Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

EXAMEN CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA
ENERO 2007

SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

1 hora y media y 1 punto y medio por problema. Total 2 problemas: 3 horas y 3 puntos.

1. Sea la señal de energía

$$x(t) = A \exp\left(-\frac{t}{a}\right) u(t),$$

donde A y a son constantes positivas arbitrarias y $u(t)$ es la función escalón unidad.

Se pide lo siguiente:

(a) Dibujar la señal $x(t)$ y determinar su energía E.

(b) Determinar la función de autocorrelación $R_X(\tau)$ para la señal $x(t)$ y dibujarla. ¿Qué representa el valor en el origen?

(c) Determinar la transformada de Fourier $X(f)$. Calcular el ancho de banda a 3dB, $\mathrm{BW}_{3\mathrm{dB}}$, de dicha señal.

(d) Dibujar el módulo $|X(f)|$ y fase $\angle X(f)$ del espectro indicando en las gráficas los valores correspondientes a las frecuencias $f = 0$ y $f = \pm\mathrm{BW}_{3\mathrm{dB}}$.

(e) Determinar la densidad espectral de energía $\Psi_X(f)$ y dibujarla indicando en la gráfica los valores correspondientes a las frecuencias $f = 0$ y $f = \pm\mathrm{BW}_{3\mathrm{dB}}$.

(f) Determinar la energía $E_{3\mathrm{dB}}$ encerrada dentro del ancho de banda $\mathrm{BW}_{3\mathrm{dB}}$ para la señal $x(t)$. ¿Qué tanto por ciento representa de la energía total?

Sea ahora la señal de energía

$$y(t) = B \exp(-\lambda t^2),$$

donde B y λ son constantes positivas arbitrarias.

Se pide ahora:

(g) Repetir los apartados (a)-(f) para la señal $y(t)$. Se puede hacer uso en este caso de

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ax^2)dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \qquad a > 0$$

y de

$$H(u) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-u}^{u} \exp(-x^2)dx,$$

donde la función $H(u)$ se puede determinar interpolando linealmente los valores de la siguiente tabla

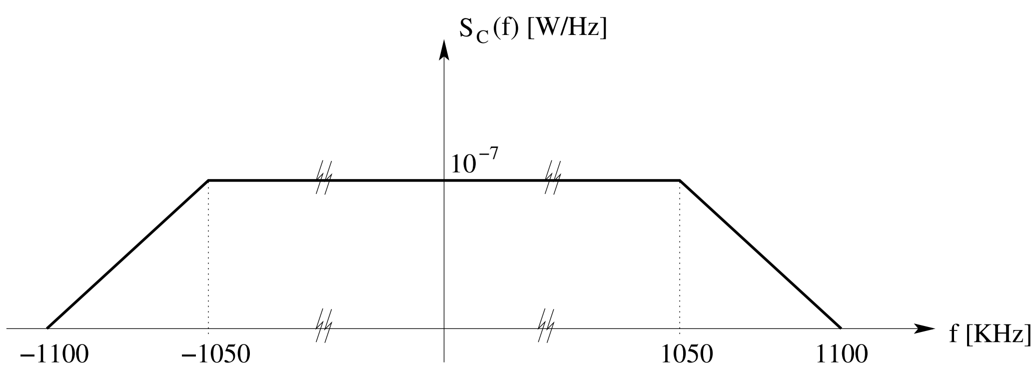
u	H(u)	u	H(u)	u	H(u)
0.00	0.000	0.35	0.379	0.70	0.678
0.05	0.056	0.40	0.428	0.75	0.711
0.10	0.112	0.45	0.475	0.80	0.742
0.15	0.168	0.50	0.520	0.85	0.771
0.20	0.223	0.55	0.563	0.90	0.797
0.25	0.276	0.60	0.604	0.95	0.821
0.30	0.329	0.65	0.642	1.00	0.843

NOTA: Para el cálculo de la autocorrelación de $y(t)$ se puede hacer uso del hecho que

$$x^2 + (x-a)^2 = 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{2}$$

(h) ¿Cuál de las dos señales se puede decir que tiene su energía más concentrada en frecuencia en torno al origen?

2. Una señal modulada SSB se transmite por un canal ruidoso AGN, cuya densidad espectral de potencia $S_C(f)$ viene dada por



Vamos a denotar con $s(t)$ a la señal recibida en ausencia de ruido cuya expresión es

$$s(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(2\pi f_c t) - \frac{A_c}{2} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t),$$

donde $f_c = 1$ MHz es la frecuencia de la portadora, $A_c = 5$ es una constante, $m(t)$ es la señal moduladora y $\hat{m}(t)$ su transformada de Hilbert. Suponer que la señal moduladora tiene una potencia $P = 30$ W y un ancho de banda $B = 200$ KHz. Igualmente vamos a denotar con $x(t)$ a la señal ruidosa tras el filtro equivalente de frecuencia intermedia cuya expresión será

$$x(t) = s(t) + n(t),$$

siendo $n(t)$ la componente de ruido a la salida del filtro de frecuencia intermedia. Tras dicho filtro el receptor utiliza la técnica de detección coherente para obtener la señal $y(t)$ a la salida dada por

$$y(t) = z(t) + n_0(t),$$

donde $z(t)$ y $n_0(t)$ serán las componentes de señal y ruido a la salida, respectivamente. Suponer que al detector coherente se le provee de una señal portadora $A'_c \cos(2\pi f_c t)$ en perfecto sincronismo en frecuencia y fase, siendo $A'_c = 2$ una constante.

Se pide lo siguiente:

(a) Dibujar, empleando valores numéricos, la densidad espectral $S_N(f)$ de la componente de ruido $n(t)$ tras el filtro de frecuencia intermedia. Determinar la frecuencia central f_N y el ancho de banda W_N para dicho ruido en KHz.

(b) Determinar la potencia de señal P_{S_I} y de ruido P_{N_I} tras el filtro de frecuencia intermedia en dBm. Determinar la relación señal a ruido a la entrada, SNR_I, en dicho punto en dB.

(c) Supongamos que $n_c(t)$ y $n_s(t)$ son las componentes en fase y cuadratura del ruido $n(t)$. Escribir la forma canónica para $n(t)$ en función de $n_c(t)$, $n_s(t)$, f_N y W_N. Dibujar, empleando valores numéricos, las densidades espectrales $S_{N_C}(f)$ (de la componente en fase), S_{N_S} (de la componente en cuadratura) y $S_{N_C N_S}(f)$ (cruzada).

(d) Poner la expresión para la señal $y(t)$ identificando las componentes de señal $z(t)$ y ruido $n_0(t)$ como función de W_N, A_c, A'_c, $m(t)$, $n_c(t)$ y $n_s(t)$.

(e) Determinar la función de autocorrelación $R_{N_O}(\tau)$ de la componente de ruido $n_0(t)$ a la salida. Ponerlo como función de A'_c, W_N, $R_{N_C}(\tau)$ y $R_{N_C N_S}(\tau)$, siendo las dos últimas la función de autocorrelación de $n_c(t)$ y la función de correlación cruzada de $n_c(t)$ y $n_s(t)$, respectivamente.

(f) Determinar la densidad espectral $S_{N_O}(f)$ de la componente de ruido $n_0(t)$ a la salida. Ponerlo como función de A'_c, W_N, $S_{N_C}(f)$ y $S_{N_C N_S}(f)$. Dibujar, empleando valores numéricos, la densidad espectral $S_{N_O}(f)$ calculada.

(g) Determinar la potencia de señal P_{S_O} y de ruido P_{N_O} a la salida en dBm. Determinar la relación señal a ruido a la salida, SNR_O, en dB. ¿Cuál es su relación con la SNR_I?