CUESTIONES

(1) Densidad espectral de potencia se define como aquella función de la frecuencia que nos dice como se reparte la potencia de señal en la frecuencia.
El área debajo de dicha función al integrarla en frecuencia nos da la potencia total de la señal

$$E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f)\, df$$

PROPIEDADES:

$\boxed{1}$ La densidad espectral de potencia es la transformada de Fourier de la función de autocorrelación. La relación entre ambas funciones recibe el nombre de relaciones de Wiener-Khintchine

$$S_X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau) \exp(-j2\pi f\tau)\, d\tau$$

$$R_X(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f) \exp(j2\pi f\tau)\, df$$

$\boxed{2}$ El valor de la densidad de potencia en el origen es igual al área bajo la función de autocorrelación.

$$S_X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau)\, d\tau$$

$\boxed{3}$ La potencia es el área bajo la función de densidad

$$R_X(0) = E[X^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_X(f)\, df$$

[4] La función de densidad es una función par

$$S_X(f) = S_X(-f)$$

[5] La función de densidad es no negativa

$$S_X(f) \geq 0 \quad \forall f$$

RELACION E/S DE UN SISTEMA

$$X(t) \longrightarrow \boxed{\begin{matrix} h(t) \\ H(f) \end{matrix}} \longrightarrow Y(t)$$

$$S_Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_Y(\tau) \exp(-j2\pi f\tau)\, d\tau$$

Sabemos que $R_Y(\tau) = R_X(\tau) * h(\tau) * h(-\tau)$

Luego

$$S_Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) R_X(\tau - \tau_1 + \tau_2) \exp(-j2\pi f\tau)\, d\tau_1 d\tau_2 d\tau$$

haciendo cambio variable $\tau_0 = \tau - \tau_1 - \tau_2$

$$S_Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) h(\tau_2) R_X(\tau_0) \exp(-j2\pi f\tau_0) \exp(-j2\pi f\tau_1) \cdot$$

$$\cdot \exp(j2\pi f\tau_2)\, d\tau_1 d\tau_2 d\tau_0 = \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_1) \exp(-j2\pi f\tau_1)\, d\tau_1\right] \cdot$$

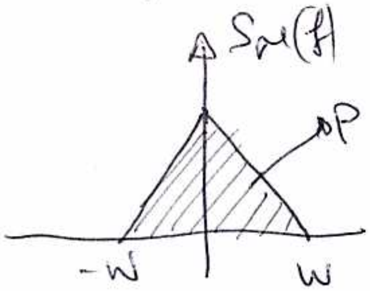
$$\cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau_2) \exp(j2\pi f\tau_2)\, d\tau_2\right] \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} R_X(\tau_0) \exp(-j2\pi f\tau_0)\, d\tau_0\right]$$

$$= H(f) \cdot H^*(f) \cdot S_X(f) = |H(f)|^2 \cdot S_X(f)$$

(2) La señal DSB viene dada por:

$$s(t) = A_c \cdot \cos(2\pi f_c t)\, m(t)$$

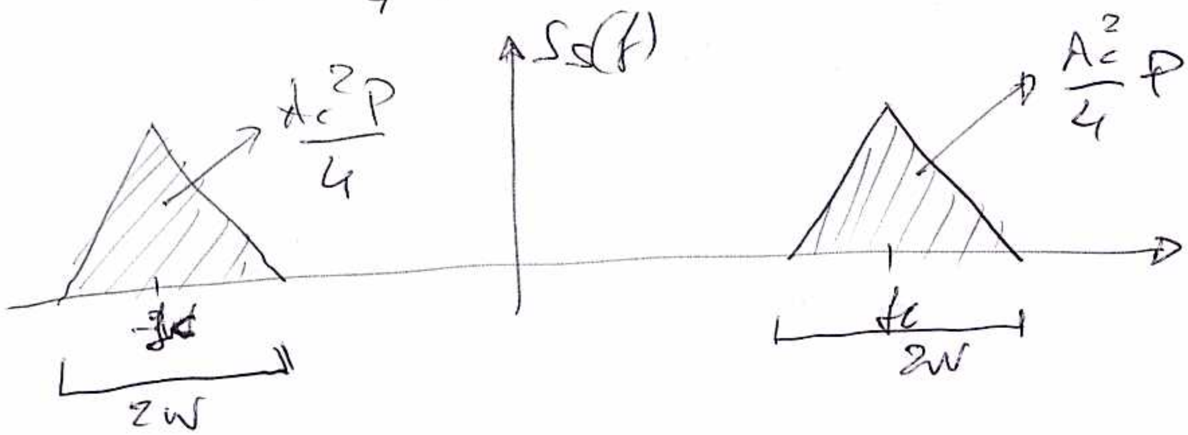
Dado la señal moduladora $m(t)$ con ancho de banda W, tiene potencia P:



$$P = \int_{-W}^{W} S_M(f)\,df$$

El espectro de la señal DSB

$$S_S(f) = \frac{A_c^2}{4}\left[S_M(f-f_c) + S_M(f+f_c) \right]$$



Potencia de la señal a la entrada receptor:

$$P_{S_I} = \frac{A_c^2 P}{2}$$

Potencia ruido del canal: $P_{N_C} = W N_0$ $\quad$ N_0: densidad espectral ruido

$$\Rightarrow SNR_C = \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2 P}{2 W N_0}$$

Ancho de banda señal modulada $B_T = 2W$

Ruido a la entrada receptor: $P_{N_I} = B_T N_0 = 2WN_0$

$$\Rightarrow SNR_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2 P}{4WN_0}$$

Potencia portadora: $P_c = \frac{A_c^2}{2}$

$$\Rightarrow CNR = \frac{P_c}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{4WN_0}$$

Ruido a la salida filtro de frecuencia intermedia:

$$n(t) = n_c(t)\cos(2\pi f_c t) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$$

Señal a la entrada detector coherente:

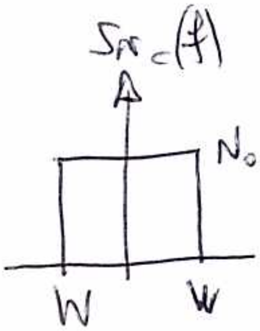
$$x(t) = s(t) + n(t) = A_c\cos(2\pi f_c t)\, m(t) + n_c(t)\cos(2\pi f_c t) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$$

A la salida multiplicador por $\cos(2\pi f_c t)$

$$v(t) = x(t)\cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2}A_c m(t) + \frac{1}{2}n_c(t) + \frac{1}{2}A_c m(t)\cos(4\pi f_c t) + \frac{1}{2}n_c(t)\cos(4\pi f_c t) - \frac{1}{2}n_s(t)\cos(4\pi$$

Tras el filtro paso bajo

$$y(t) = \frac{1}{2}A_c m(t) + \frac{1}{2}n_c(t) \Rightarrow P_{S_o} = \frac{A_c^2 P}{4}$$



$$\Rightarrow P_{N_o} = \frac{WN_0}{2} \Rightarrow SNR_o = \frac{P_{S_o}}{P_{N_o}} = \frac{A_c^2 P}{2WN_0}$$

$$FOM = \frac{SNR_o}{SNR_c} = 1$$

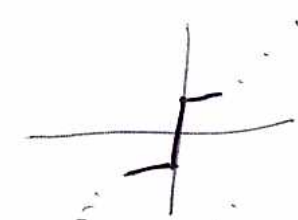
③ Cuantificación es el proceso por el cual una muestra continua que puede tomar cualquier valor real se aproxima por un valor perteneciente a un conjunto FINITO de valores posibles: muestra discreta. La característica E/S de un cuantificador se define a través de una función en forma de escalera.

PARAMETROS:

* TAMAÑO DEL ESCALON: (δ) definido como la diferencia entre dos valores adyacentes del conjunto de salida.
* RANGO DINAMICO CUANTIFICADOR: ($-A_{max}$, A_{max}) rango de valores de entrada correspondiente al máximo y mínimo posibles del conjunto finito de salida. Define la zona lineal de trabajo. Para valores de entrada fuera de ese rango se dice que el cuantificador está en saturación. Zona error menor $\delta/2$.
* NUMERO DE ESCALONES: (L) número de elementos del conjunto de salida. También se define como el número de ~~...~~ peldaños de la función E/S en forma de escalera

● TIPOS DE CUANTIFICADOR

MID-RISER: zona vertical en el origen



L ~~im~~par

MID-THREAD: zona horizontal en el origen

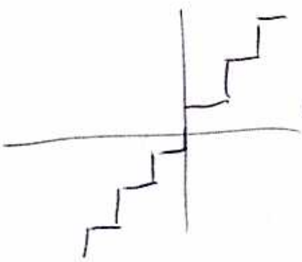
L impar

En general L es par, así que el tipo MID-RISER es el más común.

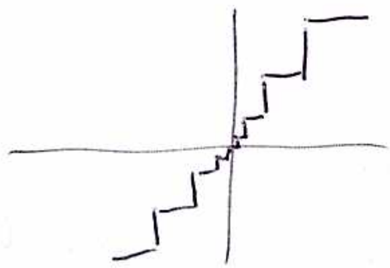
* NUMERO DE BITS CUANTIFICADOR (n) Definido para cuando el número de escalones es potencia de 2: $L=2^n$

$n=\log_2 L$.

* UNIFORME ó NO UNIFORME: δ es constante para el UNIFORME y variable para el NO UNIFORME



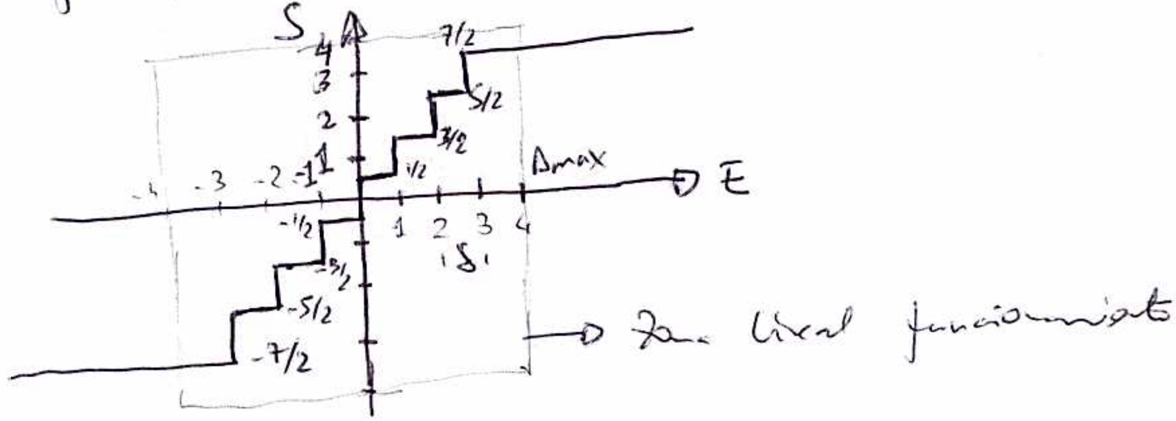
UNIFORME



NO UNIFORME

El no uniforme se suele diseñar usando una ley de compansión tipo A ó tipo μ. Estos parámetros caracterizan cómo varía el escalón, $0 \le \mu \le \infty$ y $1 \le A \le \infty$.

EJEMPLO: uniforme, MID-RISER, $\delta=1$, $L=8$, $n=3$, $A_{max}=4$.



(4) Filtro adaptado está definido para la señal $\phi(t)$ a la que se quiere adaptar de duración finita $0 \leq t \leq T$, entonces:

$$h(t) = K\,\phi(T-t)$$

siendo K una constante arbitraria. K puede ser 1.

En el dominio de Fourier:

$$H(f) = K\,\Phi^*(f)\exp(-j2\pi fT)$$

PROPIEDADES PARA $K=1$

a) Si la señal de entrada es $\phi(t) \Rightarrow$ salida $R_\phi(t-T)$ con $R_\phi(\tau)$ función de autocorrelación de $\phi(t)$

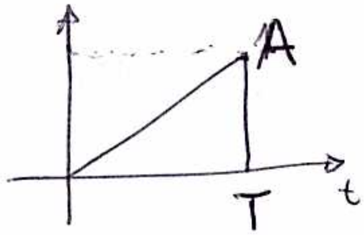
b) En frecuencia, la propiedad anterior tiene como salida $\Psi_\phi(f)\exp(-j2\pi fT)$ con $\Psi_\phi(f)$ densidad espectral de $\phi(t)$.

c) SNR máxima de pico para cuando la entrada es $\phi(t)$ y a $t=T$ vale $2E/N_0$ siendo E la energía de $\phi(t)$ y N_0 la densidad espectral del ruido.

d) Adaptación a dos etapas

1. De fase: pico de señal para $t=T$
2. De amplitud: SNR máxima a $t=T$ valor $2E/N_0$

$\phi(t) \Rightarrow$

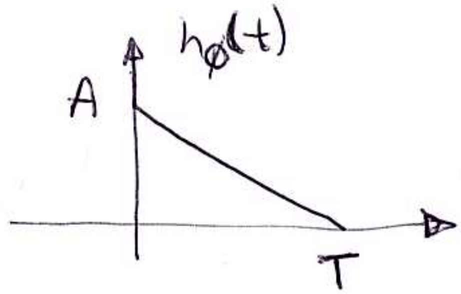


$E_\phi = \int_0^T \left(\frac{A\,t}{T}\right)^2 dt = \frac{A^2}{T^2}\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^T = \frac{A^2 T^3}{3T^2} = A^2\frac{T}{3}$

$\phi(t) = \begin{cases} \frac{tA}{T} & 0\le t\le T \\ 0 & \text{Resto}\end{cases}$ Energía $\boxed{E = \frac{A^2}{3}\cdot T}$

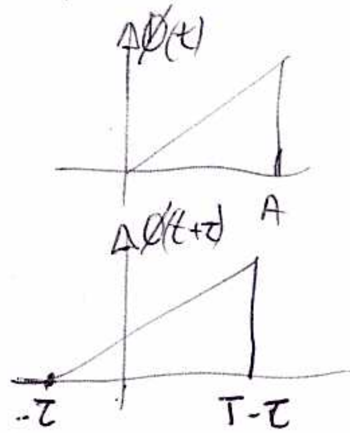
k=1

$h_\phi(t) = \phi(T-t) \Rightarrow$



$h_\phi(t) = \begin{cases} \frac{T-t}{T}A & 0\le t\le T \\ 0 & \text{Resto}\end{cases}$

$\phi(t) \longrightarrow \boxed{h_\phi(t)} \longrightarrow y(t) = \phi(t) * h_\phi(t) = R_\phi(t-T)$



Autocorrelación

τ T $R_\phi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty}\phi(t)\,\phi(t+\tau)\,dt$

PAR

$R_\phi(\tau) = \int_0^{T-\tau} \frac{At}{T}\cdot\frac{A(t+\tau)}{T}\,dt =$

$\frac{A^2}{T^2}\int_0^{T-\tau}(t^2+\tau t)\,dt = \frac{A^2}{T^2}\left(\frac{t^3}{3}\right)_0^{T-\tau} + \frac{A^2}{T^2}\tau\left(\frac{t^2}{2}\right)_0^{T-\tau}$

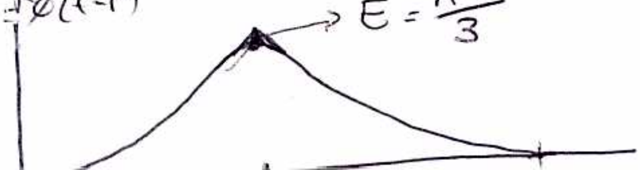
$= \frac{A^2}{T^2}\left[\frac{(T-\tau)^3}{3} + \tau\frac{(T-\tau)^2}{2}\right] = \frac{A^2}{T^2}\,\frac{2T^3 - 6T^2\tau + 6T\tau^2 - 2\tau^3 + 3T^2\tau - 6T\tau^2 + 3\tau^3}{6}$

$R_\phi(\tau) = \frac{2T^3 - 3T^2|\tau| + |\tau|^3}{6T^2}A^2$

$|\tau|\le T$

$\boxed{y(t) = \frac{2T^3 - 3T^2|t-T| + |t-T|^3}{6T^2}A^2}$

$y(t) = R_\phi(t-T)$



$E = \frac{A^2 T}{3}$