# TEMA 5: ANÁLISIS DE LA CALIDAD EN MODULACIONES ANALÓGICAS

- Parámetros de calidad: SNR y FOM
- Análisis del ruido en modulaciones de amplitud
  - Receptores de AM y modelo funcional
  - SNR y FOM para detección coherente de DSB
  - SNR y FOM para detección coherente de SSB
  - SNR y FOM para detección en envolvente en AM
- Análisis del ruido en FM
- Comparación de la calidad de las modulaciones analógicas

# TEMA 5: ANÁLISIS DE LA CALIDAD EN MODULACIONES ANALÓGICAS

- Parámetros de calidad: SNR y FOM
- Análisis del ruido en modulaciones de amplitud
    - Receptores de AM y modelo funcional
    - SNR y FOM para detección coherente de DSB
    - SNR y FOM para detección coherente de SSB
    - SNR y FOM para detección en envolvente en AM
- Análisis del ruido en FM
- Comparación de la calidad de las modulaciones analógicas

# PARÁMETROS DE CALIDAD: SNR Y FOM (I)

- Vamos a usar como medida de calidad en los sistemas analógicos la relación señal a ruido o SNR

$$\mathrm{SNR}_O = \frac{\text{Pot. media de señal demodulada a la salida del rx}}{\text{Pot. media de ruido a la salida del rx en el ancho de banda } W}$$

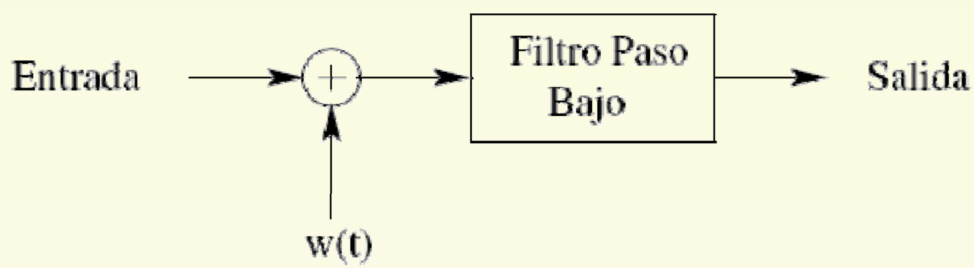
- Esta definición no es ambigua siempre que la señal y el ruido aparezcan sumados a la salida del receptor
- Este requerimiento se satisface para cuando el receptor es lineal, como el detector coherente
- En receptores no lineales se puede satisfacer de forma aproximada, como para el detector de envolvente, cuando la potencia de ruido sea pequeña
- La SNR a la salida va a depender de varios factores:
  - Tipo de modulación empleada en el transmisor
  - Tipo de receptor empleado

# PARÁMETROS DE CALIDAD: SNR Y FOM (II)

- Sería deseable poder comparar la calidad de los diferentes sistemas
- Vamos a comparar la SNR a la salida con lo que vamos a denominar SNR del canal definida por

$$\mathrm{SNR}_C = \frac{\text{Pot. media de señal modulada a la entrada del rx}}{\text{Pot. media de ruido a la entrada del rx en el ancho de banda } W}$$

- Esta SNR sería la de un sistema equivalente de transmisión en banda base




- Se transmite la señal $m(t)$ sin modular:
  - Con la misma potencia de transmisión que la de la señal modulada
  - El filtro paso bajo deja pasar $m(t)$ sin modificar y elimina el ruido fuera de la banda $W$

# PARÁMETROS DE CALIDAD: SNR Y FOM (III)

- Para poder comparar los distintos sistemas se define el parámetro FOM

$$\text{FOM} = \frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_C}$$

- Cuanto mayor sea el valor de FOM mayor calidad tendrá el sistema
- Otro valor de interés es la relación SNR a la entrada definida por

$$\text{SNR}_I = \frac{\text{Pot. media de señal modulada a la entrada del rx}}{\text{Pot. media de ruido a la entrada del rx en el ancho de banda } B_T}$$

- La ganancia en SNR del receptor está será entonces simplemente

$$\frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_I}$$

- Para el caso de receptores no lineales se requiere llegar a la aproximación de linealidad para poder separar señal y ruido a la salida
- Para ello se necesita que la potencia de ruido sea pequeña
- Se empleará el parámetro CNR, que debe ser grande

$$\rho = \text{CNR} = \frac{\text{Pot. media de portadora}}{\text{Pot. media de ruido a la entrada del rx en el ancho de banda } B_T}$$

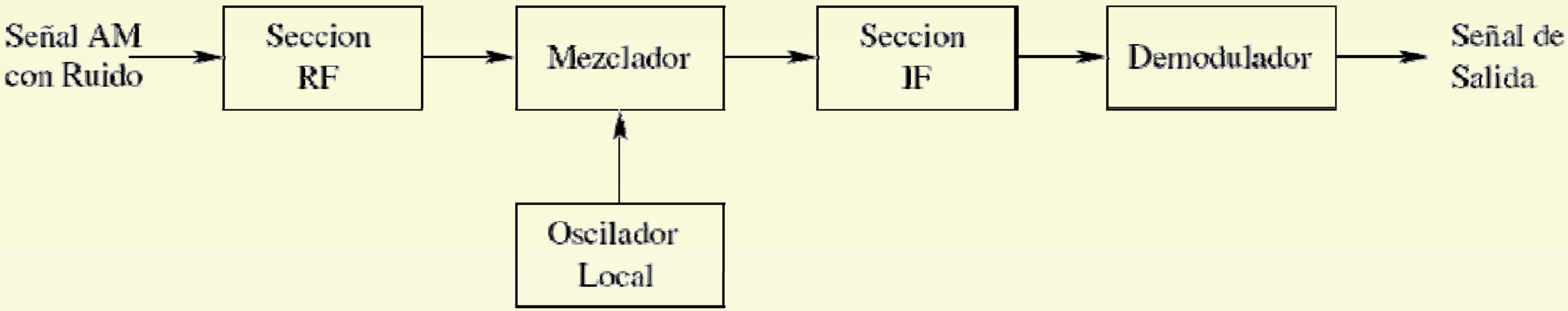
# TEMA 5: ANÁLISIS DE LA CALIDAD EN MODULACIONES ANALÓGICAS

- Parámetros de calidad: SNR y FOM
- Análisis del ruido en modulaciones de amplitud
  - Receptores de AM y modelo funcional
  - SNR y FOM para detección coherente de DSB
  - SNR y FOM para detección coherente de SSB
  - SNR y FOM para detección en envolvente en AM
- Análisis del ruido en FM
- Comparación de la calidad de las modulaciones analógicas

# RECEPTORES DE AM Y MODELO FUNCIONAL (I)

- Se va a suponer que el ruido introducido en el canal
  - Estacionario
  - Gaussiano
  - Con media cero
  - Blanco, lo que implica una densidad espectral de potencia plana
- Esta suposición nos permitirá analizar cómo afecta el ruido a los diferentes sistemas
- Además permite que sea analíticamente manejable
- Vamos a simplificar el modelo de receptor de AM proponiendo el modelo funcional que usaremos para determinar las SNRs
- Vamos a emplear el receptor de AM heterodino con dos etapas, frente al homodino que tiene una única etapa

# RECEPTORES DE AM Y MODELO FUNCIONAL (II)




- Las dos etapas del receptor heterodino son:
  - Sección de radiofrecuencia formada por un filtro y un mezclador
  - Sección de frecuencia intermedia
- Por último está la etapa de demodulación
- Los parámetros de AM comercial
  - Rango de RF: $535$ a $1605$ KHz
  - Frecuencia intermedia: $455$ KHz
  - Ancho de banda de la señal moduladora $W$: $10$ KHz

# RECEPTORES DE AM Y MODELO FUNCIONAL (III)

- La sección de RF amplifica y filtra la señal
- Esta sección está sintonizada a la frecuencia de la portadora y es por tanto una sección variable
- El mezclador emplea la señal proveniente del oscilador local variable
- Convierte la portadora de entrada a frecuencia $f_{RF}$ a la frecuencia $f_{IF}$

$$f_{IF} = f_{RF} - f_{LO}$$

donde $f_{LO}$ es la frecuencia del oscilador local

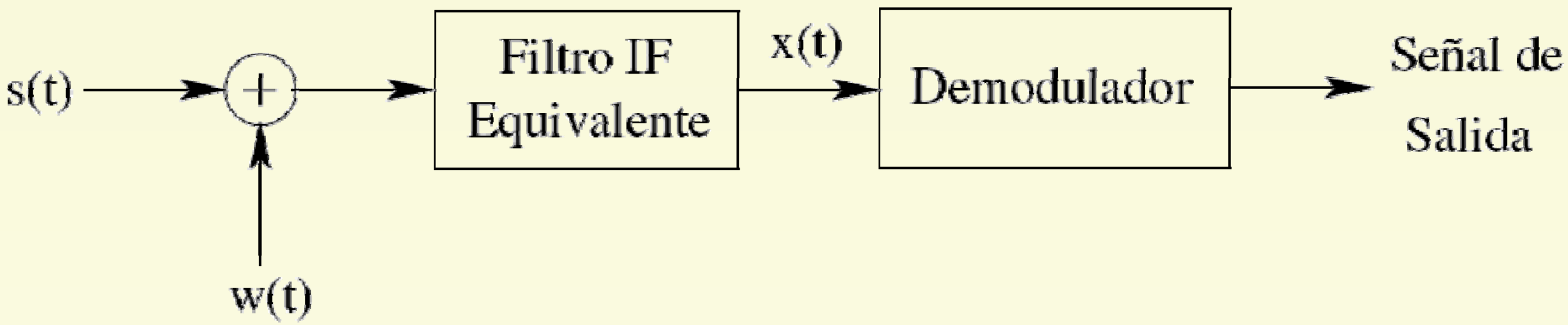
- El mezclador se suele denominar primer detector y el demodulador segundo detector, a diferencia del receptor homodino con una sola etapa
- La sección IF es fija y consiste en un amplificador y un filtro paso banda con un ancho de banda $B_T$ que corresponda al tipo de modulación
- Puesto que la sección IF es fija es la que proporciona mayor ganancia y selectividad en frecuencia

# RECEPTORES DE AM Y MODELO FUNCIONAL (IV)

- La salida de la sección IF se aplica al demodulador
- El demodulador proporcionará una señal proporcional a $m(t)$ a su salida
- Si el detector es coherente se necesitará una señal sinusoidal sincronizada en frecuencia y fase a la frecuencia de IF
- Finalmente se puede tener un amplificador en banda base
- La sección RF es variable por lo que será más difícil de realizar
- Esta sección tendrá poca selectividad, pero tiene que ser capaz de eliminar la banda imagen
- Dos señales con frecuencias $|f_{LO} \pm f_{IF}|$ de RF antes del mezclador pasarán a la etapa IF por lo que la sección RF debe eliminar la no deseada
  - Si $f_{LO} > f_{IF}$ la señal de interés y la imagen están separadas $2f_{IF}$
  - Si $f_{LO} < f_{IF}$ la señal de interés y la imagen están separadas $2f_{LO}$

# RECEPTORES DE AM Y MODELO FUNCIONAL (V)

- Para el análisis del ruido en AM se empleará el modelo simplificado

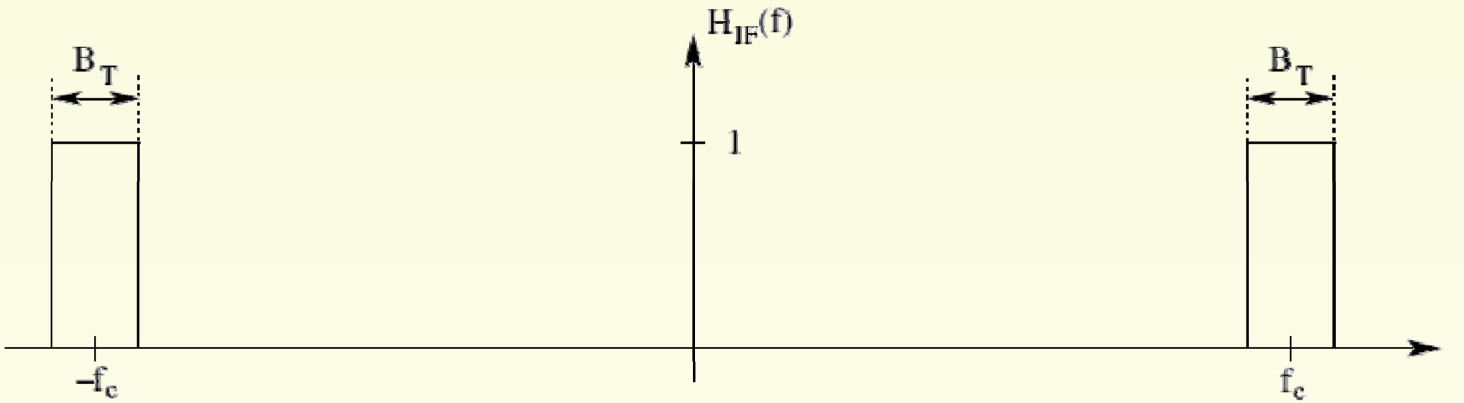



- El filtro IF equivalente representa a la combinación de:
  - La sección RF
  - El mezclador
  - La sección IF
- A la entrada de este filtro tenemos:
  - La señal $s(t)$ en la banda IF y amplificada
  - Junto con el ruido $w(t)$ con densidad espectral de potencia

$$S_W(f) = \frac{N_0}{2}$$

# RECEPTORES DE AM Y MODELO FUNCIONAL (VI)

- El filtro IF equivalente tiene ancho de banda $B_T$
- $B_T$ debe ser lo menor posible pero dejando pasar la señal $s(t)$ sin distorsión
- Excepto para SSB la frecuencia central del filtro será la portadora $f_c$ a IF
- Este filtro debería ser la combinación en cascada de las secciones RF e IF
- Por simplicidad lo vamos a suponer ideal según (excepto en SSB)




- La señal $x(t)$ a la salida del filtro será

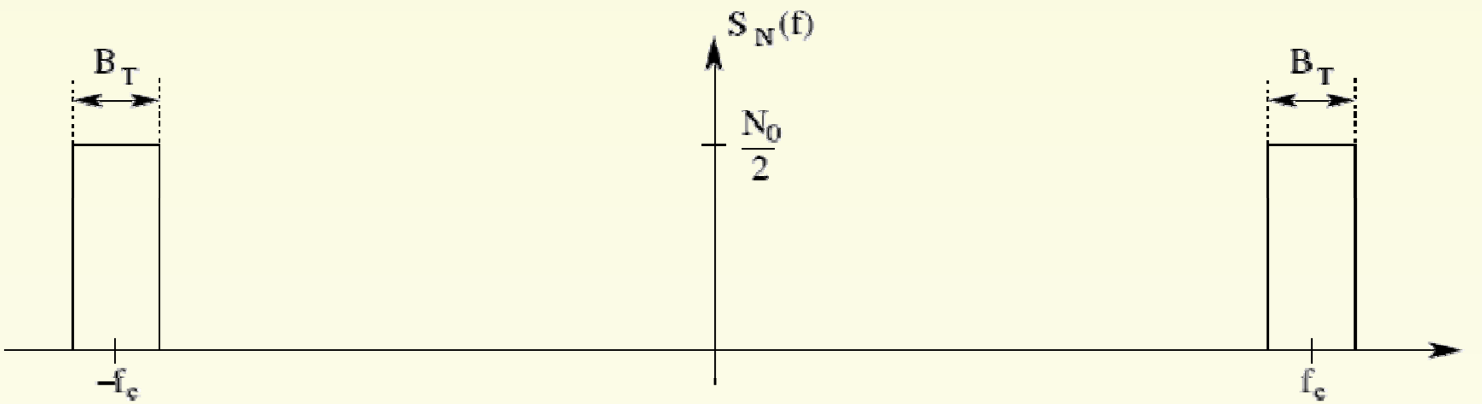
$$x(t) = s(t) + n(t)$$

# RECEPTORES DE AM Y MODELO FUNCIONAL (VII)

- $n(t)$ es el ruido a la salida del filtro IF equivalente para el ruido $w(t)$
- La densidad espectral de potencia del ruido $n(t)$ será (excepto para SSB)

$$S_N(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & f_c - \frac{B_T}{2} \leq |f| \leq f_c + \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Gráficamente



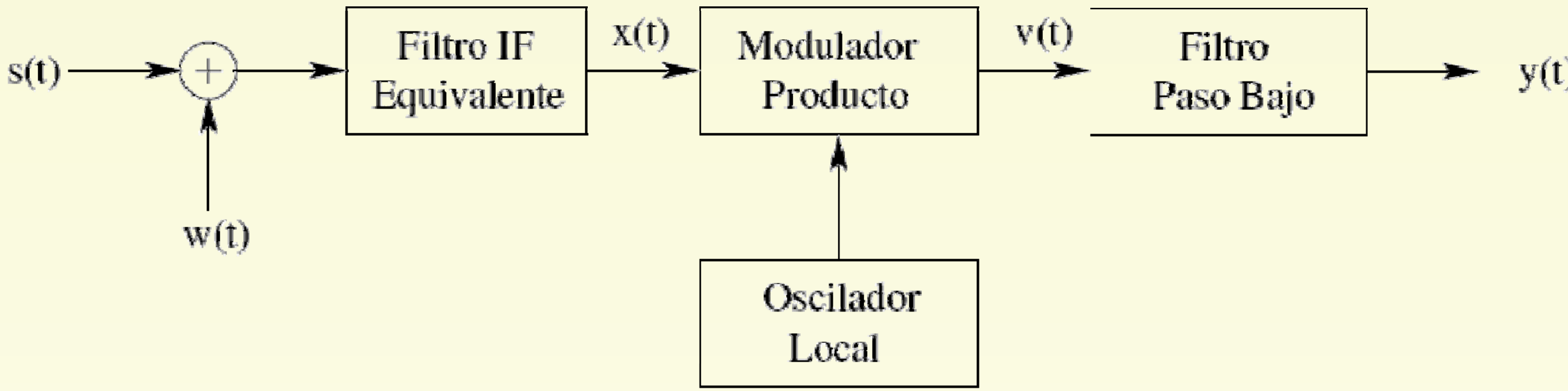

- Puesto que el ancho de banda $B_T$ suele ser bastante menor que la frecuencia $f_c$ a IF, $n(t)$ se puede considerar ruido de banda estrecha

## TEMA 5: ANÁLISIS DE LA CALIDAD EN MODULACIONES ANALÓGICAS

- Parámetros de calidad: SNR y FOM
- Análisis del ruido en modulaciones de amplitud
    - Receptores de AM y modelo funcional
    - SNR y FOM para detección coherente de DSB
    - SNR y FOM para detección coherente de SSB
    - SNR y FOM para detección en envolvente en AM
- Análisis del ruido en FM
- Comparación de la calidad de las modulaciones analógicas

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB (I)

• El modelo funcional en este caso es




• El detector coherente:

– Multiplica la señal IF $x(t)$ por la señal sinusoidal $\cos(2\pi f_c t + \Theta)$

– El resultado se pasa por un filtro paso bajo con ancho de banda $W$

• Supondremos que la señal sinusoidal a $f_c$ mediante algún mecanismo se ha logrado que tenga perfecto sincronismo de frecuencia y fase

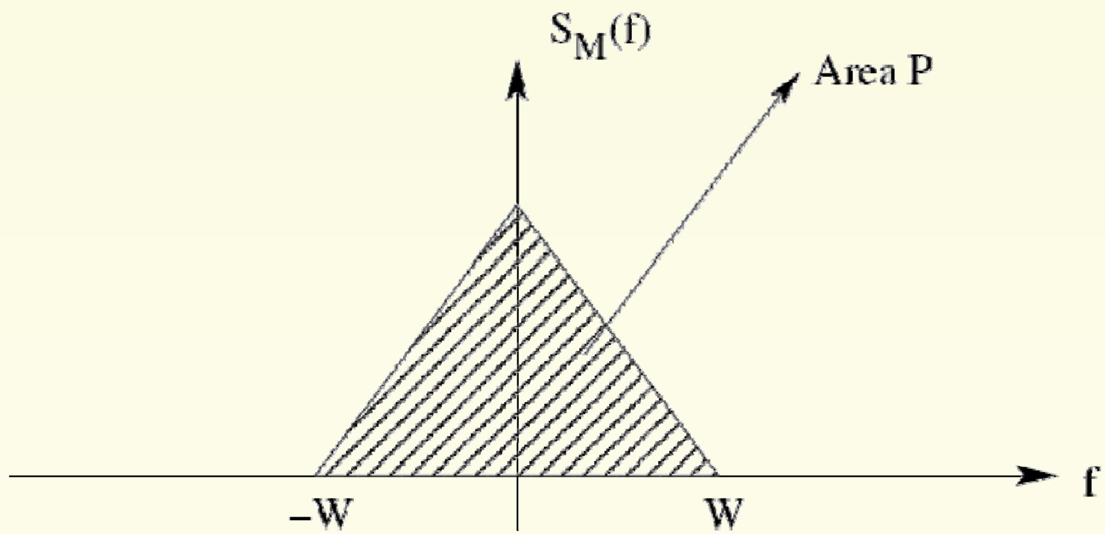
• Supondremos que la amplitud de la señal sinusoidal a $f_c$ es unidad

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB (II)

- El detector coherente es lineal por lo que a la salida aparecen sumados señal y ruido
- No es necesario establecer ninguna limitación al valor de CNR
- La señal DSB con moduladora $m(t)$ y portadora $A_c \cos(2\pi f_c t + \Theta)$

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \Theta) m(t)$$

- $m(t)$ es una función muestra del proceso estacionario $M(t)$ con media cero, ancho de banda $W$ y densidad espectral de potencia $S_M(f)$



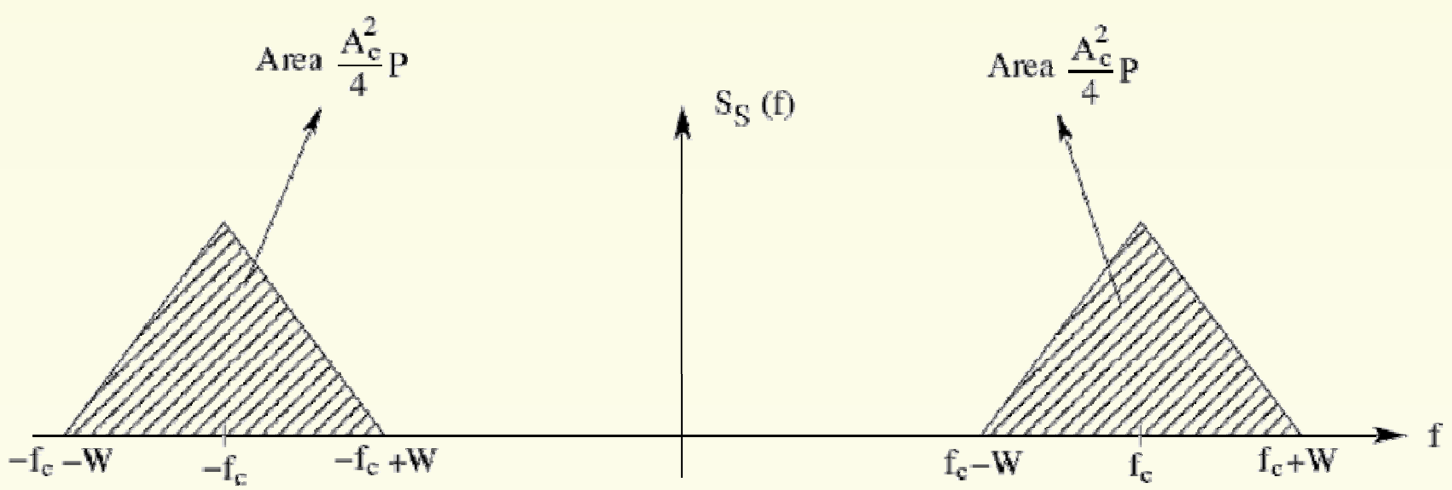
# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB (III)

- La potencia $P$ de la señal moduladora $m(t)$ viene dada por

$$P = \int_{-W}^{W} S_M(f)df$$

- La señal portadora también se puede considerar como la muestra de una señal aleatoria cuya fase inicial es una variable uniforme en $[-\pi, \pi]$
- Suponemos que la portadora y la moduladora son independientes
- Bajo estos supuestos se puede llegar a que la densidad espectral de la señal modulada viene dada por

$$S_S(f) = \frac{A_c^2}{4}[S_M(f-f_c) + S_M(f+f_c)]$$



# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB (IV)

- La potencia de la señal a la entrada $P_{S_I}$ va a venir entonces dada por

$$P_{S_I} = \frac{A_c^2 P}{2}$$

- La potencia de ruido $P_{N_C}$ en el ancho de banda $W$ de la señal $m(t)$

$$P_{N_C} = W N_0$$

- Entonces la SNR del canal será

$$\mathrm{SNR}_C = \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2 P}{2 W N_0}$$

- El ancho de banda $B_T$ de la señal modulada $s(t)$ viene dada por

$$B_T = 2W$$

- La potencia de ruido $P_{N_I}$ tras el filtro IF equivalente

$$P_{N_I} = B_T N_0 = 2 W N_0$$

- Por lo que la SNR a la entrada será

$$\mathrm{SNR}_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2 P}{4 W N_0}$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB (V)

- La potencia de portadora $P_C$ es

$$P_C = \frac{A_c^2}{2}$$

- Por lo que el valor de CNR será

$$\rho = \mathrm{CNR} = \frac{P_C}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{4WN_0}$$

- Para poder continuar será necesario determinar la señal a la salida
- El ruido $n(t)$ es de banda estrecha por lo que se puede modelar usando la representación paso bajo equivalente
- Si $n_c(t)$ es la componente en fase y $n_s(t)$ la componente en cuadratura, entonces

$$n(t) = n_c(t)\cos(2\pi f_c t) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$$

- La señal $x(t)$ a la entrada del demodulador será

$$x(t) = s(t) + n(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \Theta)m(t) + n_c(t)\cos(2\pi f_c t) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB (VI)

- La señal $v(t)$ a la salida del modulador producto viene dada por

$$v(t) = x(t)\cos(2\pi f_c t + \Theta)$$

$$R_V(\tau) = \frac{A_c^2}{4} R_M(\tau) + \frac{A_c^2}{8} R_M(\tau)\cos(4\pi f_c \tau) + \frac{1}{2} R_N(\tau)\cos(2\pi f_c \tau)$$

- Tras el filtro paso bajo la densidad espectral de la señal a la salida $y(t)$

$$S_Y(f) = \frac{A_c^2}{4} S_M(f) + \frac{1}{4} S_{N_C}(f)$$

- Como se puede ver la componente de señal aparece sumada a la componente ruidosa

- El detector coherente además rechaza completamente la componente en cuadratura $n_s(t)$ del ruido

- La potencia de señal $P_{S_O}$ a la salida será

$$P_{S_O} = \frac{A_c^2}{4} P$$

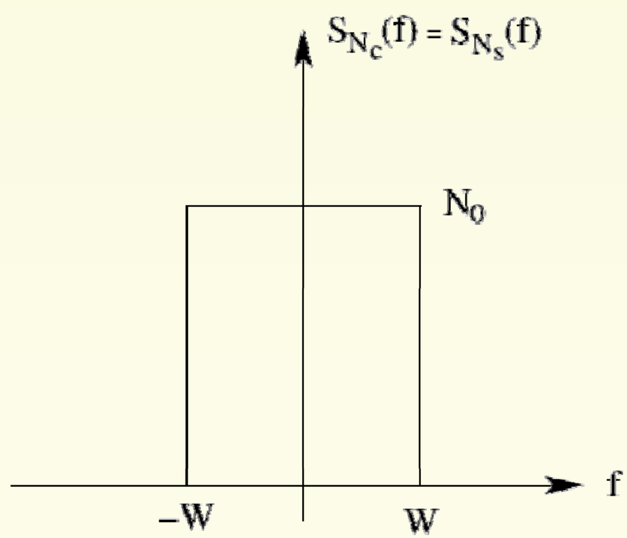
# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB (VII)

- Para determinar la potencia de ruido a la salida sabemos que

$$S_{N_C}(f) = S_{N_S}(f) = \begin{cases} S_N(f - f_c) + S_N(f + f_c) & |f| < \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

- Es decir

$$S_{N_C}(f) = S_{N_S}(f) = \begin{cases} N_0 & |f| \leq W \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB (VIII)

• La potencia de ruido $P_{N_O}$ a la salida será entonces

$$P_{N_O} = \frac{1}{2} W N_0$$

• La SNR a la salida vale entonces

$$\mathrm{SNR}_O = \frac{P_{S_O}}{P_{N_O}} = \frac{A_c^2 P}{2 W N_0}$$

• Usando la SNR del canal y la SNR a la salida obtenemos el valor FOM

$$\mathrm{FOM} = \frac{\mathrm{SNR}_O}{\mathrm{SNR}_C} = 1$$

esto quiere decir que la modulación DSB con detección coherente sería equivalente a transmitir en banda base, si esto fuera posible

• La ganancia en SNR del detector coherente para DSB viene dada por

$$\frac{\mathrm{SNR}_O}{\mathrm{SNR}_I} = 2$$

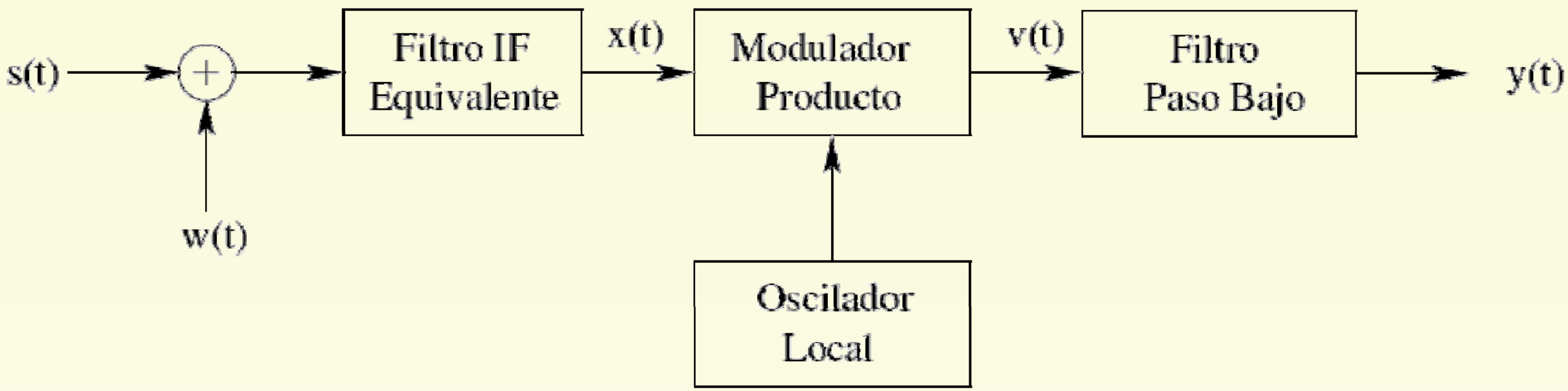
lo que es debido a que el detector es capaz de eliminar la componente $n_s(t)$

## TEMA 5: ANÁLISIS DE LA CALIDAD EN MODULACIONES ANALÓGICAS

- Parámetros de calidad: SNR y FOM
- Análisis del ruido en modulaciones de amplitud
  - Receptores de AM y modelo funcional
  - SNR y FOM para detección coherente de DSB
  - SNR y FOM para detección coherente de SSB
  - SNR y FOM para detección en envolvente en AM
- Análisis del ruido en FM
- Comparación de la calidad de las modulaciones analógicas

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (I)

• Como en este caso también vamos a emplear detección coherente el modelo funcional sigue siendo el mismo




• Vamos a suponer que transmitimos la banda lateral inferior

• La expresión para la señal modulada $s(t)$ es

$$s(t) = \frac{A_c}{2} m(t)\cos(2\pi f_c t + \Theta) + \frac{A_c}{2}\hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t + \Theta)$$

donde $\hat{m}(t)$ es la transformada de Hilbert de la señal modulada $m(t)$

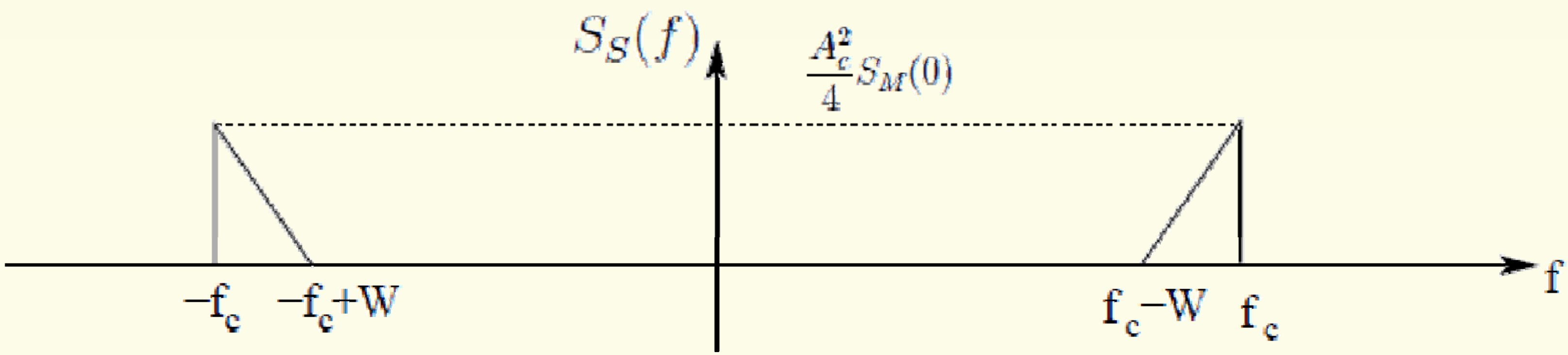
# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (II)

- Se pueden hacer las siguientes observaciones:
  - Las componentes $m(t)$ y $\hat{m}(t)$ son ortogonales
  - Si $m(t)$ tiene media cero, $\hat{m}(t)$ también y por tanto son incorreladas
  - Se tiene superposición de potencias para $m(t)$ y $\hat{m}(t)$
  - La densidad espectral de $m(t)$ y de $\hat{m}(t)$ es la misma
- La señal $s(t)$ es estacionaria y su autocorrelación es

$$R_S(\tau) = \frac{A_c^2}{4} R_M(\tau) \cos(2\pi f_c \tau) + \frac{A_c^2}{4} \hat{R_M}(\tau) \sin(2\pi f_c \tau)$$

- Haciendo transformada de Fourier tenemos la densidad espectral

$$S_S(f) = \frac{A_c^2}{8} S_M(f - f_c)[1 - \mathrm{sgn}(f - f_c)] + \frac{A_c^2}{8} S_M(f + f_c)[1 + \mathrm{sgn}(f + f_c)]$$



## SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (III)

- La potencia de la señal a la entrada viene entonces dada por

$$P_{S_I} = \frac{A_c^2 P}{4}$$

- Que corresponde a la mitad de la potencia de la señal DSB, lo que es lógico pues se transmite una banda lateral en lugar de dos

- La potencia de ruido $P_{N_C}$ en el ancho de banda $W$ de la señal $m(t)$

$$P_{N_C} = W N_0$$

- Entonces la SNR del canal será

$$\mathrm{SNR}_C = \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2 P}{4 W N_0}$$

- El ancho de banda $B_T$ de la señal modulada $s(t)$ viene dada por

$$B_T = W$$

- La potencia de ruido $P_{N_I}$ tras el filtro IF equivalente $P_{N_I} = B_T N_0 = W N_0$

- Por lo que la SNR a la entrada será

$$\mathrm{SNR}_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2 P}{4 W N_0}$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (IV)

- La potencia de portadora $P_C$ es

$$P_C = \frac{A_c^2}{2}$$

- Por lo que el valor de CNR será

$$\rho = \mathrm{CNR} = \frac{P_C}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{2WN_0}$$

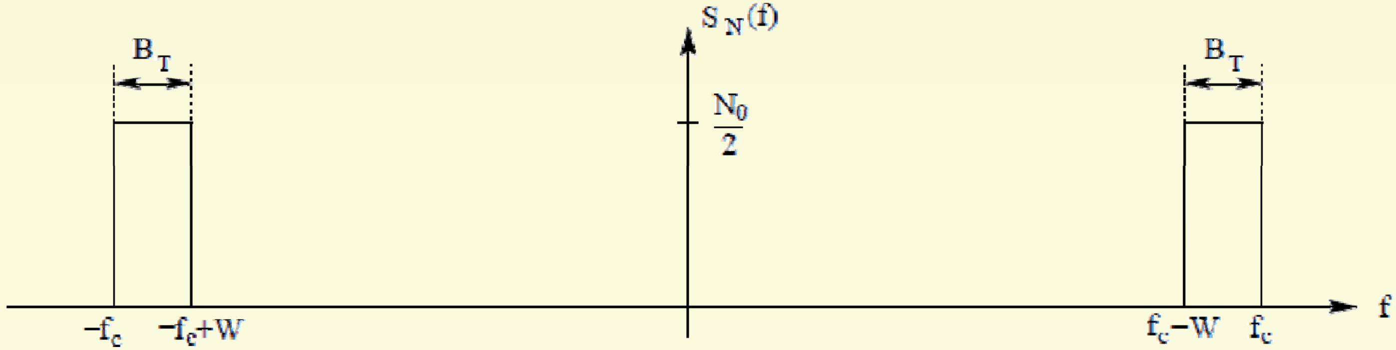
- Para poder continuar será necesario determinar la señal a la salida

- El ruido $n(t)$ es de banda estrecha por lo que se puede modelar usando la representación paso bajo equivalente

- En el caso de SSB, la frecuencia portadora $f_c$ no está situada a mitad del ancho de banda $B_T$ tras el filtro IF equivalente como en DSB

- La frecuencia a mitad de banda es para banda lateral inferior $f_c - W/2$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (V)




- Si $n_c(t)$ es la componente en fase y $n_s(t)$ la componente en cuadratura, entonces

$$n(t) = n_c(t)\cos\left[2\pi\left(f_c - \frac{W}{2}\right)t\right] - n_s(t)\sin\left[2\pi\left(f_c - \frac{W}{2}\right)t\right]$$

- Es fácil llegar a que la autocorrelación de la señal ruidosa viene dada por

$$R_N(\tau) = R_{N_C}(\tau)\cos\left[2\pi\left(f_c - \frac{W}{2}\right)\tau\right]$$

- La señal $v(t)$ a la salida del modulador producto viene dada por

$$v(t) = x(t)\cos(2\pi f_c t + \Theta) = [s(t) + n(t)]\cos(2\pi f_c t + \Theta)$$

## SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (VI)

- La autocorrelación de la señal $v(t)$ se puede determinar según

$$R_V(\tau) = \frac{A_c^2}{16} R_M(\tau) + \frac{A_c^2}{16} R_M(\tau)\cos(4\pi f_c \tau) + \frac{A_c^2}{16} \hat{R_M}(\tau)\sin(4\pi f_c \tau) + \frac{1}{2} R_N(\tau)\cos(2\pi f_c \tau)$$

- Teniendo en cuenta que teníamos

$$R_N(\tau) = R_{N_C}(\tau)\cos\left[2\pi\left(f_c - \frac{W}{2}\right)\tau\right]$$

- Se puede obtener la autocorrelación de la señal a la salida según

$$R_Y(\tau) = \frac{A_c^2}{16} R_M(\tau) + \frac{1}{4} R_{N_C}(\tau)\cos(\pi W \tau)$$

- La densidad espectral a la salida es entonces

$$S_Y(f) = \frac{A_c^2}{16} S_M(f) + \frac{1}{8}\left[S_{N_C}\left(f - \frac{W}{2}\right) + S_{N_C}\left(f + \frac{W}{2}\right)\right]$$

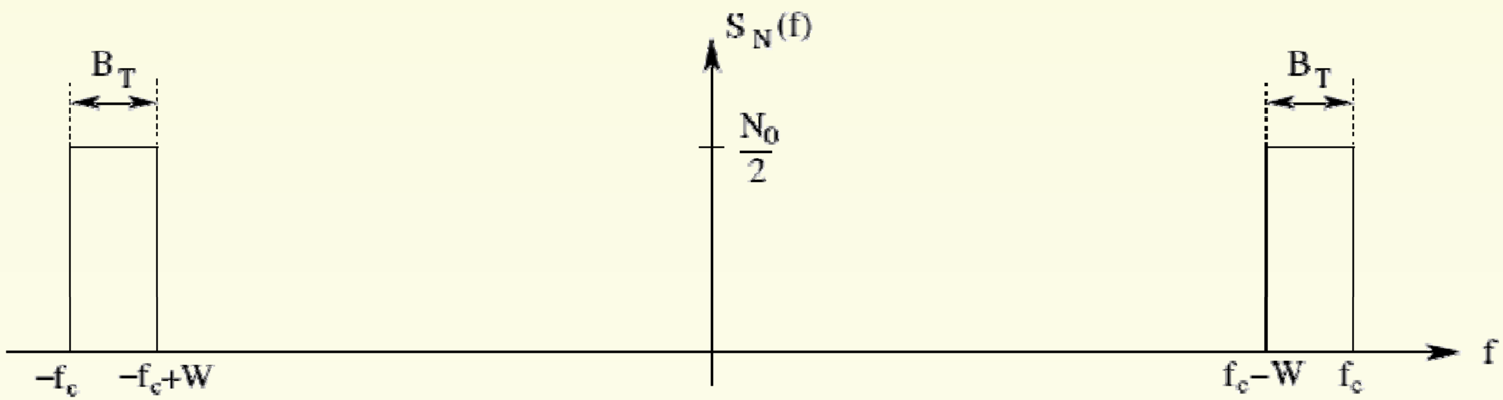
- La potencia de señal a la salida será

$$P_{S_O} = \frac{A_c^2}{16} P$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (VII)

- Vamos a determinar la potencia de las componentes ruidosas a la salida
- La densidad espectral de ruido a la salida del filtro IF equivalente

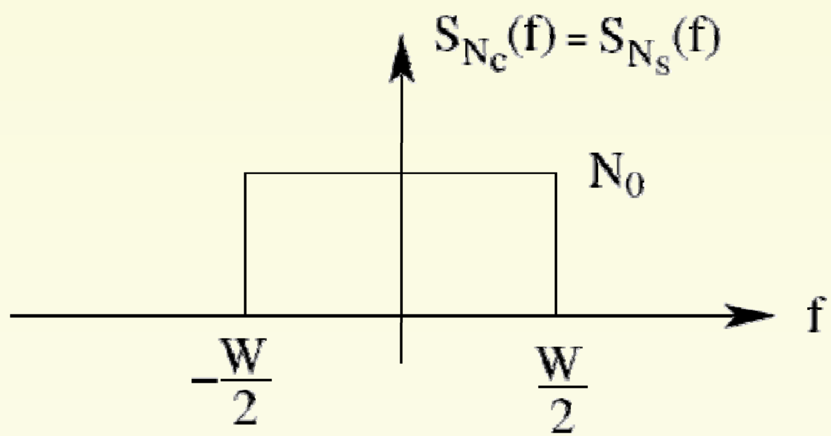
$$S_N(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & f_c - W \leq |f| \leq f_c \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$



## SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (VIII)

- La densidad espectral de las componentes en fase $n_c(t)$ y cuadratura $n_s(t)$

$$S_{N_C}(f) = S_{N_S}(f) = \begin{cases} N_0 & |f| \leq \frac{W}{2} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

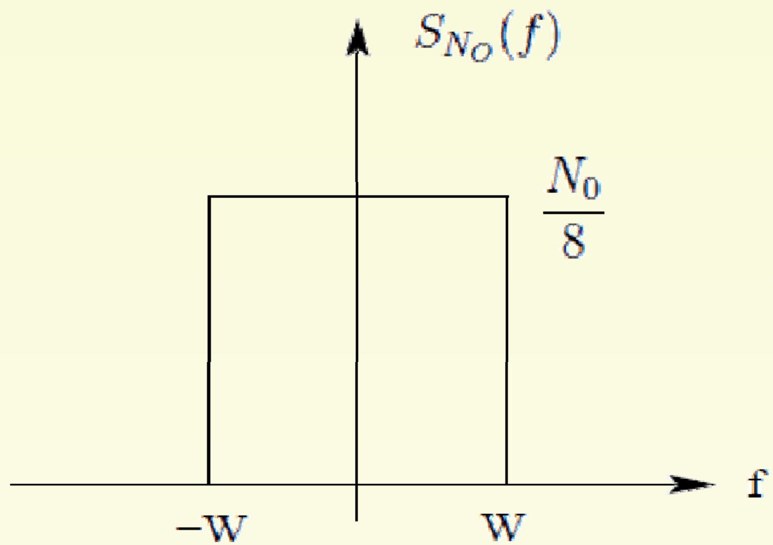



- Teniendo en cuenta que la densidad espectral de ruido a la salida era

$$S_{N_O}(f) = \frac{1}{8}\left[S_{N_C}\left(f - \frac{W}{2}\right) + S_{N_C}\left(f + \frac{W}{2}\right)\right]$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (IX)

- Tenemos entonces que la densidad espectral resultante es:




- La potencia de ruido a la salida es entonces

$$P_{N_O} = \frac{1}{4} W N_0$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB (VIII)

• Entonces la SNR a la salida

$$\mathrm{SNR}_O = \frac{P_{S_O}}{P_{N_O}} = \frac{A_c^2 P}{4WN_0}$$

• Usando la SNR del canal y la SNR a la salida obtenemos el valor FOM

$$\mathrm{FOM} = \frac{\mathrm{SNR}_O}{\mathrm{SNR}_C} = 1$$

esto quiere decir que la modulación SSB con detección coherente sería equivalente a transmitir en banda base, si esto fuera posible

• Como el valor FOM en DSB y SSB es el mismo, ambos sistemas son equivalente en lo que a calidad se refiere

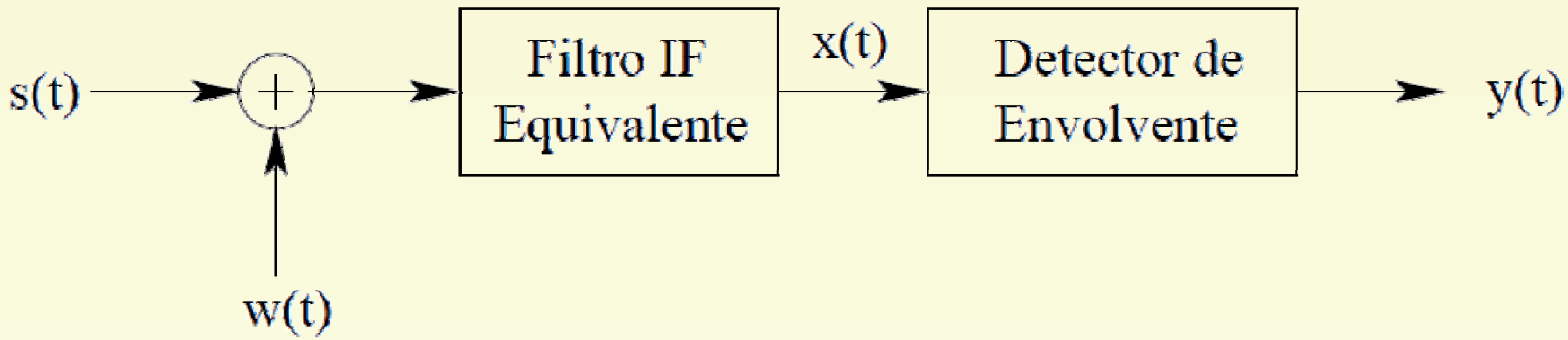
• La ganancia en SNR del detector coherente para SSB viene dada por

$$\frac{\mathrm{SNR}_O}{\mathrm{SNR}_I} = 1$$

## TEMA 5: ANÁLISIS DE LA CALIDAD EN MODULACIONES ANALÓGICAS

- Parámetros de calidad: SNR y FOM
- Análisis del ruido en modulaciones de amplitud
    - Receptores de AM y modelo funcional
    - SNR y FOM para detección coherente de DSB
    - SNR y FOM para detección coherente de SSB
    - SNR y FOM para detección en envolvente en AM
- Análisis del ruido en FM
- Comparación de la calidad de las modulaciones analógicas

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN DE ENVOLVENTE EN AM (I)




$$S(t) = A_c[1 + k_a M(t)]\cos(2\pi f_c t + \Theta)$$

$$E\{S(t)\} = 0$$

$$R_S(\tau) = \frac{A_c^2}{2}[1 + k_a^2 R_M(\tau)]\cos(2\pi f_c \tau)$$

$$S_S(f) = \frac{A_c^2}{4}\delta(f - f_c) + \frac{A_c^2}{4}\delta(f + f_c) + \frac{A_c^2 k_a^2}{4}S_M(f - f_c) + \frac{A_c^2 k_a^2}{4}S_M(f + f_c)$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN DE ENVOLVENTE EN AM (II)

$$\left.\begin{aligned} B_T &= 2W \\ P_{S_I} &= \frac{A_c^2}{2}(1 + k_a^2 P) \\ P_{N_I} &= B_T N_0 = 2WN_0 \end{aligned}\right\} \quad \mathrm{SNR}_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2(1 + k_a^2 P)}{4WN_0}$$

$$\left.\begin{aligned} P_{S_I} &= \frac{A_c^2}{2}(1 + k_a^2 P) \\ P_{N_C} &= WN_0 \end{aligned}\right\} \quad \mathrm{SNR}_C = \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2(1 + k_a^2 P)}{2WN_0}$$

$$\left.\begin{aligned} P_C &= \frac{A_c^2}{2} \\ P_{N_I} &= B_T N_0 = 2WN_0 \end{aligned}\right\} \quad \rho = \mathrm{CNR} = \frac{P_C}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{4WN_0}$$

## SNR Y FOM PARA DETECCIÓN DE ENVOLVENTE EN AM (III)

- Caso CNR elevado:

$$X(t) = S(t) + N(t) = A_c[1 + k_a M(t)]\cos(2\pi f_c t + \Theta) + R(t)\cos(2\pi f_c t + \Psi(t))$$

$$A(t) = \sqrt{[A_c[1 + k_a M(t)] + R(t)\cos(\alpha(t))]^2 + [R(t)\sin(\alpha(t))]^2}$$

$$\alpha(t) = \Psi(t) - \Theta$$

$$A_c >> R(t)$$

$$A(t) \approx A_c[1 + k_a M(t)] + r(t)\cos(\Psi(t))\cos(\Theta) + \sin(\Psi(t))\sin(\Theta)$$

$$E[A(t)] = A_c$$

$$R_A(\tau) = A_c^2 + A_c^2 k_a^2 R_M(\tau) + R_{N_c}(\tau)$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN DE ENVOLVENTE EN AM (IV)

$$S_A(f) = A_c^2\delta(F) + A_c^2 k_a^2 S_M(f) + S_{N_c}(f)$$

$$\left.\begin{aligned} P_{S_O} &= A_c^2 k_a^2 P \\ P_{N_O} &= 2WN_0 \end{aligned}\right\} \quad \mathrm{SNR}_O = \frac{P_{S_O}}{P_{N_O}} = \frac{A_c^2 k_a^2 P}{2WN_0}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{SNR}_C &= \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2(1 + k_a^2 P)}{2WN_0} \\ \mathrm{SNR}_O &= \frac{P_{S_O}}{P_{N_O}} = \frac{A_c^2 k_a^2 P}{2WN_0} \end{aligned}\right\} \quad \mathrm{FOM} = \frac{\mathrm{SNR}_O}{\mathrm{SNR}_C} = \frac{k_a^2 P}{1 + k_a^2 P}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{SNR}_O &= \frac{P_{S_O}}{P_{N_O}} = \frac{A_c^2 k_a^2 P}{2WN_0} \\ \mathrm{SNR}_I &= \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2(1 + k_a^2 P)}{4WN_0} \end{aligned}\right\} \quad \frac{\mathrm{SNR}_O}{\mathrm{SNR}_I} = \frac{2k_a^2 P}{1 + k_a^2 P}$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN DE ENVOLVENTE EN AM (V)

- Para moduladora sinusoidal

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \Longrightarrow P = \frac{A_m^2}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mu = k_a A_m \\ \\ \mathrm{FOM} = \dfrac{\mathrm{SNR}_O}{\mathrm{SNR}_C} = \dfrac{k_a^2 P}{1 + k_a^2 P} \end{array}\right\} \quad \mathrm{FOM} = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2}$$

- Caso mejor para:

$$\mu = 1 \Longrightarrow \mathrm{FOM}=1/3$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN DE ENVOLVENTE EN AM (VI)

- Caso CNR pequeño:

$$X(t) = S(t) + N(t) = A_c[1 + k_a M(t)] \cos(2\pi f_c t + \Theta) + R(t) \cos(2\pi f_c t + \Psi(t))$$

$$A(t) = \sqrt{[R(t) + A_c[1 + k_a M(t)] \cos(\beta(t))]^2 + [A_c[1 + k_a M(t)] \sin(\beta(t))]^2}$$

$$\beta(t) = \Theta - \Psi(t)$$

$$R(t) >> A_c$$

$$A(t) \approx R(t) + A_c[1 + k_a M(t)] \cos(\Theta) \cos(\Psi(t) + \sin(\Theta) \sin(\Psi(t)$$

$$P_{S_O} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \mathrm{SNR}_O = 0$$

# SNR Y FOM PARA DETECCIÓN DE ENVOLVENTE EN AM (VII)

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_N^2}\right) u(r)$$

$$\sigma_N^2 = P_{N_I} = B_T N_0 = 2WN_0$$

$$P(R \geq A_c) = \int_{A_c}^{\infty} f_R(r)dr = \exp\left(-\frac{A_c^2}{4WN_0}\right) = \exp(-\rho)$$

$$\rho = \ln \frac{1}{P(R \geq A_c)}$$

- Si $P(R \geq A_c) = 0{,}5 \qquad \rho = \ln 2 = 0{,}69 \qquad (-1{,}6 \text{ dB})$
- Si $P(R \geq A_c) = 0{,}01 \qquad \rho = \ln 100 = 4{,}6 \qquad (6{,}6 \text{ dB})$