Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

EXAMEN PARCIAL ABRIL 2006

SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

50 minutos y 1.5 puntos por problema.

PRIMER PROBLEMA. Sea la señal de energía

$$x(t) = \frac{\cos(2\pi t) - 1}{t}.$$

Se pide lo siguiente:

a) Dibujar la señal $x(t)$ indicando los valores más significativos.

b) Determinar la expresión de su transformada de Fourier $X(f)$ y dibujarla.

c) Calcular en el dominio del tiempo la expresión para $\hat{x}(t)$, la transformada de Hilbert de $x(t)$ y dibujarla.

d) Determinar la expresión de $\hat{X}(f)$, la transformada de Fourier de la transformada de Hilbert, y dibujarla.

e) Calcular la señal analítica positiva $x_+(t)$ simplificándola siempre que sea posible.

f) Determinar la expresión de $X_+(f)$, la transformada de Fourier de $x_+(t)$ y dibujarla.

g) Calcular la envolvente compleja $\tilde{x}(t)$ simplificándola cuando sea posible.

h) Determinar la expresión de $\tilde{X}(f)$, la transformada de Fourier de $\tilde{x}(t)$ y dibujarla.

i) Determinar la expresión de las componentes en fase y cuadratura, $x_c(t)$ y $x_s(t)$, y dibujarlas.

j) Finalmente, determinar la expresión de la envolvente natural y la fase, $a(t)$ y $\phi(t)$, y dibujarlas.

NOTA 1: para calcular transformadas de Fourier y/o de Hilbert emplear solamente transformadas inmediatas y propiedades.

NOTA 2: cuando haya que dibujar transformadas de Fourier de las diferentes señales dibujar las gráficas del módulo en unidades naturales y fase en radianes ambas con respecto a la frecuencia en Hz.

SEGUNDO PROBLEMA. Sea la señal aleatoria

$$X(t) = A(t)C(t),$$

donde $A(t)$ y $C(t)$ son otras señales aleatorias de las que se sabe además que son independientes. De la señal $A(t)$ se sabe que es una señal Gaussiana con media A_0 y autocorrelación $R_A(\tau)$, siendo A_0 una constante conocida. La señal $C(t)$ es otra señal aleatoria dada por la expresión

$$C(t) = C_0 \cos(2\pi f_0 t + \Theta),$$

siendo C_0 y f_0 constantes conocidas y Θ una variable aleatoria uniforme en el intervalo $(0, 2\pi)$.

Se pide lo siguiente como función de A_0, $R_A(\tau)$, C_0 y f_0:

a) Determinar $m_X(t_n)$, la media de la señal $X(t)$ en el instante $t = t_n$.

b) Determinar $R_X(t_n, t_m)$ la autocorrelación de la señal en los instantes $t = t_n$ y $t = t_m$.

c) ¿Es la señal $X(t)$ estacionaria en sentido amplio? En caso afirmativo determinar $S_X(f)$, su densidad espectral de potencia.

d) Suponiendo que $A(t_n) = A_n$, determinar $f_{A_n}(a)$, es decir la función de densidad de probabilidad de primer orden de la señal $A(t)$. ¿Es esta señal estacionaria en sentido estricto?

e) Suponiendo que $C(t_n) = C_n$, determinar $f_{C_n}(c)$, es decir la función de densidad de probabilidad de primer orden de la señal $C(t)$. Comprobar que la función calculada cumple las propiedades de función densidad de probabilidad.

f) Suponiendo que $X(t_n) = X_n$, determinar $f_{X_n}(x)$, es decir la función de densidad de probabilidad de primer orden de la señal $X(t)$, bajo el supuesto de que la señal $A(t) = A_0 \sin(2\pi f_a t)$, es decir, que sea una señal determinista, con f_a una constante conocida. Poner dicha función $f_{X_n}(x)$ como función de A_0, f_a, C_0, f_0 y t_n.

g) En los supuestos del apartado anterior, ¿qué se puede decir sobre la estacionariedad de la señal $X(t)$?