magnéticos que consumen mucho tiempo, puede ser parcialmente sustituida por información sensible espacialmente gracias a los sistemas de bobinas multicanal. Sin embargo, estas técnicas pMRI traen consigo una reducción inherente de la SNR [1].

Se puede plantear un ejemplo de un caso ideal para poder comprender cómo se consigue el aumento en la velocidad de adquisición [1]. En primer lugar, mediante un sistema con una única bobina receptora se abarca todo el volumen y para su adquisición se requerirán N codificaciones de fase (figura 2.5.a). En otro escenario, se dispone de un sistema de dos bobinas independientes en el que cada una cubre una mitad del campo de visión de la imagen (FOV) (figura 2.5.b). La primera bobina va a codificar tan sólo la información de una mitad de la imagen (figura 2.5.c) y lo mismo

ocurrirá con la otra (figura 2.5.d). Por tanto, se puede reducir a la mitad la FOV de la imagen de cada una de las dos bobinas consiguiendo una reducción de número de codificaciones, y por tanto, del tiempo de adquisición en un factor $R = 2$ (figura 2.5.e). Combinando adecuadamente las dos imágenes se obtiene la FOV completa (figura 2.5.f). No obstante, también se puede comprobar que la SNR se reducirá en un factor \sqrt{R} .

Existen varios métodos pMRI aunque muchos de ellos son variantes de otro [1]. En general se pueden clasificar en dos tipos [6]:

- Métodos que trabajan en el dominio de la imagen: Se basan en compensar los solapamientos que se producen en el dominio de la imagen debido a que se ha prescindido de parte de las codificaciones de fase. Estos métodos requieren un conocimiento de los perfiles de sensibilidad de las bobinas receptoras. Entre estos métodos cabe mencionar SENSE.
- Métodos que trabajan en el dominio espectral: Estos métodos calculan las líneas espectrales que no se han adquirido a partir de las vecinas. Algunos de estos métodos necesitan también un conocimiento de los perfiles de sensibilidad de las bobinas, pero otros, los denominados métodos autocalibrados, estiman dichos perfiles mediante la adquisición de líneas espectrales adicionales. Un método importante de este tipo es GRAPPA.

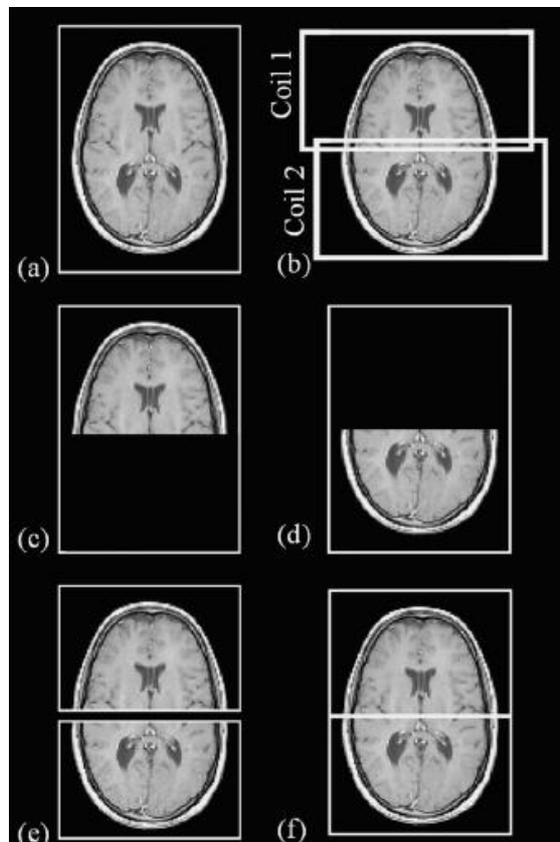


Figura 2.5: Ejemplo de adquisición pMRI

2.2.1 SENSitivity Enconding (SENSE)

SENSE es un método pMRI que trabaja en el dominio de la imagen y que se basa en deshacer el solapamiento que aparece en la imagen o *aliasing* que se produce al realizar la adquisición acelerada [7].

El número de codificaciones de fase se reduce por un factor R. Es decir, se produce un submuestero en el espacio-k. La transformada inversa de Fourier del espacio-k submuestreado produce imágenes con un FOV reducido en un factor R, causado por el solapamiento de la información de la imagen conocido como *aliasing*. Gracias al conocimiento de los mapas de selectividad de las bobinas se puede crear la imagen final completa.

Cada píxel de la imagen con FOV reducida procedente de cada bobina, contiene la información de R píxeles equitativamente distribuidos de la imagen final con FOV completo, cada uno multiplicado por un peso en función del coeficiente de sensibilidad de dichos píxeles. Cada píxel por tanto se puede expresar como una combinación lineal de los valores de la imagen adquirida por cada bobina:

$$I_k = \sum_{l=1}^R C_{kl} \rho_l \quad (2.5)$$

donde k varía entre 1 y el número de bobinas N_c , y por tanto, I_k es el valor de un píxel de la imagen de FOV reducida de la bobina k. C_{kl} es la sensibilidad de la bobina k en las R coordenadas de los R píxeles equiespaciados que contribuyen de valor ρ_l . Teniendo en cuenta la información de todas las bobinas y expresándolo de forma matricial, la ecuación 2.5 se convierte en:

$$\vec{I} = \hat{C} \cdot \vec{\rho} \quad (2.6)$$

La obtención de la imagen final de FOV completa se consigue a partir de la resolución del sistema anterior. Para que el sistema tenga solución, la matriz \hat{C} de sensibilidad de las bobinas tiene que ser invertible, por lo que el factor de reducción R tiene que ser siempre menor o igual al número de bobinas.

En cuanto a la relación señal a ruido, se ve afectada en primer lugar por una disminución en un factor \sqrt{R} , pero además, también va a depender de la configuración específica del sistema de bobinas, su número, disposición... Estos aspectos se modelan mediante un parámetro o factor de geometría g, de manera que la SNR será:

$$SNR_{SENSE} = \frac{SNR_{full}}{\sqrt{R} \cdot g} \quad (2.7)$$

La principal desventaja de este método es que se necesita un conocimiento preciso de la sensibilidad de las bobinas. Por ello, en situaciones de baja SNR o movilidad del objeto bajo estudio esta técnica no será la más óptima.

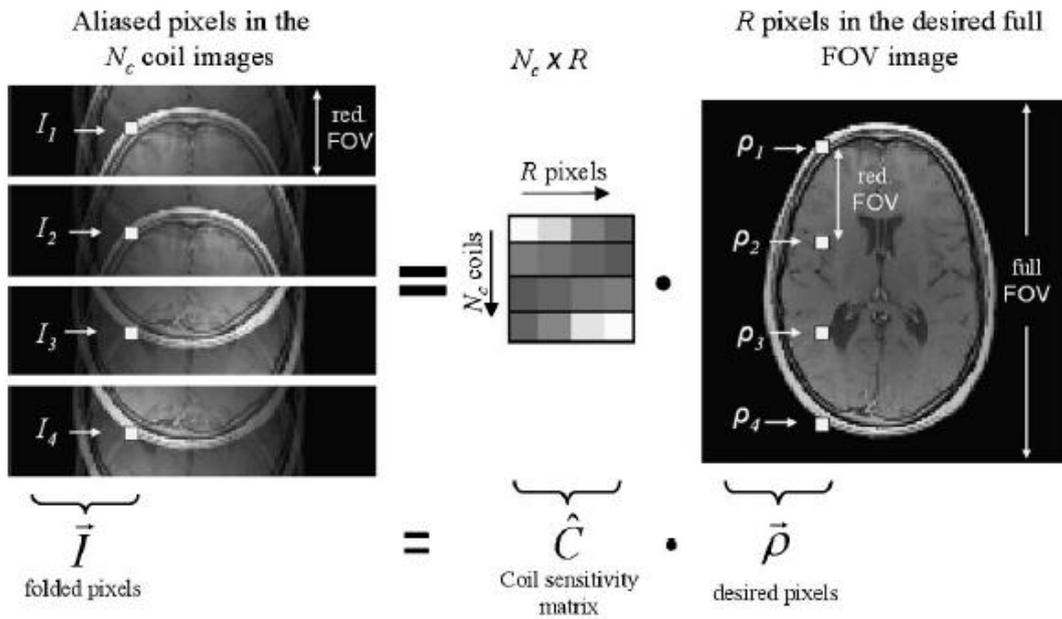


Figura 2.6: Ejemplo básico de reconstrucción mediante SENSE

2.2.2 GeneRalized Autocalibrating Partially Parallel Acquisitions (GRAPPA)

GRAPPA es un método pMRI autocalibrado que trabaja en el dominio espectral. Las líneas del espacio-k que faltan son estimadas previamente al aplicar la transformada inversa de Fourier obteniendo una imagen de FOV completa para cada bobina. Al contrario que con otras técnicas similares, se realiza por separado las etapas de reconstrucción y de optimización de SNR de forma que se pueden optimizar por separado [8].

En la etapa de reconstrucción, se emplea la información de varias líneas de cada bobina para ajustar una línea espectral adicional, denominada línea de autocalibrado (ACS), de una única bobina. Este ajuste proporciona los coeficientes para reconstruir las líneas no adquiridas para dicha bobina. Este proceso se completa para el resto de receptores y una vez reconstruidas todas las líneas espectrales no adquiridas por cada una de las bobinas basta con realizar una transformada inversa de Fourier. De esta forma se obtiene como resultados N_c imágenes separadas, cada una procedente de una de las bobinas receptoras.

La siguiente etapa, ya en el dominio de la imagen, consiste en la optimización de la SNR. En proceso consiste en que a partir de las N_c imágenes obtenidas en la etapa previa, se combina la información de forma que se maximice la SNR. Una forma simple y común de realizarlo es mediante una simple suma de cuadrados.

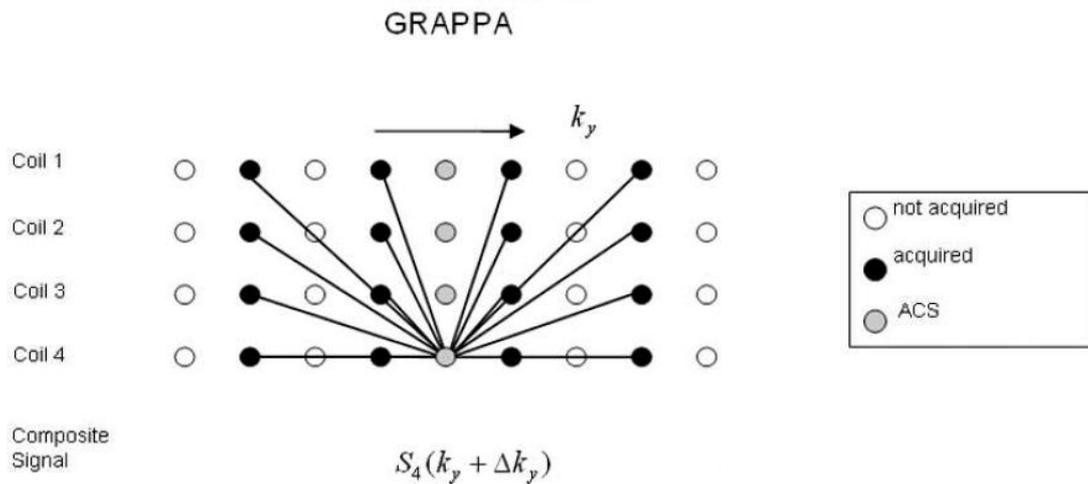


Figura 2.7: Adquisición de pMRI mediante GRAPPA

La principal ventaja de GRAPPA es que los resultados obtenidos se caracterizan por una elevada SNR gracias a la etapa de optimización. El aumento en la SNR se consigue en un factor de aproximadamente \sqrt{L} , siendo L el número de bobinas.

Este TFG se va a centrar en el estudio de los patrones de ruido en SENSE, por lo que no se va a profundizar más en GRAPPA.

Capítulo 3

Ruido en resonancia magnética

Las imágenes de resonancias magnéticas pueden verse afectadas por diversos aspectos que repercuten directamente en su calidad. Desde limitaciones debidas a la tecnología actual, tiempos de adquisición cortos o incluso el propio movimiento de los pacientes que se ven sometidos a esta prueba van a contribuir a la imprecisión de los datos obtenidos. Entre estas fuentes de deterioro tiene gran importancia el ruido, cuyo impacto se va a tratar de estudiar.

En concreto, el origen más importante de ruido es el ruido térmico que se añade durante la etapa de adquisición de datos. Su germen se encuentra tanto en el individuo sobre el que se realiza la RM como en el ruido procedente de los componentes electrónicos [3][4]. El nivel de ruido de una imagen de RM es un parámetro de especial interés a la hora del filtrado de las imágenes o de la utilización de otras técnicas de procesado.

La principal forma de enfrentarse a la degradación producida por el ruido es mediante el uso de modelos probabilísticos que sean capaces de estimar de forma precisa el efecto de las fuentes de ruido en la adquisición de imágenes. Sin embargo, para poder caracterizar de manera conveniente la señal subyacente es de capital

importancia utilizar un modelo de ruido adecuado. De otro modo, no sería posible alcanzar resultados satisfactorios. A efectos prácticos, se asume que el ruido se puede modelar como un proceso gaussiano de media cero e incorrelado espacialmente [4].

Las técnicas tradicionales con las que se realizaban las RM se caracterizaban por verse deterioradas con distribuciones de ruido estacionarias, es decir, su efecto era independiente de las coordenadas espaciales de las imágenes. El problema de estimación del ruido se limitaba por tanto a la búsqueda de la varianza de los datos que afectaba a toda la imagen. Sin embargo, utilizando técnicas pMRI como SENSE, los modelos de ruido estacionarios dejan de ser válidos y la estimación de las características del ruido en estos casos se vuelve más compleja.

3.1. Modelos de ruido en MRI

Como se estudió en el capítulo 2, la adquisición de datos en el espacio- \mathbf{k} se consigue mediante la excitación con pulsos de RF y gradientes. Los puntos en el espacio- \mathbf{k} se pueden ver como muestras independientes de la señal RF que recibe cada una de las bobinas receptoras. El principal origen de ruido que afecta a dichos puntos es el ruido térmico [3], cuya varianza es proporcional a:

$$\sigma_{\text{térmico}}^2 = 4k_B T R_{\text{eff}} B_W \quad (3.1)$$

donde k_B es la constante de Boltzman, T es la temperatura absoluta, R_{eff} es la resistencia efectiva de la bobina y B_W es el ancho de banda.

Si se considera que el ruido afecta de igual forma para todas las frecuencias y que es independiente de cada fuente y de la señal, se va a poder modelar como un proceso complejo de ruido aditivo blanco y gaussiano (AWGN) con media cero y varianza $\sigma_{K_l}^2$. Por tanto, la señal ruidosa en el espacio- \mathbf{k} para la bobina l , se va a poder expresar como:

$$s_l(\mathbf{k}) = a_l(\mathbf{k}) + n_l(\mathbf{k}; 0, \sigma_{K_l}^2(\mathbf{k})), \quad l = 1, \dots, L \quad (3.2)$$

donde $a_l(\mathbf{k})$ representa la señal ideal sin ruido en el espacio- \mathbf{k} .

Para obtener la información en el dominio de la imagen, se aplica la Transformada Discreta de Fourier inversa (iDFT) a $s_l(\mathbf{k})$. Esta operación es una transformación lineal de los datos y por tanto el ruido en el espacio- \mathbf{x} también será gaussiano:

$$S_l(\mathbf{x}) = A_l(\mathbf{x}) + N_l(\mathbf{x}; 0, \sigma_l^2), \quad l = 1, \dots, L \quad (3.3)$$

El ruido final se va a caracterizar también por una correlación debida al acoplo electromagnético entre las bobinas receptoras. La matriz de covarianzas del ruido se va a poder caracterizar como:

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1L} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & & \sigma_{2L} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{L1} & \sigma_{L2} & \dots & \sigma_L^2 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

La relación de la varianza de un dominio a otro se puede expresar como:

$$\sigma_l^2 = \frac{1}{|\Omega|} \sigma_{K_l}^2 \quad (3.5)$$

donde $|\Omega|$ representa el tamaño en píxeles de la imagen.

3.1.1 Sistemas de una bobina. Ruido Rician

La situación más simple que se puede dar a la hora de estudiar el ruido en resonancia magnética es la adquisición mediante un sistema con una única bobina y con muestreo completo. Para este escenario, la expresión de la señal en el dominio de la imagen (3.3) se simplifica en:

$$S(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x}) + N_l(\mathbf{x}; 0, \sigma^2) \quad (3.6)$$

lo que se corresponde con un proceso AWGN complejo. Es decir, en el espacio- \mathbf{x} la señal se caracterizará por una componente real y otra imaginaria, ambas perturbadas con un ruido blanco gaussiano de media 0 y varianza σ^2 . La forma de obtener la imagen final $M(\mathbf{x})$ es a partir del módulo de las dos componentes real e imaginaria.

$$M(\mathbf{x}) = |S(\mathbf{x})| \quad (3.7)$$

Debido al operador módulo, la distribución del ruido que afecta a la imagen final ya no va a seguir una función Normal, sino que se va a caracterizar por una distribución Rician [3]. La función de densidad de probabilidad de la Rician se expresa como:

$$p_M(M|\nu, \sigma) = \frac{M}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(M^2 + \nu^2)}{2\sigma^2}\right\} I_0\left(\frac{M\nu}{\sigma^2}\right) u(M) \quad (3.8)$$

donde $I_0(z)$ es la función de Bessel modificada de orden cero del primer tipo. El parámetro ν viene dado por $A_T(\mathbf{x}) = |A(\mathbf{x})|$.

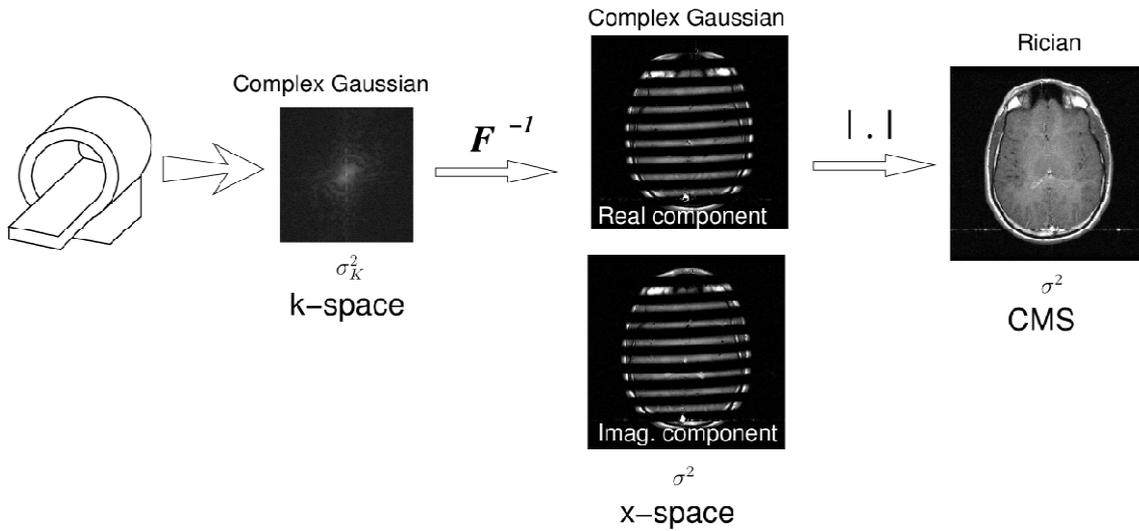


Figura 3.1: Adquisición mediante un sistema de una única bobina y muestreo completo

Aunque las expresiones finales Rician resulten más complejas que en el caso de que fueran Gaussianas, el problema se va a limitar a la obtención de la σ , ya que afectará a toda la imagen por igual.

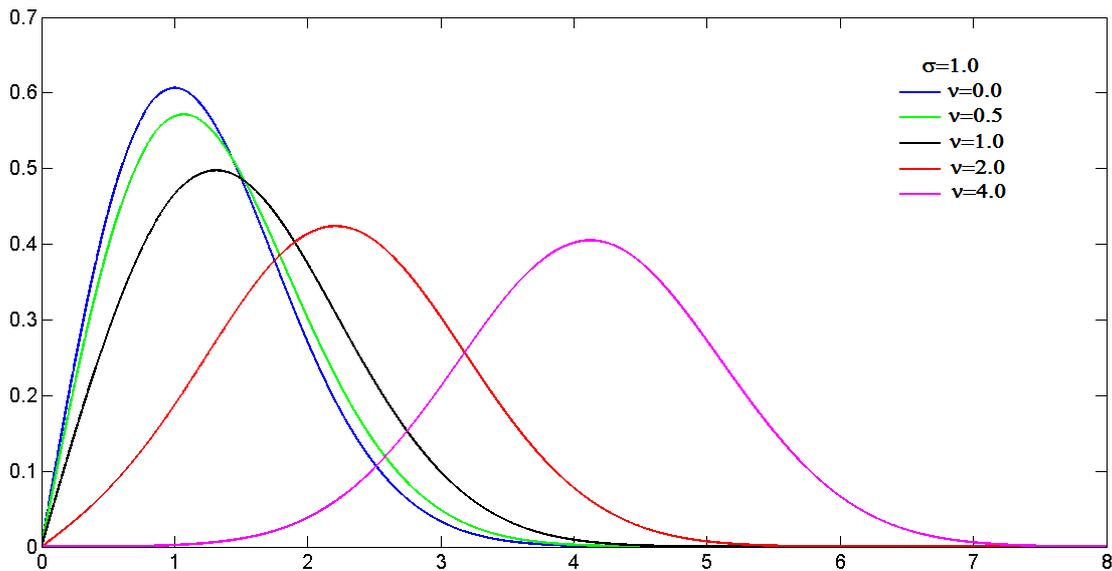


Figura 3.2: Función de densidad de probabilidad Rician

3.1.2. Sistemas de múltiples bobinas sin aceleración

En el siguiente escenario, donde tenemos un sistema de múltiples bobinas en el que cada una de ellas realiza un muestreo completo, la distribución de ruido Rician ya no va a ser válida. En primer lugar, como existirán L señales procedentes de otras tantas bobinas receptoras, será necesario utilizar un método para obtener la imagen final. Uno de los métodos más comunes es la suma de cuadrados (SoS):

$$M_L(\mathbf{x}) = \sqrt{\sum_{l=1}^L |S_l(\mathbf{x})|^2} \quad (3.9)$$

En un primer caso, si se consideran que las muestras son incorreladas y por tanto, la matriz de covarianza de la ecuación (3.4) es diagonal, la imagen final seguirá una distribución noncentral χ (nc- χ) [3] cuya función de densidad viene dada por:

$$p_{M_L}(M_L|A_T, \sigma, L) = \frac{A_T^{1-L} M_L^L}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{(M_L^2 + A_T^2)}{2\sigma^2}\right\} I_{L-1}\left(\frac{A_T M_L}{\sigma^2}\right) u(M_L) \quad (3.10)$$

con $A_T^2(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^L |A_l(\mathbf{x})|^2$. Se comprueba fácilmente que particularizando para el caso en el que $L=1$, la expresión anterior se reduce a la distribución Rician que se correspondía con el caso de una sola bobina.

La situación se vuelve más compleja si se tiene en cuenta que va a existir una correlación entre las bobinas receptoras debido a los acoplamientos electromagnéticos. En este caso, la matriz de covarianzas (3.4) ya no va a ser diagonal. Para estas situaciones, la función de densidad de la imagen resultante no va a seguir estrictamente una nc- χ , pero sí que va a ser una buena aproximación si se consideran parámetros efectivos [3].

3.2. Modelos de ruido en pMRI

En la sección anterior se ha tratado el modelado del ruido en situaciones en las que se realizaba un muestreo completo, tanto en sistemas de una bobina como de múltiples. En las técnicas pMRI se incrementa la tasa de adquisición mediante un submuestreo en el espacio-k. El efecto que se produce es la aparición de réplicas desplazadas de la señal original que se van a superponer. Situación conocida como *aliasing*. Para poder corregir el *aliasing*, las técnicas de reconstrucción pMRI combinan la información redundante de varias bobinas para obtener la imagen final, como ya se trató en el capítulo 2. En función de cómo se combine dicha información, los modelos estadísticos de ruido van a ser diferentes. En este trabajo, se va a estudiar el modelado en SENSE.

3.2.1. SENSE. Mapas de ruido no estacionario

SENSE, como ya se trató en el capítulo 2, es una técnica pMRI que trabaja en el dominio de la imagen. Cada bobina del sistema receptor obtiene una versión

submuestreada ($s_l^S(\mathbf{k})$) por un factor R en el espacio- \mathbf{k} de la imagen original. Igual que en las situaciones estudiadas en los subapartados anteriores, dicha señal estará corrompida por un proceso de ruido blanco gaussiano de media cero y varianza $\sigma_{k_l}^2$. Mediante la iDFT, la señal pasará al dominio de la imagen ($S_l^S(\mathbf{x})$) la cual, por la propiedad de linealidad de la DFT, también estará afectada por un proceso AWGN con varianza:

$$\sigma_l^2 = \frac{r}{|\Omega|} \sigma_{k_l}^2 \quad (3.11)$$

con $|\Omega|$ el número de píxeles de la FOV completa. Se comprueba que la potencia del ruido que afecta a la imagen en el espacio- \mathbf{x} es mayor que en el caso de muestreo completo (ecuación (3.5)).

El algoritmo de reconstrucción de SENSE se puede ver como una combinación lineal de todas las imágenes submuestreadas para reconstruir una imagen completa sin aliasing (ecuación (2.5)). La imagen reconstruida final ($S^R(\mathbf{x})$) se puede interpretar como un estimador de la imagen original. Se van a obtener tantas imágenes reconstruidas como factor de submuestreo R. Debido a la linealidad del algoritmo de SENSE, el ruido en la imagen reconstruida también se distribuirá de forma gaussiana de media cero. La particularidad es que la varianza del ruido ya no va a ser uniforme espacialmente. Las señales reconstruidas vendrán dadas por [3][7]:

$$\mathbf{S}^R = (\mathbf{C}^*(x, y) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{C}(x, y))^{-1} \mathbf{C}^*(x, y) \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{S}^S \quad (3.12)$$

donde $\mathbf{C}(x, y) = [\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_R]$ son los mapas de sensibilidad en cada bobina. Estos mapas se estiman en un proceso de calibración previo a la adquisición de imágenes.

La matriz de covarianza de tamaño $R \times R$ de \mathbf{S}^R se puede expresar como:

$$\text{cov}(\mathbf{S}^R) = [(\mathbf{C}^* \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^* \boldsymbol{\Sigma}^{-1}] R \boldsymbol{\Sigma} [(\mathbf{C}^* \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^* \boldsymbol{\Sigma}^{-1}]^* = \frac{(\mathbf{C}^* \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{C})^{-1}}{R} \quad (3.13)$$

Puesto que C varía espacialmente, también lo hará la varianza de la imagen reconstruida.

Por tanto, la señal final reconstruida en el dominio de la imagen $S^R(\mathbf{x})$ seguirá una distribución gaussiana compleja de media cero y cuya varianza variará espacialmente:

$$S^R(\mathbf{x}) = A^R(\mathbf{x}) + N_r(\mathbf{x}; 0, \sigma^2(\mathbf{x})) + j \cdot N_i(\mathbf{x}; 0, \sigma^2(\mathbf{x})) \quad (3.14)$$

Si se obtiene la magnitud $M(\mathbf{x}) = |S^R(\mathbf{x})|$ se tendrá como resultado una imagen que seguirá una distribución Rician, como ocurría en el caso de sistemas de

una única bobina, pero en esta situación con la peculiaridad de que la varianza del ruido no es estacionaria.

Los patrones de ruido en sistemas de múltiples bobinas que utilizan técnicas pMRI que muestran variaciones espaciales se conocen como mapas de ruido. Los mapas de ruido de SENSE, como se puede deducir de la ecuación (3.13), van a depender de la matriz de covarianza original y de los mapas de sensibilidad de las bobinas.

3.3. Modelo gaussiano

En el estudio que se va a llevar a cabo en los siguientes capítulos sobre la estimación del ruido, se va a utilizar un modelo gaussiano de media cero y desviación típica dada por un mapa de ruido no estacionario. Existen muchas técnicas de estimación basadas en modelos gaussianos por su sencillez.

Aunque la distribución Rician es ampliamente aceptada en el estudio de las imágenes finales obtenidas mediante resonancia magnética, se ha visto que en las etapas intermedias el ruido se puede modelar como un proceso gaussiano. Debido a la mayor complejidad a la hora de manejar expresiones de distribuciones Rician, poder realizar el estudio mediante un modelo gaussiano va a resultar de gran utilidad. En concreto, en las imágenes reconstruidas mediante SENSE en el espacio- x antes de aplicar el módulo para obtener la señal $M(x)$, los datos se pueden ver como dos componentes diferentes (real e imaginaria) cada una de ellas perturbada con ruido gaussiano de media cero y varianza no uniforme en las coordenadas espaciales. Por tanto, se va a asumir que es posible acceder a los datos en este punto.

Por otra parte, bajo determinadas circunstancias, también va a ser posible aproximar el modelo de la señal final por un modelo normal. Esta simplificación va a ser posible en situaciones caracterizadas por una elevada SNR, ya que en estos casos, las distribuciones Rician y Gaussiana son prácticamente idénticas. Aproximar una distribución Rician por una Normal, introduce un error inherente en la estimación, el cual disminuye a medida que la potencia de la señal aumenta con respecto a la potencia del ruido. Si la SNR es muy elevada, los dos modelos son equivalentes. Se suele considerar que esta situación se da para SNR mayores que 2 [9].

Capítulo 4

Solución al problema. Estimadores

En el capítulo anterior se estudió cómo las fuentes de ruido afectan a la calidad final de las imágenes en resonancia magnética y cómo se pueden modelar estadísticamente dichas perturbaciones. En particular, se veía que mediante SENSE se obtienen patrones de ruido no estacionarios. Se justificó además que es posible asumir ruido blanco gaussiano que representaremos mediante N , y que tiene media 0 y desviación típica $\sigma(\mathbf{x})$ dependiente de las coordenadas espaciales. La utilización del modelo gaussiano se justifica ya que o bien se asume que es posible acceder a los datos en las etapas intermedias o que la SNR es lo suficientemente grande. En los próximos capítulos siempre se supondrá ruido de estas características. Denotando la imagen adquirida como $S(\mathbf{x})$ y la imagen original libre de ruido como $A(\mathbf{x})$ el modelo utilizado viene dado por (4.1):

$$S(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x}) + N(\mathbf{x}; 0, \sigma^2(\mathbf{x})) \quad (4.1)$$

El siguiente paso en el estudio consistirá en buscar unos estimadores de dichos mapas de ruidos de manera que conocidas las características del ruido que afecta a la imagen, se puedan tratar de eliminarlo o al menos de minimizar su efecto. Algunos ejemplos de estimadores populares son el estimador de máxima verosimilitud

(*Maximum Likelihood Estimator*, ML) y el estimador de mínimos cuadrados (*Least Squares*, LS). Además, se repasarán una serie de técnicas con las que se podrá reducir el error de las estimaciones iniciales.

4.1. Estimador de máxima verosimilitud (ML)

El estimador de máxima verosimilitud (ML) se trata de un método popular para encontrar parámetros que definen el modelo estadístico de unos datos. Se basa en que dada una muestra x de una variable aleatoria cuya función de densidad de probabilidad para unos parámetros desconocidos θ es $p(x|\theta)$, el estimador de esos parámetros serán los valores que maximicen dicha función, llamada función de verosimilitud (\mathcal{L}) [10].

Si se disponen de N muestras independientes e idénticamente distribuidas $x[n]$, el estimador se puede expresar como:

$$\hat{\theta}_{ML} = \arg \max_{\theta} \prod_{n=1}^N p(x[n]|\theta) = \arg \max_{\theta} \log \prod_{n=1}^N p(x[n]|\theta) \quad (4.2)$$

Conceptualmente, significa que a la vista de los datos obtenidos, se buscan los parámetros que hacen que la función de densidad de probabilidad sea la más verosímil. Gracias a que el logaritmo natural es una función monótona creciente, es habitual a la hora de simplificar las operaciones maximizar el logaritmo de \mathcal{L} .

El estimador ML satisface propiedades de consistencia y además es asintóticamente normal, insesgado y eficiente [10].

4.1.1. ML para múltiples muestras de un píxel

Un escenario óptimo que se podría encontrar es la adquisición de una misma imagen N veces, cada una de las muestras perturbadas con ruido:

$$S_n(x) = A(x) + N_n(x; 0, \sigma(x)) \quad (4.3)$$

donde $S_n(x)$ representa la imagen ruidosa n -ésima con $n \in [1, 2, \dots, N]$, $A(x)$ es la imagen original libre de ruido y $N_n(x; 0, \sigma(x))$ es el ruido que se añade a cada muestra.

De este modo, se puede ver que cada píxel individual de posición x se distribuye como una variable aleatoria Normal de media $A(x)$ dada por el valor de la imagen sin ruido y varianza $\sigma^2(x)$. Además, como hay N adquisiciones de la misma

imagen, van a haber otras tantas realizaciones de la variable aleatoria. Si se utiliza un estimador ML en cada píxel para estimar la media y la varianza:

$$\log \prod_{n=1}^N p(S_n(\mathbf{x})|A(\mathbf{x}), \sigma^2(\mathbf{x})) = -\frac{N}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N (S_n(\mathbf{x}) - A(\mathbf{x}))^2 \quad (4.4)$$

de donde se saca que los valores de σ^2 y A que maximizan la expresión anterior son:

$$\hat{A}(\mathbf{x}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N S_n(\mathbf{x}) \quad (4.5)$$

$$\hat{\sigma}^2(\mathbf{x}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (S_n(\mathbf{x}) - \hat{A}(\mathbf{x}))^2 \quad (4.6)$$

Se concluye por tanto que el estimador del valor de cada píxel es la media muestral del valor de dicho píxel en cada una de las N adquisiciones y por su parte, el estimador de la varianza es la varianza muestral. En este estudio, sólo nos centraremos en el segundo para estimar los mapas de ruido. Lógicamente, cuanto mayor sea N , más datos se dispondrán y menor será el error cometido en la estimación.

4.1.2. ML local para varias imágenes

Obtener N adquisiciones de una misma imagen no es una situación habitual. Es más normal encontrarse ante casos subóptimos en los que por ejemplo, las N adquisiciones realizadas sean distintas, aunque las características del ruido que se añade a cada una de ellas sí sean iguales. En este caso, los estimadores propuestos en el subapartado anterior no serían válidos pues el valor de cada píxel ya no se distribuye de la misma forma en todas las muestras. Este escenario queda descrito por la expresión:

$$S_n(\mathbf{x}) = A_n(\mathbf{x}) + N_n(\mathbf{x}; 0, \sigma(\mathbf{x})) \quad (4.7)$$

En este caso, se empleará un estimador ML local para estimar el valor y el mapa de ruido en cada una de las N imágenes. El valor estimado en cada píxel se obtendrá a partir de la convolución espacial con un filtro de media de tamaño impar, habitualmente se utilizan de dimensiones 3 o 5. De esta forma, el valor en cada píxel después del filtrado será la media de su valor y de los píxeles cercanos. Es importante tener en cuenta los problemas a la hora de realizar la convolución espacial en los bordes ya que en ese caso se tomarán valores que no pertenecen a la imagen. Será

necesario utilizar algún tipo de metodología que permita tomar valores que no afectan al cálculo de la media, como por ejemplo repetir la imagen reflejada en cada borde.

$$\langle S_n(\mathbf{x}) \rangle = h * S_n(\mathbf{x}) \quad (4.8)$$

En cuanto al estimador de la varianza, se calculará como la diferencia entre el valor cuadrático medio y la media al cuadrado. El valor cuadrático medio se obtendrá mediante un filtrado de la imagen en la que el valor de cada píxel se eleva al cuadrado. Los estimadores serán:

$$\hat{A}_n(\mathbf{x}) = \langle S_n(\mathbf{x}) \rangle \quad (4.9)$$

$$\hat{\sigma}_n^2(\mathbf{x}) = \langle S_n^2(\mathbf{x}) \rangle - \langle S_n(\mathbf{x}) \rangle^2 \quad (4.10)$$

Con estos resultados obtendremos N estimadores, uno por cada una de las adquisiciones. El valor de la imagen $A_n(\mathbf{x})$ es distinto para cada muestra, por lo que no se puede comparar la información de los estimadores $\hat{A}_n(\mathbf{x})$. Sin embargo, el mapa de ruido que afecta a todas las muestras es el mismo, por lo que se tendrán N estimadores $\hat{\sigma}_n^2(\mathbf{x})$ de dicho mapa. Como el objetivo es estimar el mapa de ruido, se obtiene el estimador final $\hat{\sigma}^2(\mathbf{x})$ aplicando el operador mediana a los valores de cada píxel individualmente.

$$\hat{\sigma}^2 = \underset{n}{\text{mediana}} \{ \hat{\sigma}_n^2(\mathbf{x}) \} \quad n \in \{1, \dots, N\} \quad (4.11)$$

Existen otros estudios de estimación de mapas de ruido no estacionarios en resonancia magnética que utilizan estimadores locales. De especial interés es el propuesto por [11], donde el nivel de ruido para cada píxel se estima a partir de una ventana local alrededor de dicho píxel. Para ello, se usa una función de contracción que se adapta al nivel de ruido y a los cambios espaciales de la imagen.

4.1.3. ML local para una única imagen

Otra situación no óptima que se podría encontrar es el caso en el que solo se obtiene una imagen ruidosa. Se puede ver como la misma situación que en el subapartado anterior particularizada para el caso en el que $N=1$. Por tanto, se utilizarán los mismos estimadores, aunque ahora no será necesario aplicar el operador mediana. Resulta lógico pensar que los estimadores obtenidos en esta situación serán peores que en los casos anteriores pues tenemos menos información que en cualquiera de los escenarios previos.

$$S(\mathbf{x}) = A(\mathbf{x}) + \mathbf{N}(\mathbf{x}; 0, \sigma(\mathbf{x})) \quad (4.12)$$

$$\hat{A}(\mathbf{x}) = \langle S(\mathbf{x}) \rangle \quad (4.13)$$

$$\hat{\sigma}^2(\mathbf{x}) = \langle S^2(\mathbf{x}) \rangle - \langle S(\mathbf{x}) \rangle^2 \quad (4.14)$$

4.2. Mejoras

En función de las características de las adquisiciones, van a existir una serie de factores que pueden afectar negativamente a la calidad de los estimadores, por ejemplo la aparición de bordes o siluetas. Por ello, se van a proponer una serie de técnicas que pueden reducir los errores en la estimación. El principal método utilizado es la parametrización mediante mínimos cuadrados. Otras técnicas serán el filtrado paso bajo, la utilización de máscaras para rechazar datos no deseados y los filtros de detección de bordes.

4.2.1. Estimador de mínimos cuadrados (LS)

Otro tipo de estimador habitual que se va a estudiar en este trabajo es el estimador de mínimos cuadrados. Se trata de un método muy utilizado debido a su simplicidad. Su principal característica es que no realiza ningún tipo de asunción probabilística de la información, simplemente dados unos datos, se tratan de ajustar a un modelo de señal de forma que se minimice la diferencia al cuadrado [10].

Formalmente, si se obtienen N datos $x[n]$, y $s[n]$ es el modelo de señal, el cual depende de los parámetros a estimar θ , entonces el estimador de mínimos cuadrados de dichos parámetros será aquel valor que minimice la función $E(\theta)$:

$$E(\theta) = \sum_{n=1}^N (x[n] - s[n])^2 \quad (4.15)$$

4.2.1.1. Ajuste por mínimos cuadrados

En este estudio, se empleará el estimador de mínimos cuadrados para mejorar los estimadores iniciales ML de forma que se lleguen a unos resultados más precisos. Dado el estimador inicial $\hat{\sigma}(\mathbf{x})$ obtenido mediante alguno de los métodos descritos en el apartado 4.1 se va a tratar de aproximarlos por una función $p(\mathbf{x})$. El objetivo será minimizar la ecuación:

$$E(\mathbf{x}) = \sum_{x,y} (p(\mathbf{x}) - \hat{\sigma}(\mathbf{x}))^2 \quad (4.16)$$

En cuanto a $p(\mathbf{x})$, algunos de los mapas de ruido podrán ser descritos de forma precisa mediante funciones de bajo grado. En estas situaciones este método resultará de gran utilidad. Se pueden utilizar funciones lineales, cuadráticas y cúbicas. Se va a realizar el desarrollo para el modelo lineal por su simplicidad, pero para el caso de un ajuste mediante funciones cuadráticas y cúbicas el planteamiento es análogo. Partiendo del modelo dado por la ecuación:

$$p(x, y) = ax + by + c \quad (4.17)$$

Hay que encontrar los parámetros a , b y c tales que se minimice la expresión (4.14). Para ello, se deriva dicha ecuación con respecto a cada uno de los parámetros buscados y se iguala a cero:

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial a} = \sum_{x,y} 2(p(x, y) - \hat{\sigma}(x, y))x = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial b} = \sum_{x,y} 2(p(x, y) - \hat{\sigma}(x, y))y = 0 \\ \frac{\partial E}{\partial c} = \sum_{x,y} 2(p(x, y) - \hat{\sigma}(x, y)) = 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

Simplificando y sustituyendo $p(x, y)$ por su expresión, llegamos a 4.19:

$$\begin{cases} \sum_{x,y} (ax^2 + bxy + cx) = \sum_{x,y} \hat{\sigma}(x, y)x \\ \sum_{x,y} (axy + by^2 + cy) = \sum_{x,y} \hat{\sigma}(x, y)y \\ \sum_{x,y} (ax + by + c) = \sum_{x,y} \hat{\sigma}(x, y) \end{cases} \quad (4.19)$$

Finalmente, expresándolo en forma matricial llegamos al resultado:

$$a \begin{bmatrix} \sum x \\ \sum x \\ \sum x \end{bmatrix} + b \begin{bmatrix} \sum y \\ \sum y \\ \sum y \end{bmatrix} + c \begin{bmatrix} \sum 1 \\ \sum 1 \\ \sum 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \hat{\sigma}(x, y) \\ \sum \hat{\sigma}(x, y) \\ \sum \hat{\sigma}(x, y) \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$\bar{H}\vec{\theta} = \vec{s} \quad (4.21)$$

donde tenemos que:

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} \sum x & \sum y & \sum 1 \\ \sum x & \sum y & \sum 1 \\ \sum x & \sum y & \sum 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\vec{\theta} = [a \quad b \quad c]^t \quad (4.23)$$

$$\vec{s} = \left[\sum \hat{\sigma}(x, y) \quad \sum \hat{\sigma}(x, y) \quad \sum \hat{\sigma}(x, y) \right]^t \quad (4.24)$$

Y obtenemos los parámetros de la función $p(x, y)$ como:

$$\vec{\theta} = \bar{H}^{-1} \vec{s} \quad (4.25)$$

4.2.2. Filtrado paso bajo

En algunos casos, para mejorar los estimadores de los mapas de ruido puede bastar con aplicar un filtro paso bajo en el dominio de la frecuencia espacial. La función de estos filtros es suavizar los bordes, de modo que el resultado final dará una mayor sensación de homogeneidad. Para pasar de un dominio al otro se utilizará la FFT.

Esta metodología, resultará útil en el caso en que se obtengan estimadores de ruido poco uniformes que den sensación de granularidad o en casos en los que se aprecian siluetas de las imágenes originales. Son también una buena opción en los casos en los que los mapas de ruido siguen funciones difícilmente parametrizables mediante un ajuste por mínimos cuadrados.

En las ecuaciones (4.24)-(4.26) se describe este proceso, en el que $H(w_1, w_2)$ define un filtro gaussiano paso bajo en el dominio de la frecuencia espacial.

$$e(\mathbf{x}) \xrightarrow{FFT} E(w_1, w_2) \quad (4.26)$$

$$E_F(w_1, w_2) = E(w_1, w_2)H(w_1, w_2) \quad (4.27)$$

$$E_F(w_1, w_2) \xrightarrow{iFFT} e_F(\mathbf{x}) \quad (4.28)$$

No obstante, pueden existir problemas en los límites de las imágenes derivados del filtrado, ya que se toma información que no pertenece a la imagen, y que generalmente vale cero, lo que puede ser muy diferente a la información real de los extremos. Para solucionar este problema, se suele emplear la transformada discreta

del coseno (DCT), la cual se puede interpretar como una FFT pero de una imagen en la que en los extremos se repiten los mismos píxeles reflejados. De esta forma, no se producen efectos indeseados en los bordes.

4.2.3. Máscaras

En ciertas ocasiones, puede suceder que unas regiones de los estimadores sean más fiables que otras. Esto puede ser habitual en casos reales de resonancia magnética, en las que por ejemplo, la información de interés se encuentra concentrada en el centro de la imagen y afecta negativamente a la estimación del ruido. Sin embargo, en el fondo sólo hay información sobre el ruido, por lo que los estimadores en estas regiones son más fiables.

Una posible forma de mejora es la utilización de máscara mediante las cuales se desechan los datos corruptos y se utiliza sólo la información de las zonas de interés a la hora de hacer por ejemplo un ajuste por mínimos cuadrados.

4.2.4. Detección de bordes

Un último escenario en el que los estimadores pueden no ser buenos es con la aparición de los contornos de las imágenes originales. En estos casos, se observan siluetas que empeoran notablemente la calidad. Una forma de solventar este problema es la utilización de filtros de detección de bordes. Gracias a estos, va a ser posible conocer en qué partes de la imagen van a aparecer contornos y desechar esta información a la hora de hacer un ajuste por mínimos cuadrados. El filtrado se realizará mediante la convolución espacial con un filtro de Laplace h_b .

$$h_b = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Capítulo 5

Experimentos y resultados

Una vez establecidas las bases sobre el ruido que afecta en resonancia magnética, así como la descripción de los estimadores que nos permiten conocer sus características, en este capítulo vamos a evaluar la calidad de dichos estimadores mediante simulación. Para ello, se ha empleado la herramienta MATLAB en su versión R2012a, la cual ofrece múltiples funcionalidades en cuanto al procesado de imágenes se refiere [12]. Todos los scripts empleados han sido programados en el lenguaje de programación de dicha herramienta.

A la hora de realizar el estudio, cabe mencionar dos parámetros de interés. En primer lugar, para medir el impacto del ruido en la adquisición se utilizará la relación señal a ruido (SNR) según la expresión (5.1), que es una forma habitual de representar dicha relación en MRI. Además, para las imágenes de resonancias magnéticas de los experimentos realizados, se utilizará para su cálculo solo los píxeles de la zona central donde está la información, desechando los datos del fondo.

$$SNR = \frac{\sum_{x,y} A(x,y)}{\sum_{x,y} \sigma(x,y)} \quad (5.1)$$

Y para evaluar la calidad de los estimadores, utilizaremos el error relativo medio, el cual queda descrito por la expresión (5.2). Lógicamente, cuanto mejor sea el estimador más pequeño será el error cometido en cada píxel y por tanto disminuirá el error medio.

$$Error = \frac{1}{A_x A_y} \sum_{j=1}^{I_y} \sum_{i=1}^{I_x} \left| \frac{\sigma(i,j) - \hat{\sigma}(i,j)}{\sigma(i,j)} \right| \quad (5.2)$$

donde A_x e A_y , denotan respectivamente el número de píxeles en los ejes x e y. Se han llevado a cabo experimentos para tres situaciones en cada una de la cual se empleará el estimador adecuado.

5.1. Múltiples adquisiciones de la misma imagen

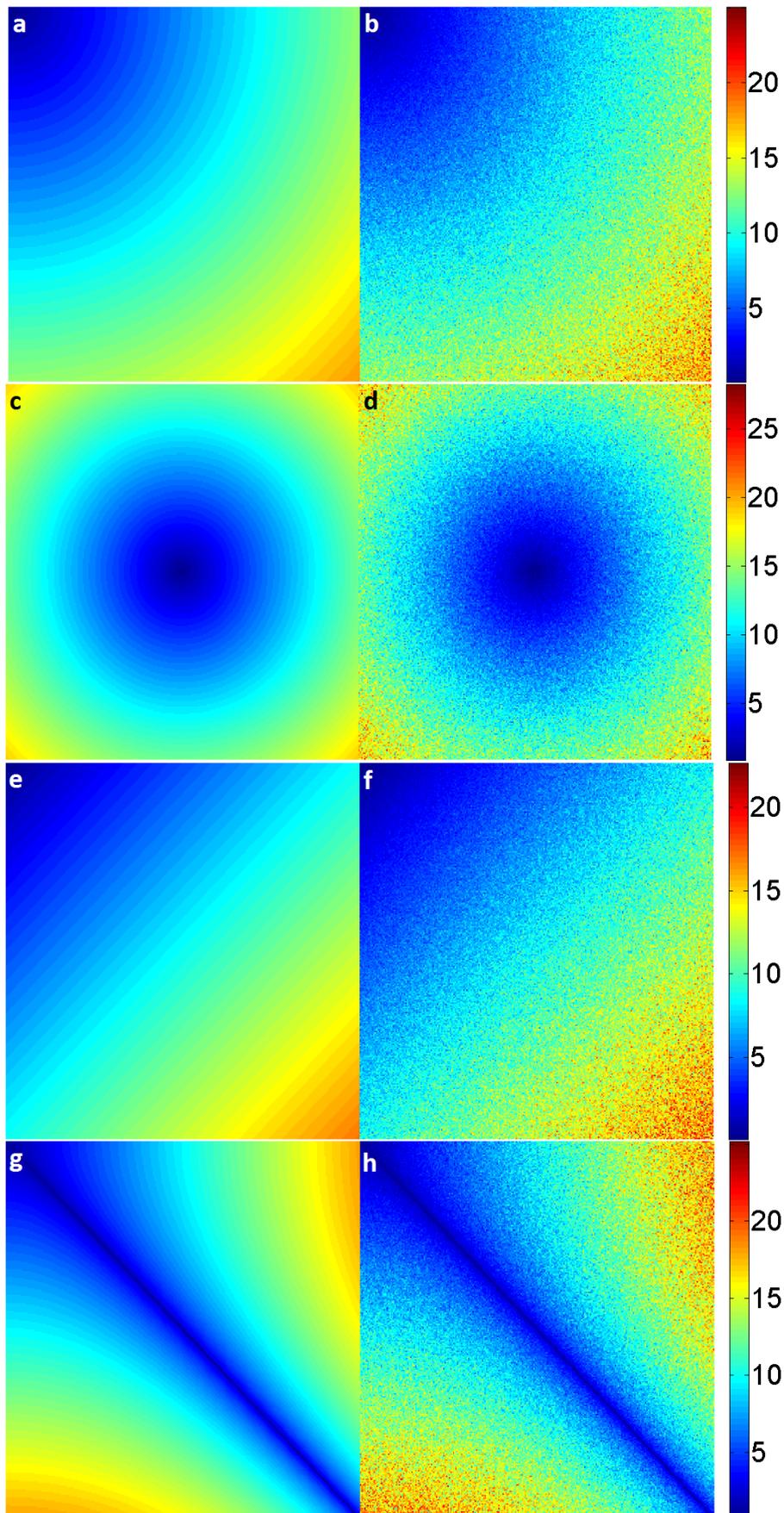
En primer lugar, se van a estudiar los estimadores de ruido para el caso óptimo descrito en el apartado 4.1.1 en el que se adquieren N muestras de la misma imagen, cada una de ellas perturbada con un proceso de ruido blanco gaussiano de media cero y desviación típica no estacionaria dada por un mapa de ruido $\sigma(x)$.

En concreto, se van a utilizar imágenes de tamaño 256x256 de las que se tomarán 30 muestras. Aplicando el estimador ML para cada píxel se llegan a resultados como los mostrados en la figura 5.1. Se puede concluir que la estimación es buena y los mapas de ruido se aproximan con bastante precisión a los mapas reales. Se ve además que la imagen original, libre de ruido, no tiene prácticamente ningún impacto en la estimación ya que no se aprecia ningún tipo de silueta o contorno. Sin embargo, los estimadores obtenidos dan poca sensación de uniformidad y se ve el efecto de que el valor de cada píxel se haya calculado independientemente.

Para completar estos resultados, en la tabla 5.1 se muestran los valores de la SNR para cada uno de los estimadores del ejemplo así como el error calculado mediante la ecuación (5.2). Vemos que los errores cometidos son de entorno al 10%.

IMAGEN	MAPA REAL	SNR	MAPA ESTIMADO	ERROR
<i>casa.tif</i>	Fig 5.1.a)	13.9373	Fig 5.1.b)	0.1045
<i>lenna.tif</i>	Fig 5.1.c)	16.5571	Fig 5.1.d)	0.1046
<i>pimientos.tif</i>	Fig 5.1.e)	13.8234	Fig 5.1.f)	0.1050
<i>mri.png</i>	Fig 5.1.g)	12.2504	Fig 5.1.h)	0.1050
<i>casa.tif</i>	Fig 5.1.i)	15.9246	Fig 5.1.j)	0.1048

Tabla 5.1: SNR y Error para los ejemplos mostrados en la figura 5.1



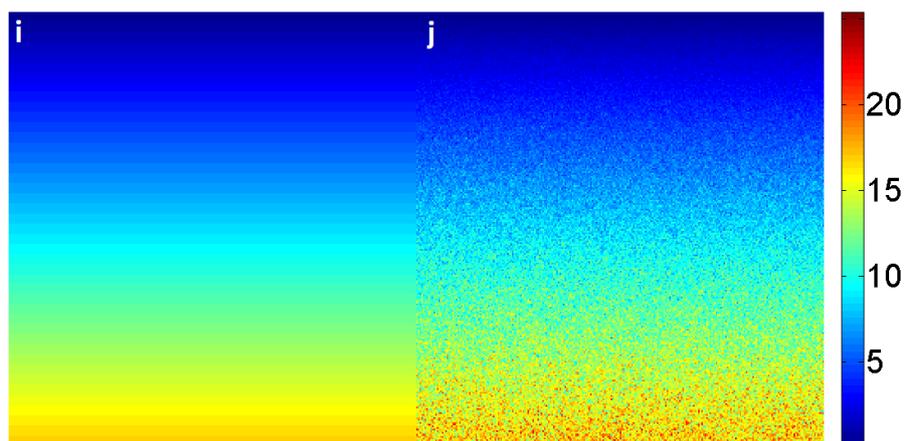


Figura 5.1: Mapas de ruido reales y estimados para diferentes ejemplos en el escenario 5.1

Un aspecto de importancia en este experimento es la elección del número de imágenes N . Lógicamente, cuanto mayor sea, se dispondrán de más datos y el error será menor. En la figura 5.2, se muestra el impacto de este parámetro en el error. Se puede observar que el error se hace pequeño bastante rápido. Para $N=10$, el error es de 0.1881, para $N=15$ de 0.1301 y para $N=30$ de 0.1051. Por tanto, concluimos que tomando $N=30$, como se ha hecho en los experimentos, se obtiene un error pequeño y tomar más muestras no va a suponer un beneficio muy importante.

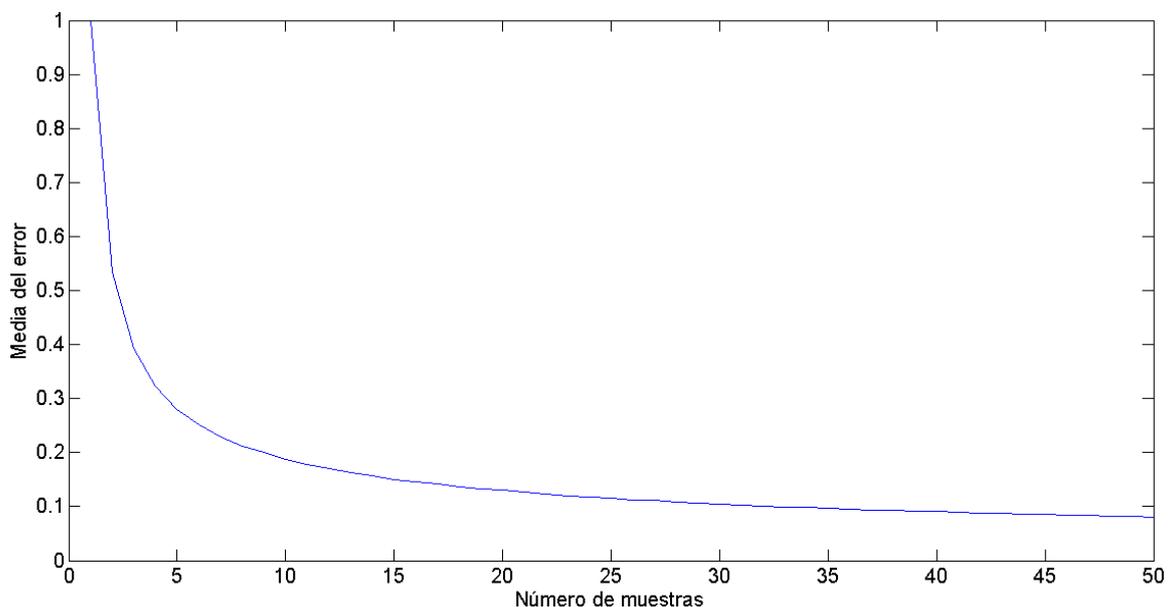


Figura 5.2: Media del error relativo en función del número de imágenes N

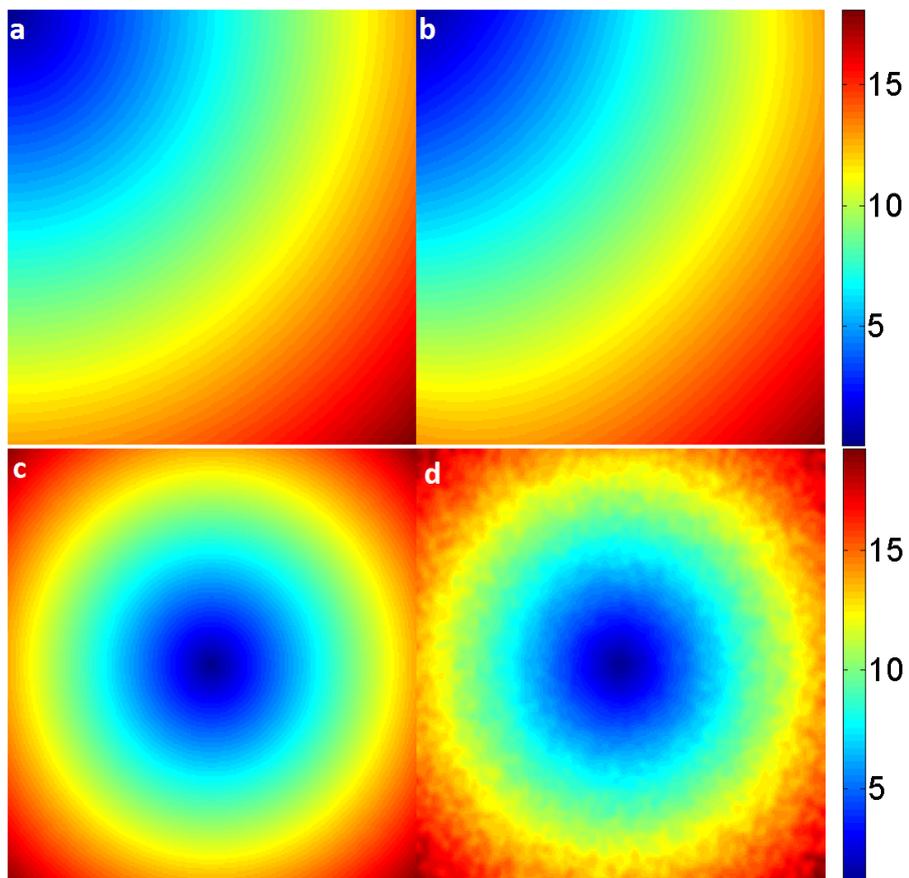
El siguiente paso del experimento será tratar de mejorar los primeros estimadores obtenidos. Dadas sus características, se va a utilizar un ajuste por mínimos cuadrados mediante funciones lineales, cuadráticas o cúbicas. En función de las características del mapa real, estos modelos de grado bajo se van a adaptar bien y reducir el error considerablemente. Para el caso en el que sean necesario utilizar funciones de grado mayor, se va a optar por realizar un filtrado paso bajo, como se

describe en el apartado 4.3.1. Aplicando estas técnicas a los estimadores obtenidos en la tabla 5.1, se consigue reducir el error como se muestra en la siguiente tabla:

IMAGEN	MAPA REAL	LINEAL	CUÁDRICA	CÚBICA	FILTRADO
<i>casa.tif</i>	Fig 5.1.a)	0.0876	0.0254	0.0155	0.0158
<i>lenna.tif</i>	Fig 5.1.c)	0.4080	0.0953	0.0953	0.0171
<i>pimientos.tif</i>	Fig 5.1.e)	0.0087	0.0091	0.0089	0.0160
<i>mri.png</i>	Fig 5.1.g)	0.4998	0.2284	0.2318	0.0230
<i>casa.tif</i>	Fig 5.1.i)	0.0093	0.0088	0.0094	0.0215

Tabla 5.2: Errores de los estimadores mejorados para las diferentes técnicas en el experimento 5.1

Para cada uno de los experimentos tomaremos como bueno el método de mejora con el que se obtiene un error menor, los cuales aparecen destacados en la tabla 5.2. Dichos estimadores se muestran junto con los mapas reales en la figura 5.3. Se comprueba tanto visualmente como en la reducción del error que la mejora es muy buena, especialmente en los casos en los que se realiza el ajuste por mínimos cuadrados. Sin embargo, es cierto que nos encontramos ante un caso óptimo en el que se disponen de muchos datos. En las siguientes subsecciones se estudiarán los estimadores para situaciones menos buenas.



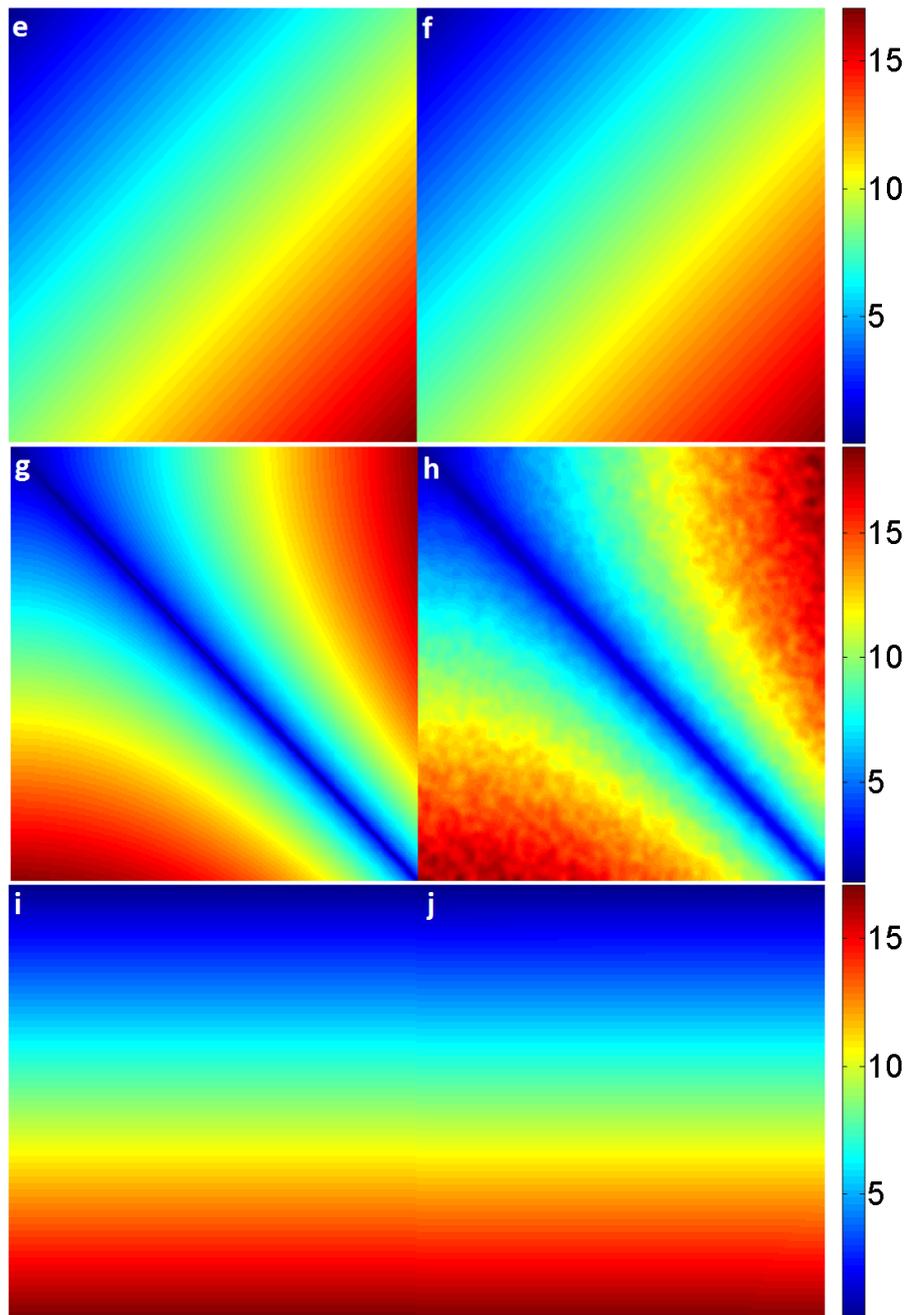


Figura 5.3: Mapas de ruido reales y estimados para diferentes ejemplos en el escenario 5.1 utilizando técnicas de mejora

5.2. Múltiples adquisiciones de imágenes distintas

En el siguiente experimento, también se simula adquisición de N imágenes pero en este caso distintas. Por tanto, el estimador que habrá que utilizar es un ML local como el descrito en la sección 4.1.2. Se van a estudiar dos situaciones: en primer lugar, se obtendrán N imágenes completamente distintas entre ellas y posteriormente se

repetirán los experimentos para la situación en que las imágenes adquiridas son similares.

a) Imágenes completamente distintas

En el primer escenario, se obtienen 30 imágenes de tamaño 256x256 completamente distintas, de forma que no aparece ningún borde o silueta similar en varias de las muestras. Cada una de las adquisiciones está perturbada con ruido no estacionario. Aplicando un estimador ML local con un filtro de media de dimensión 3 se obtienen resultados como los mostrados en la figura 5.4 y en la tabla 5.3.

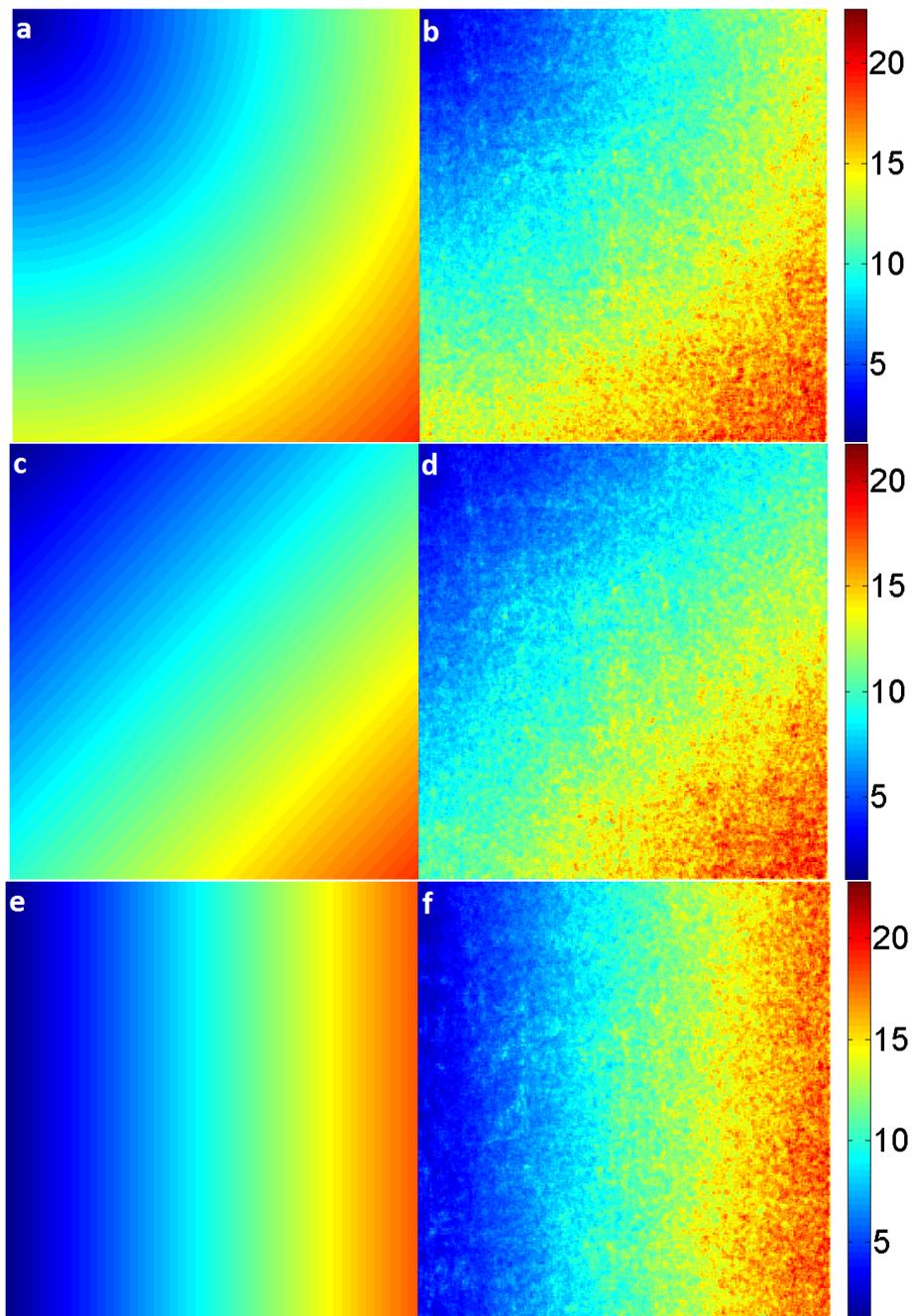


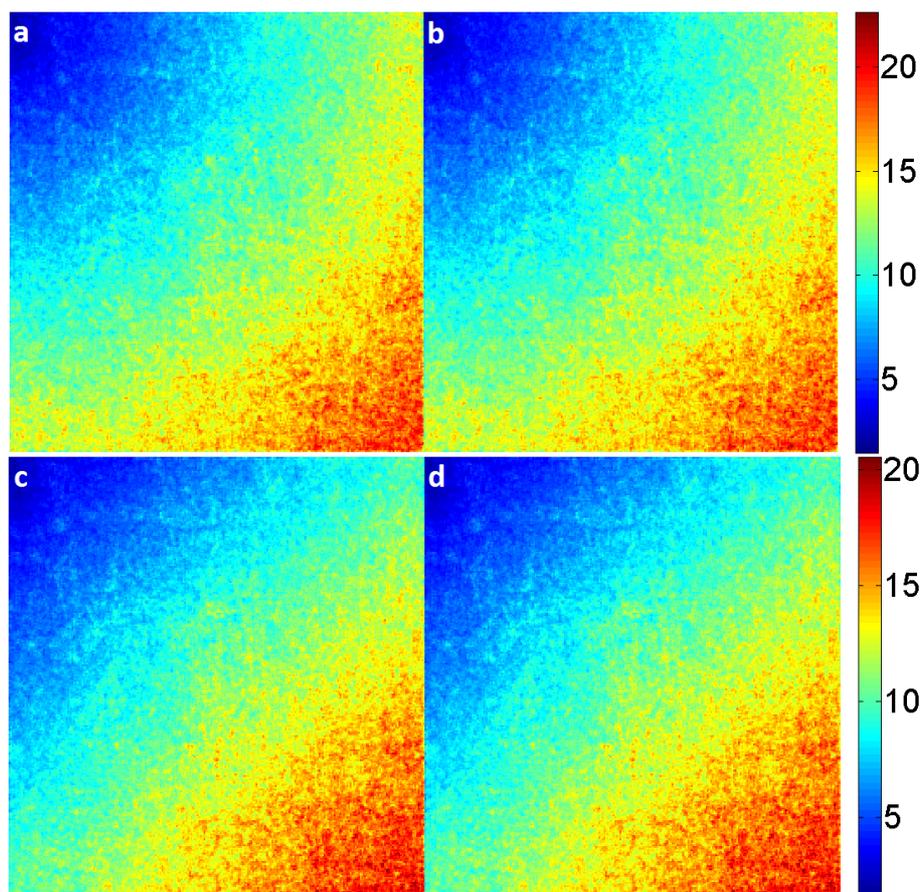
Figura 5.4: Mapas de ruido reales y estimados para diferentes ejemplos en el escenario 5.2 con imágenes distintas

MAPA REAL	SNR_{media}	MAPA ESTIMADO	ERROR	ERROR MÉTODO [11]
Fig 5.4.a)	11.1766	Fig 5.4.b)	0.0982	0.0983
Fig 5.4.c)	12.6489	Fig 5.4.d)	0.1176	0.1176
Fig 5.4.e)	12.6043	Fig 5.4.f)	0.2072	0.2072

Tabla 5.3: SNR y $Error$ para los ejemplos del experimento 5.2 con imágenes distintas

Nuevamente obtenemos unos estimadores que se aproximan bastante bien a los mapas de ruido reales con un error de en torno al 10%, aunque para algunos casos llega hasta el 20%. Sin embargo, se observa que los contornos de las imágenes influyen en el estimador, si bien como son completamente distintos no aparece ninguna silueta clara.

Por otro lado, se va a comparar los estimadores obtenidos con los resultantes tras aplicar el método de estimación local propuesto por [11]. En la tabla 5.3 se comprueba que los errores de los dos métodos son similares y en la figura 5.5 podemos ver una comparación gráfica.



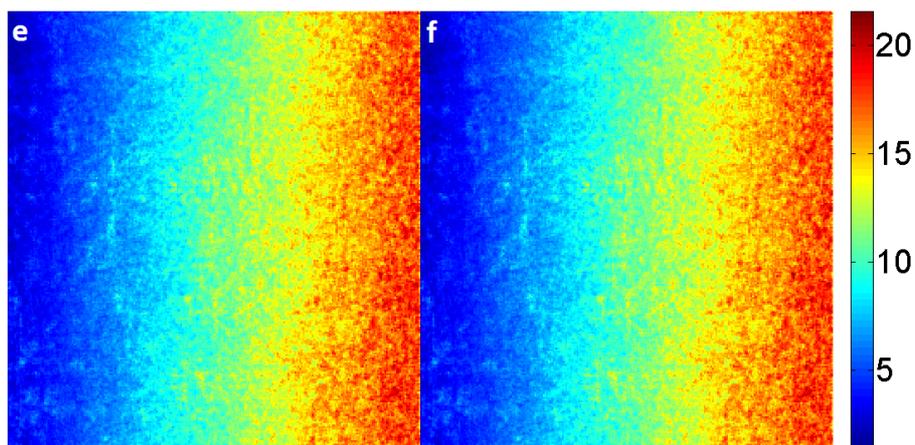
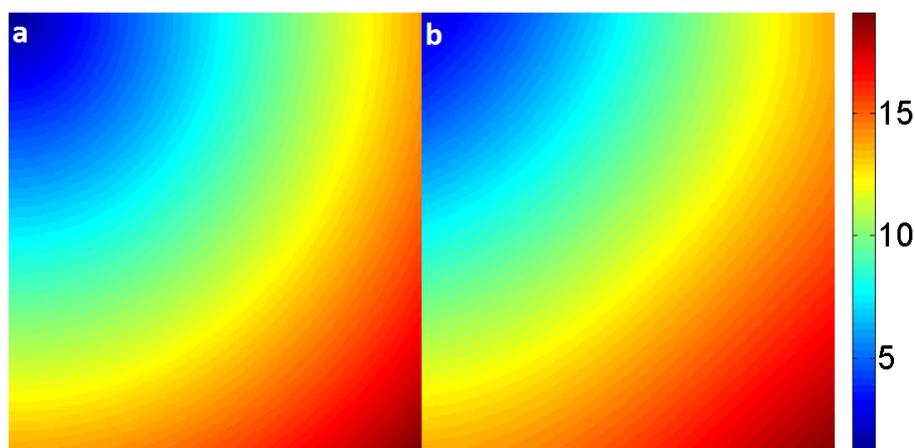


Figura 5.5: Comparación entre los estimadores obtenidos mediante el ML local propuesto y el estimador local de [11]

Volviendo a los estimadores obtenidos mediante el ML local, para tratar de mejorarlos, debido a las características de los resultados obtenidos, utilizaremos también un ajuste por mínimos cuadrados y el filtrado paso bajo en el dominio frecuencial. Los errores que se obtienen con cada método se pueden ver en la tabla 5.4 y los estimadores finales en la figura 5.6. Se observa una mejora en la estimación, aunque no tan buena como sucedía en los experimentos del apartado anterior. No obstante, gráficamente vemos como los mapas de ruido estimados se aproximan con bastante precisión a los reales.

MAPA REAL	LINEAL	CUÁDRICA	CÚBICA	FILTRADO
Fig 5.4.a)	0.1162	0.0796	0.0781	0.0842
Fig 5.4.c)	0.1045	0.1033	0.1037	0.1092
Fig 5.4.e)	0.1897	0.1846	0.1899	0.1993

Tabla 5.4: Errores de los estimadores mejorados para las diferentes técnicas en el experimento 5.2 con imágenes distintas



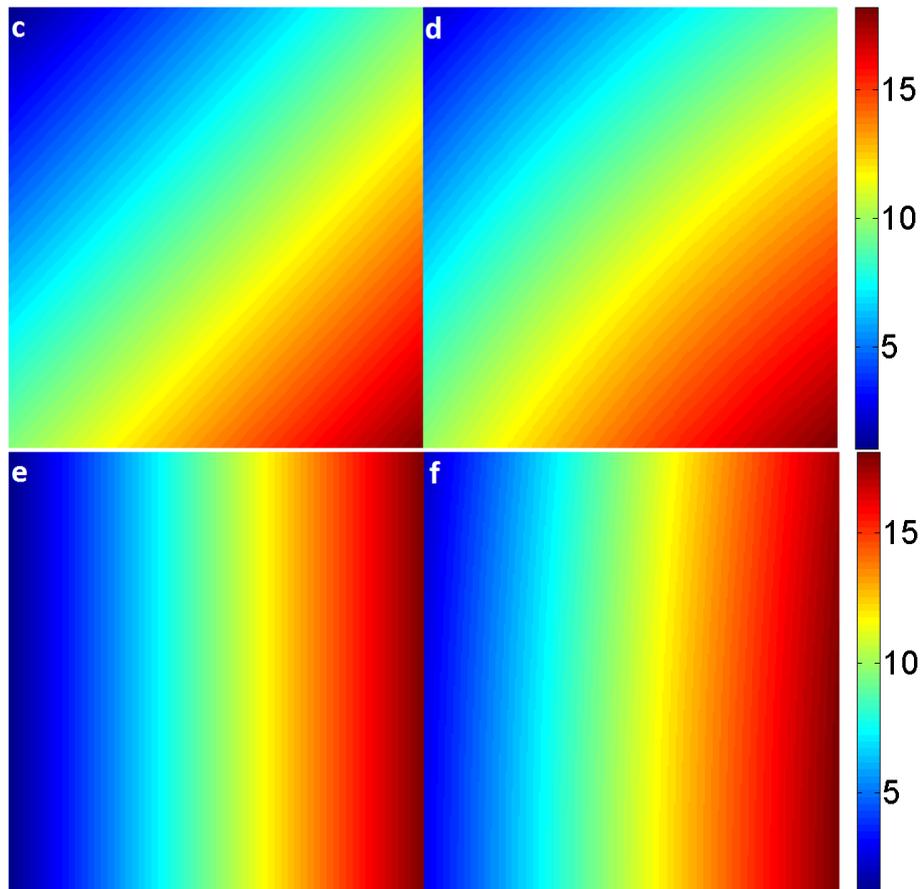


Figura 5.6: Mapas de ruido reales y estimados para diferentes ejemplos en el escenario 5.2 con imágenes distintas utilizando técnicas de mejora

b) Imágenes parecidas. Volumen cabeza

En el siguiente paso, se va a repetir el mismo experimento pero ahora en el caso en el que las imágenes son parecidas entre sí. Más específicamente, se van a utilizar las adquisiciones del volumen de una cabeza, donde cada imagen se corresponde con una sección del volumen. De esta forma, en cada una de las muestras aparecerá la silueta de una cabeza en el centro sobre un fondo constante. Este experimento, será por tanto el más cercano a una situación real. Se utilizarán 62 imágenes de tamaño 128x128. Nuevamente se utiliza el estimador ML local, en este caso con un filtro de dimensión 5.

Algunos ejemplos obtenidos se muestran en la tabla 5.5 y en la figura 5.7. En estos resultados se ve de forma clara la influencia de la silueta de la cabeza en la estimación. Por tanto los resultados no son buenos y el error es grande. Sin embargo, aunque aparece la forma de la cabeza en el centro, la información que aparece en el fondo, donde la imagen original es constante, sí que resulta útil y se aproxima al mapa real. Para poder observar este efecto, se satura la imagen a un valor máximo de 20 en la figura 5.7.

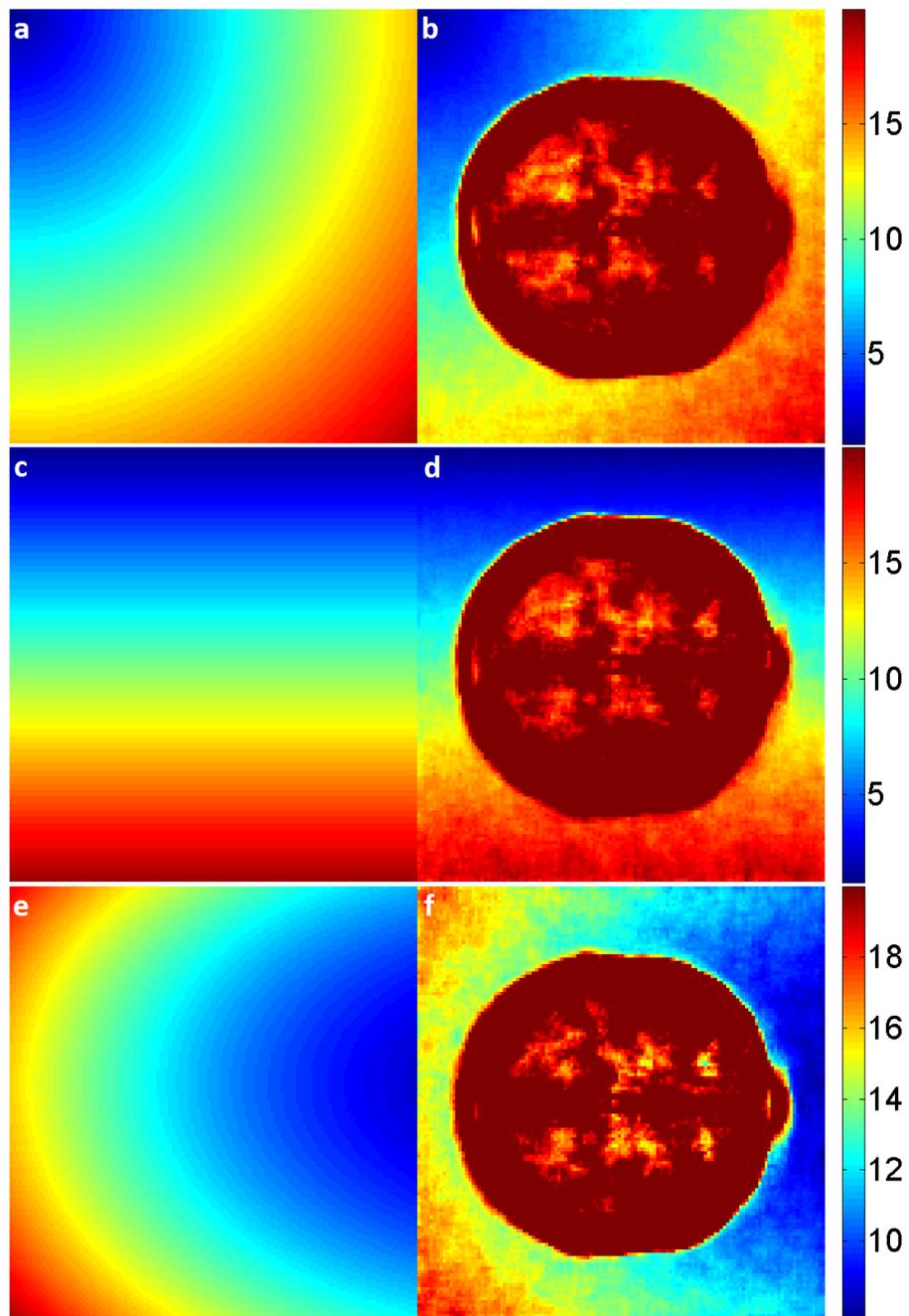


Figura 5.7: Mapas de ruido reales y estimados para diferentes ejemplos en el escenario 5.2 con imágenes del volumen de la cabeza

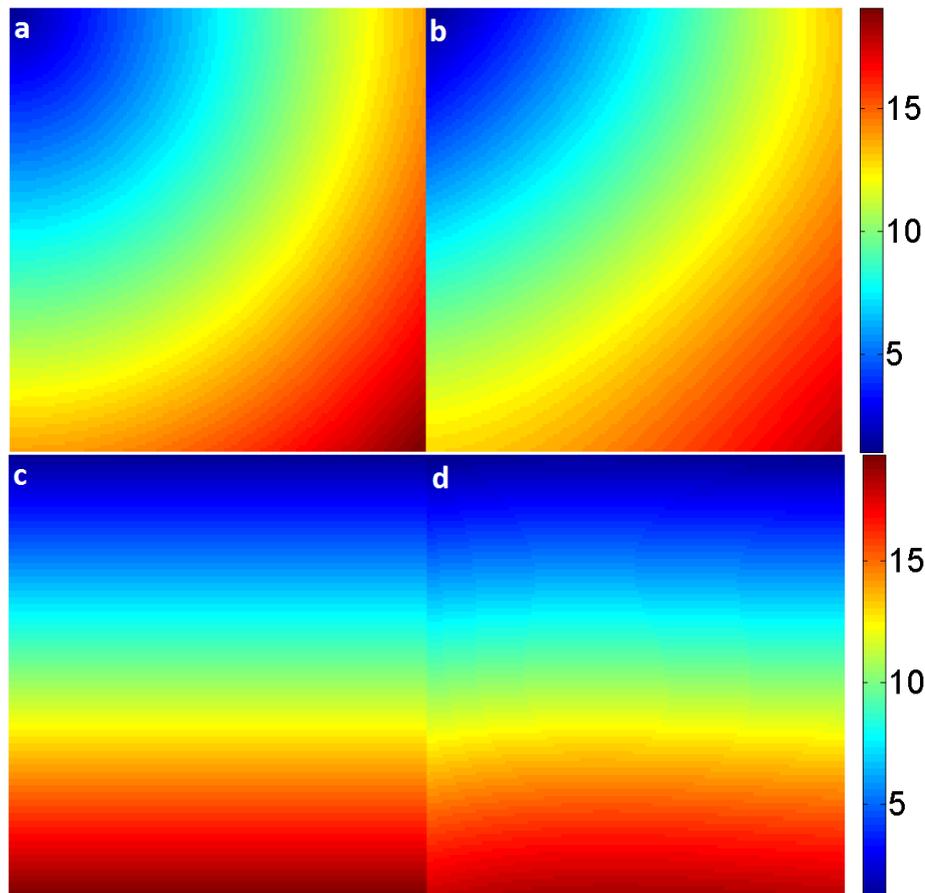
MAPA REAL	SNR_{media}	MAPA ESTIMADO
Fig 5.6.a)	8.3539	Fig 5.6.b)
Fig 5.6.c)	10.1579	Fig 5.6.d)
Fig 5.6e)	7.3696	Fig 5.6.f)

Tabla 5.5: SNR para los ejemplos del experimento 5.2 con imágenes del volumen de la cabeza

Es imprescindible utilizar algún tipo de técnica para mejorar los estimadores iniciales. En este caso, no se puede utilizar simplemente un ajuste por mínimos cuadrados o un filtro paso bajo debido a la información central que estropea la estimación. Sin embargo, como los datos del fondo si son buenos, es posible utilizar una máscara como se describe en el apartado 4.3.2 de forma que solo se utilice la información del fondo para hacer el ajuste por mínimos cuadrados. Algunos ejemplos de los resultados obtenidos para este experimento se resumen en la tabla 5.6 y en la figura 5.8 donde nuevamente, se ha elegido el modelo para el ajuste en función del error.

MAPA REAL	LINEAL	CUÁDRICA	CÚBICA
Fig 5.6.a)	0.0787	0.0307	0.0268
Fig 5.6.c)	0.0303	0.0236	0.0217
Fig 5.6.e)	0.0842	0.0192	0.0193

Tabla 5.6: Errores de los estimadores mejorados para las diferentes técnicas en el experimento 5.2 con el volumen de la cabeza



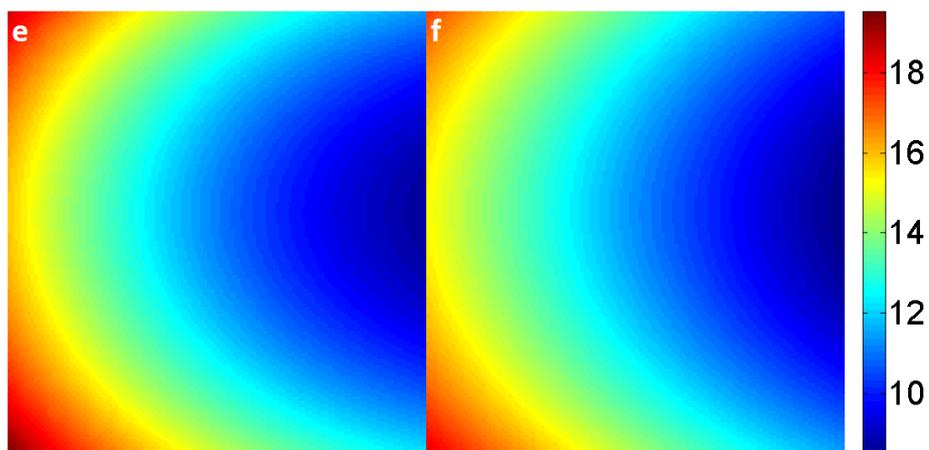


Figura 5.8: Mapas de ruido reales y estimados para diferentes ejemplos en el escenario 5.2 con imágenes distintas utilizando técnicas de mejora

Gracias a la utilización de máscaras se llegan a unos resultados muy buenos, con unos errores medios de en torno al 2%. En la figura 5.9 se puede ver que la utilización de la máscara para seleccionar la información del fondo es imprescindible, porque sino los resultados a los que se llegan no tienen prácticamente ningún parecido a los mapas de ruido reales.

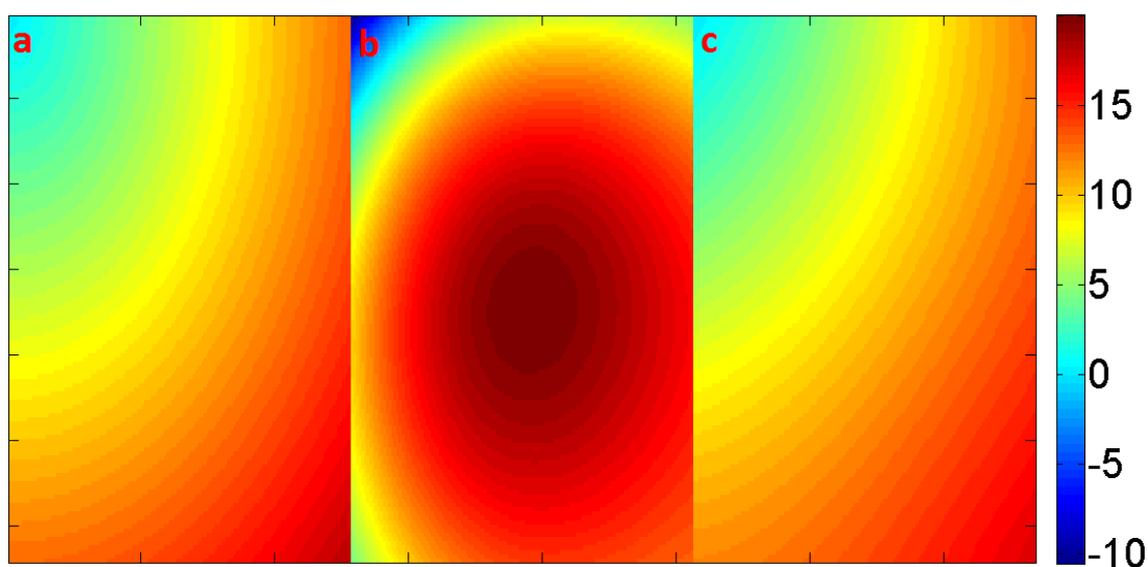


Figura 5.9: Parametrización de una imagen del experimento 5.2 del volumen de la cabeza con y sin máscara. a) Mapa de ruido real, b) Ajuste mediante una función cuadrática sin máscara y c) Ajuste mediante una función cuadrática con máscara

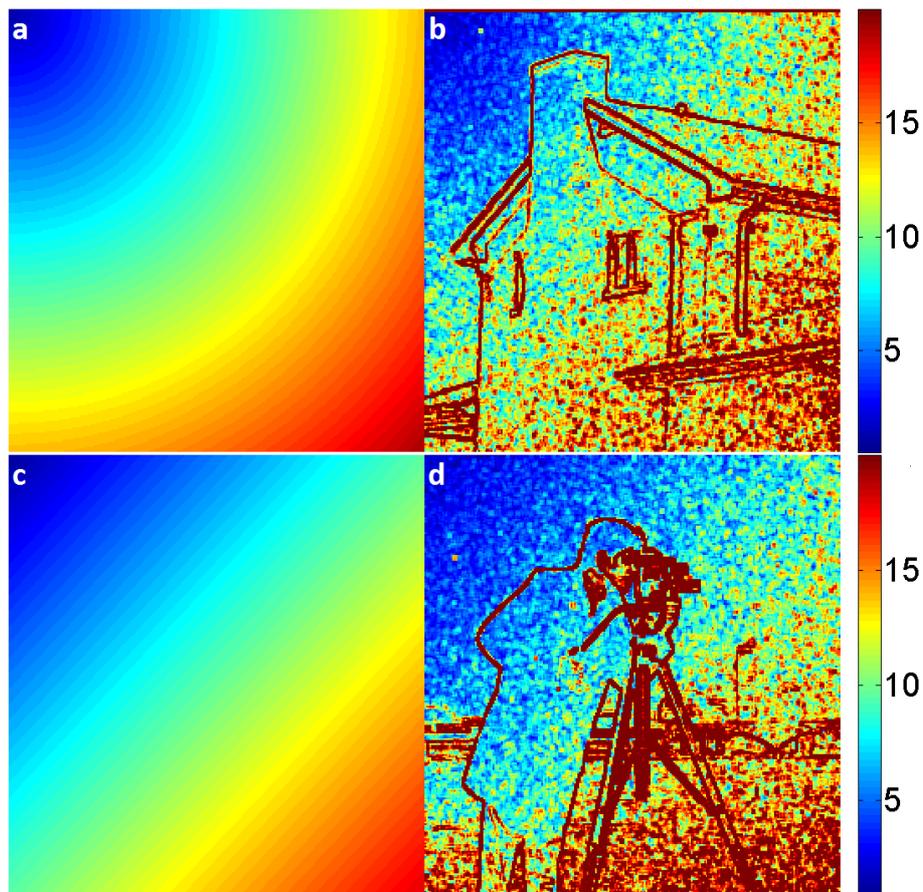
5.3. Adquisición de una sola imagen

La última parte de los experimentos va a consistir en la estimación de los mapas de ruido para la adquisición de una única imagen perturbada con ruido no estacionario. Para ello, se emplearán imágenes de tamaño 256x256 y se utilizará el

estimador ML local descrito en el apartado 4.1.3 mediante el uso de un filtro de media de dimensión 3. Los resultados de los estimadores iniciales se pueden observar en la tabla 5.7 y en la figura 5.10. Los resultados se caracterizan por una gran influencia de los contornos de la imagen, por lo que los estimadores no son buenos. Sin embargo, las zonas donde los contornos no tienen gran influencia los estimadores si se acercan al mapa de ruido real. Para poder observar esto, en la figura 5.10 se satura a un valor máximo de 20.

IMAGEN	MAPA REAL	SNR	MAPA ESTIMADO
<i>casa.tif</i>	Fig 5.9.a)	12.6500	Fig 5.9.b)
<i>cameraman.tif</i>	Fig 5.9.c)	12.4102	Fig 5.9.d)
<i>mri.png</i>	Fig 5.9.e)	10.1116	Fig 5.9.f)
<i>pimientos.tif</i>	Fig 5.9.g)	10.5647	Fig 5.9.h)

Tabla 5.7: Estimadores y SNR para los ejemplos mostrados en la figura 5.9



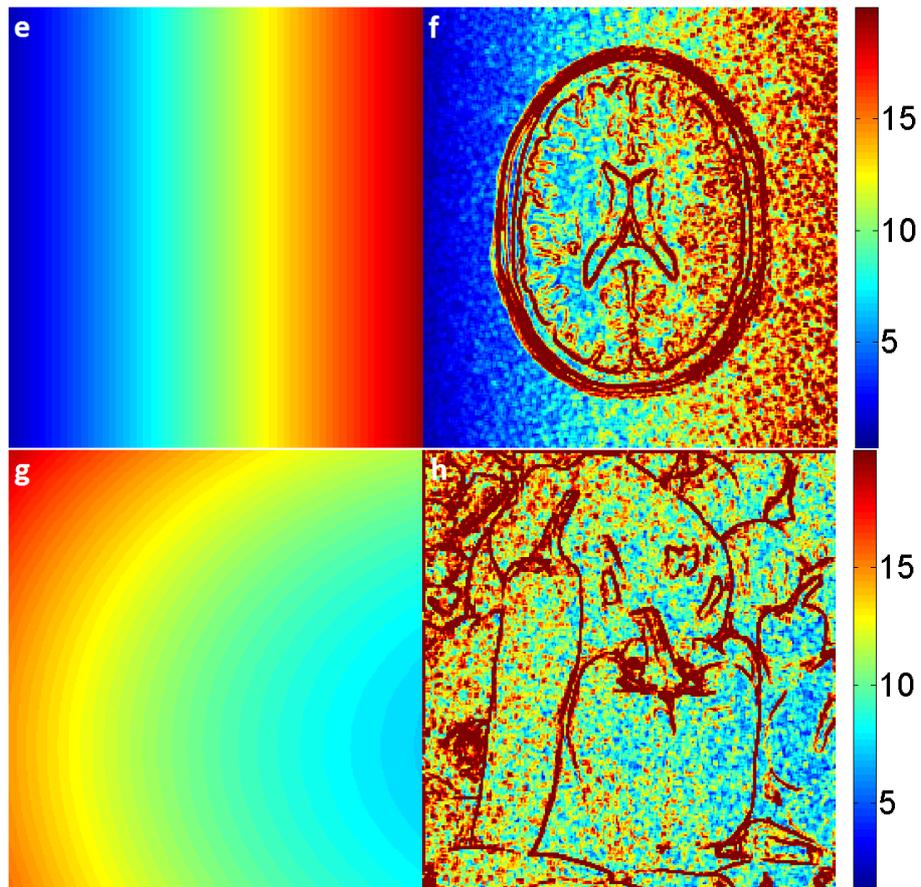


Figura 5.10: Mapas de ruido reales y estimados para diferentes ejemplos en el escenario 5.3

Se hace necesario por tanto tratar de mejorar estos estimadores iniciales. De la misma forma que ocurría para el caso del volumen de la cabeza, no se puede aplicar directamente una parametrización por mínimos cuadrados ya que los bordes que aparecen afectarán negativamente. Tampoco se puede utilizar una máscara pues no se conoce de antemano qué regiones son más fiables que otras. Lo que se va a utilizar es un filtro detector de bordes como el descrito en el apartado 4.3.3, de modo que se deseche esta información no deseada a la hora de realizar el ajuste. Las imágenes que se obtienen aplicando la detección de bordes para los ejemplos de la figura 5.10 se muestran a continuación:

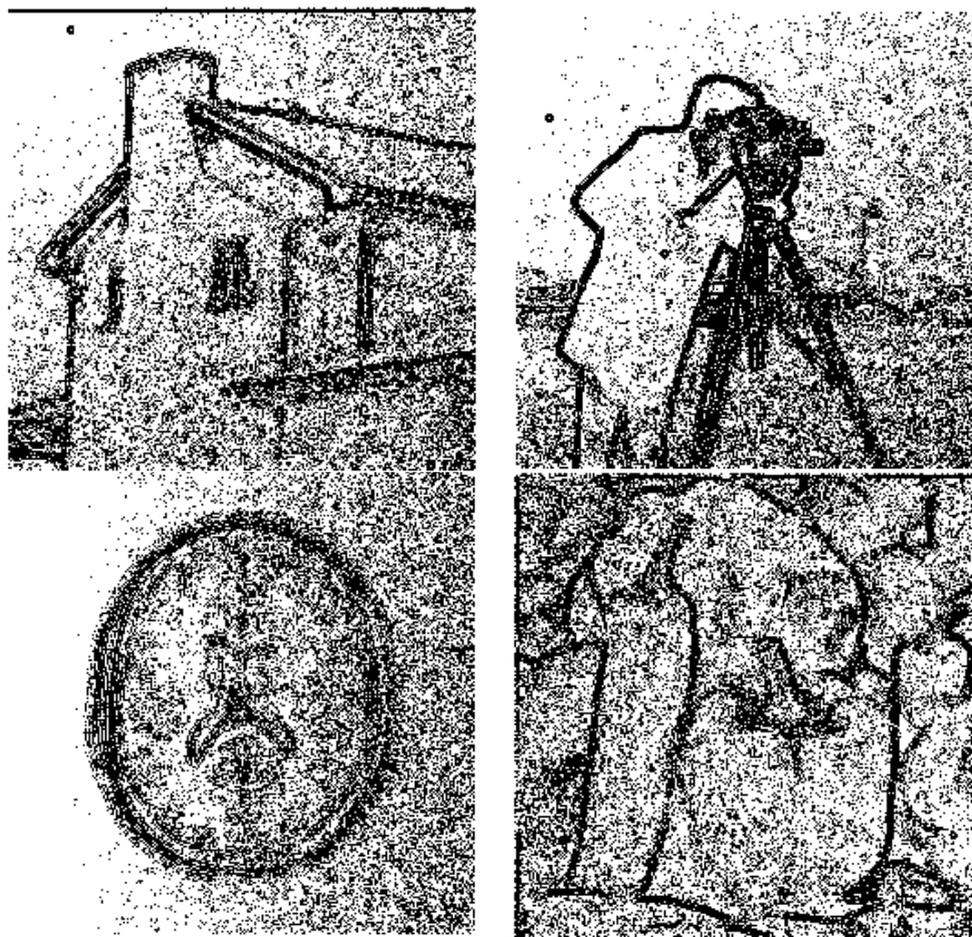


Figura 5.11: *Detección de bordes para los ejemplos del apartado 5.3*

Se comprueba que se localizan perfectamente los contornos de las imágenes, sin embargo, es cierto que estas imágenes también se ven afectadas del ruido y en regiones caracterizadas por una gran varianza aparecen puntos. No obstante, excluir estos píxeles a la hora de hacer el ajuste no va a suponer un aumento significativo del error pues es estas regiones sí se van a incluir píxeles con valores adecuados para realizar el ajuste. Los resultados de los nuevos estimadores de estos ejemplos, realizando el ajuste por mínimos cuadrados tras desechar los contornos tras la aplicación del filtro de detección de bordes se muestran en la tabla 5.8 y en la figura 5.12.

IMAGEN	MAPA REAL	LINEAL	CUÁDRICA	CÚBICA
<i>casa.tif</i>	Fig 5.9.a)	0.0827	0.0570	0.0644
<i>cameraman.tif</i>	Fig 5.9.c)	0.0982	0.0868	0.0894
<i>mri.png</i>	Fig 5.9.e)	0.1100	0.1549	0.1641
<i>pimientos.tif</i>	Fig 5.9.g)	0.1046	0.0851	0.0877

Tabla 5.8: *Errores de los estimadores mejorados tras la detección de bordes*

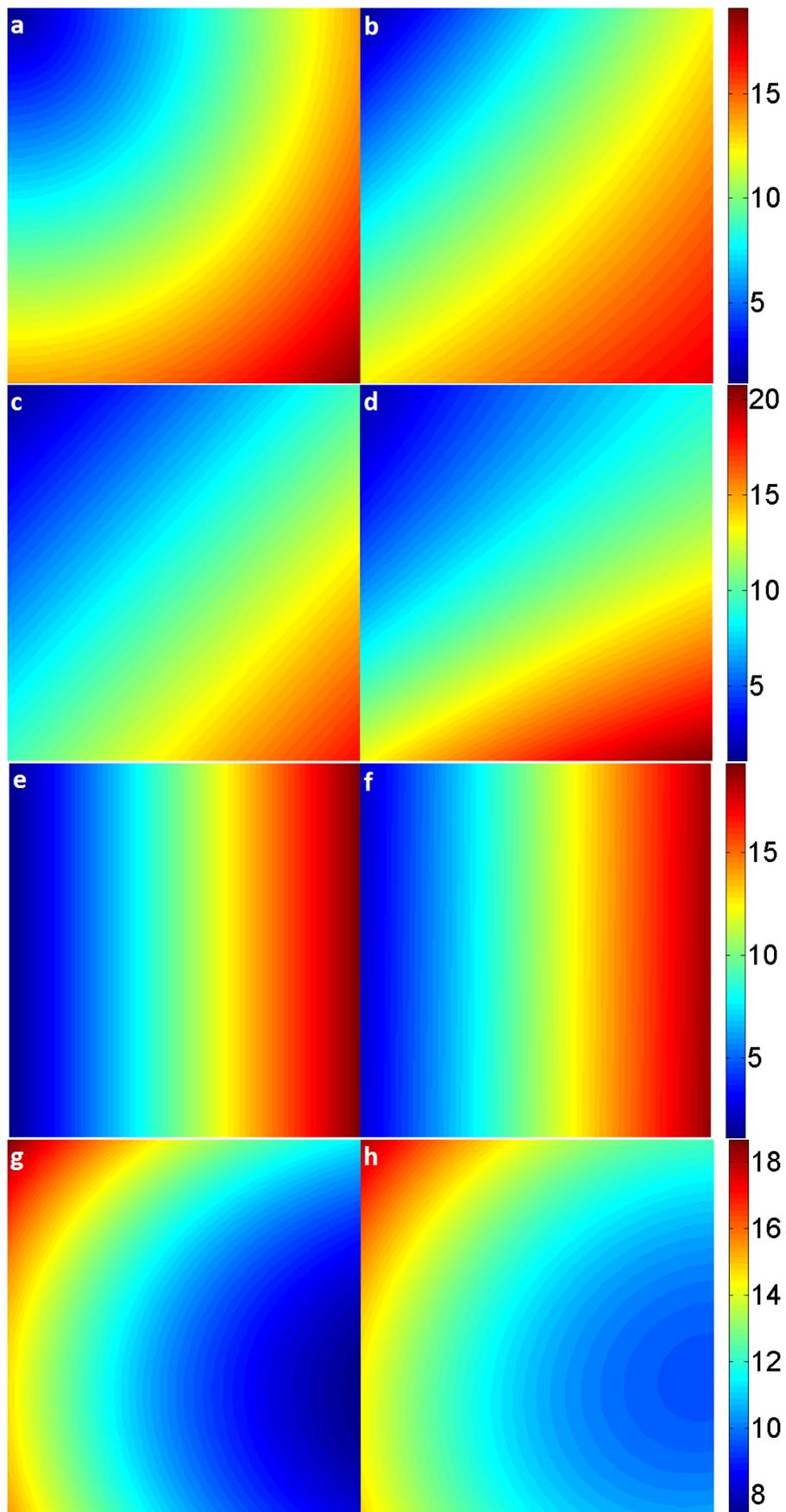


Figura 5.12: Mapas de ruido reales y estimados mejorados en el escenario 5.3 tras la detección de bordes

Se observa como los estimadores son buenos y ya no aparecen las siluetas de las imágenes originales. Los errores que se cometen oscilan entre el 5% y el 11%. No obstante, en este caso la utilización del filtro detector de bordes no es tan importante como ocurría para el caso de la máscara en el apartado 5.2. En la figura 5.13 se puede observar los resultados que se obtendrían tras la parametrización con y sin bordes. Vemos que gráficamente la diferencia no es muy grande. Concretamente, en el caso en el que no se ha utilizado la detección de bordes se consigue un error de 0.1192 y cuando sí se utiliza se reduce hasta 0.0571.

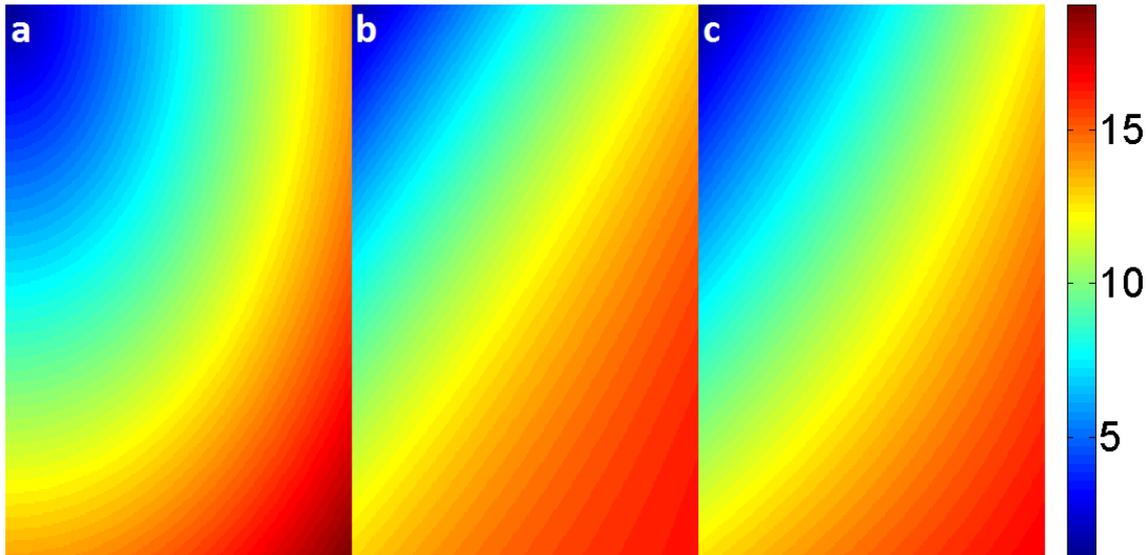


Figura 5.13: *Parametrización de una imagen del experimento 5.3 con y sin detección de bordes. a) Mapa de ruido real, b) Ajuste mediante una función cuádrlica sin filtro detector de bordes y c) Ajuste mediante una función cuádrlica con filtro detector de bordes*

Capítulo 6

Conclusiones y líneas futuras

El objetivo del presente trabajo era la estimación de patrones de ruido no estacionarios que afectan en la adquisición de imágenes mediante técnicas de resonancia magnética en paralelo como SENSE. Para lo cual, se ha encarado el problema mediante un modelado estadístico. En concreto, se ha justificado la utilización de un modelo gaussiano que describiría de forma precisa el problema en los casos en que se pueda acceder a los datos en las etapas intermedias o en las imágenes finales para situaciones de elevada SNR. Se trata de un modelo simple, que proporciona estimadores dados por expresiones cerradas por lo que es de gran interés comprobar la calidad de los resultados que proporciona.

Una vez definido y justificado el modelo de ruido, se han obtenido las expresiones de los estimadores de máxima verosimilitud para diferentes situaciones en función de las características de las adquisiciones. De especial interés resulta la adquisición de múltiples imágenes distintas, ya que es el escenario que más se acerca a una situación real de resonancia magnética en el que obtienen las diferentes secciones del volumen del cuerpo a analizar. Para tal caso se ha propuesto la utilización de un ML local. Existen estimadores similares en la literatura, como el propuesto por [11]. Además, se exponen también técnicas para mejorar la calidad de estos estimadores

como el ajuste por mínimos cuadrados, máscaras para seleccionar regiones de la imagen o la detección de bordes.

Finalmente, mediante la simulación con Matlab se han podido comprobar las prestaciones de los estimadores propuestos en diferentes situaciones así como las técnicas de mejora llegando a resultados finales satisfactorios.

6.1. Conclusiones

A partir del trabajo realizado se ha llegado a las siguientes conclusiones:

1. Dadas las características de la adquisición de imágenes por resonancia magnética, es válido la utilización de un modelo gaussiano para describir el ruido, ya que en las etapas intermedias se puede ver como un proceso AWGN complejo, tanto en el espacio- k como en el dominio de la imagen. En función de si se utilizan técnicas de aceleración y del número de bobinas receptoras, la imagen final va a seguir modelos más complejos como distribuciones Rician. Sin embargo, si se considera que es posible acceder a los datos en las etapas previas o que la SNR es elevada es válido considerar un modelo gaussiano.
2. En la situación óptima en la que se adquieren múltiples muestras de la misma imagen se llegan a unos resultados buenos pero los estimadores son poco uniformes. Tras un ajuste por mínimos cuadrados o un filtrado paso bajo la estimación mejoraba considerablemente y se obtenían estimadores muy buenos con un error de entre el 1% y el 2%.
3. En una situación más real en la que se adquieren imágenes distintas y se utiliza un estimador ML local, la calidad del estimador depende de si aparece alguna silueta similar en varias de las muestras. Si las imágenes son completamente distintas, no va a aparecer ningún contorno predominante en los estimadores finales y se llega a resultados similares a los del apartado anterior, los cuales mejoran tras aplicar una parametrización o un filtrado paso bajo. Si por el contrario, las imágenes son similares, como ocurriría en la adquisición del volumen de una cabeza, en los estimadores finales aparecen siluetas. No obstante, mediante la utilización de máscaras y un ajuste por mínimos cuadrados, se llega a resultados buenos.
4. En el caso menos óptimo en el que se obtiene una sola imagen, los resultados obtenidos son malos porque tienen gran impacto los bordes de la imagen original. Mediante la detección de bordes y la parametrización por mínimos cuadrados la estimación mejora notablemente, aunque no llega a la calidad del caso óptimo.

6.2. Líneas futuras

En cuanto a las posibles líneas de trabajo futuras, se podría tratar de obtener los estimadores utilizando un modelo Rician o las distribuciones más complejas que siguen las imágenes finales para diferentes situaciones en función de si se utilizan sistemas de una o múltiples bobinas receptoras.

Los mapas de ruido utilizados en las simulaciones eran en general simples. En futuros estudios se podría tratar de repetir los experimentos para mapas de ruido más complejos y similares a los que se dan en adquisiciones reales.

Finalmente, sería interesante tratar de testear las técnicas propuestas en imágenes reales adquiridas mediante SENSE en lugar de la simulación.

Bibliografía

- [1] M. Blaimer, F. Breuer, M. Mueller, R. Heidemann, M. Griswold, P. Jakob, SMASH, SENSE, PILS, GRAPPA: how to choose the optimal method, *Top Magn Reson Imaging* 15 (4) (2004) 223–236.
- [2] G. McGibney, M. Smith, Unbiased signal-to-noise ratio measure for magnetic resonance images, *Med. Phys.* 20 (4) (1993) 1077-1078
- [3] S. Aja-Fernández, A. Tristán-Vega, A review on statistical noise models for Magnetic Resonance Imaging, Tech Report of the LPI, TECH-LPI2013-01, Universidad de Valladolid, Spain, Jun. 2013.
- [4] Aja-Fernández S, et al, Noise Estimation in Parallel MRI: GRAPPA and SENSE, *Magn Reson Imaging* (2014)
- [5] P. Suetens, *Fundamentals of Medical Imaging*, 2nd ed., Cambridge., 2009.
- [6] Klaas P. Pruessmann. Encoding and reconstruction in parallel mri. *NMR in Biomedicine*, 19(3):288-299, 2006.
- [7] K. P. Pruessmann, M. Weiger, M. B. Scheidegger, and P. Boesiger. SENSE: sensitivity encoding for fast MRI. *Magnetic resonance in medicine*, 42(5):952-962, November 1999.

- [8] Mark A. Griswold, Peter M. Jakob, Robin M. Heidemann, Mathias Nittka, Vladimir Jellus, Jianmin Wang, Berthold Kiefer, and Axel Haase. Generalized autocalibrating partially parallel acquisitions (grappa). *Magnetic Resonance in Medicine*, 47(6):1202-1210, 2002.
- [9] H. Gudbjartsson, S. Patz, The Rician distribution of noisy MRI data, *Magn. Reson. Med. Phys.* 34 (6) (1995) 910-914
- [10] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing. Estimation Theory*, 1st ed., Prentice-Hall Int. Ed., 1993.
- [11] B. Goossens, A. Pizurica, W. Philips. Wavelet domain image denoising for non-stationary noise and signal-dependent noise. Dept. of Telecommunication and Information Porcessing, Ghent University, Belgium, 2006.
- [12] The MathWorks, Inc, "Image Processing Toolbox, User's Guide"

Apéndice A

Imágenes utilizadas en los experimentos



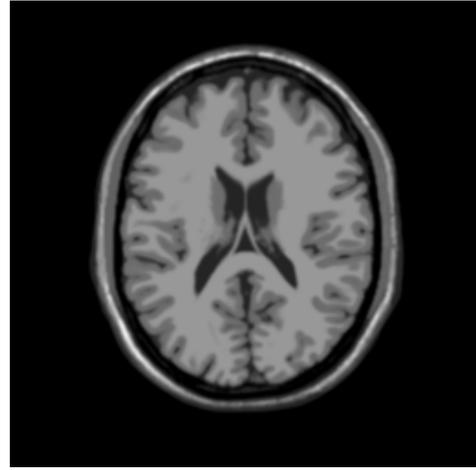
casa.tif



lenna.tif



pimientos.tif



mri.png



cameraman.tif