Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

EXAMEN ORDINARIO JUNIO 2006

PRIMERA PARTE: PROBLEMAS

75 minutos por bloque.

PRIMER BLOQUE. [45 % de 3 puntos = 1.3 puntos]

PROBLEMA 1. Considerar la variable aleatoria X cuya función densidad de probabilidad es $f_X(x) = k\Lambda(x)$. Se pide lo siguiente:

(a) Dibujar la función de densidad de la variable X y determinar la constante k para que dicha función cumpla las propiedades de función de densidad de probabilidad. ¿Cuál es el intervalo de definición de la variable X?

(b) Definir la función de densidad $f_X(x)$ por intervalos usando ecuaciones de rectas. Determinar la probabilidad de que la variable X esté en el intervalo $(-0.5, 0.5)$.

(c) Determinar la media de la variable X.

(d) Determinar la varianza de la variable X.

(e) Dicha variable pasa por un sistema no lineal cuadrático tal que $Y = g(X) = X^2$, dibujar la función $g(X)$. Determinar los valores de entrada X_i que dan lugar al mismo valor de salida Y como función de Y. ¿Cuál es el intervalo de definición de la variable Y?

(f) Haciendo uso de lo calculado en el apartado anterior, determinar la función de densidad $f_Y(y)$ de la variable Y.

(g) Dibujar la función de densidad de Y comprobando que cumple las propiedades de función de densidad de probabilidad. Determinar la probabilidad de que la variable Y tome valores superiores a 0.5.

Se define ahora la señal aleatoria $Z(t) = \cos(2\pi f_0 t + \pi X)$ siendo f_0 una frecuencia constante dada y X la variable aleatoria ya definida. Determinar:

(h) La media estadística $m_Z(t)$ de la señal. ¿Se puede decir que la señal $Z(t)$ es estacionaria con respecto a su media?

(i) La función de autocorrelación $R_Z(t,u)$. ¿Se puede decir que la señal $Z(t)$ es estacionaria con respecto a la autocorrelación?

NOTA. Se puede hacer uso de la integral indefinida siguiente:

$$\int x \cos(a+bx)dx = \frac{1}{b^2}\cos(a+bx) + \frac{x}{b}\sin(a+bx)$$

SEGUNDO BLOQUE. [55 % de 3 puntos = 1.7 puntos]

PROBLEMA 2. Sea la señal

$$g(t) = \frac{\mathrm{sinc}\,(2{\cdot}10^4\,t)}{10^{-2} - 4{\cdot}10^6\,t^2}$$

de la que se sabe que su espectro tiene forma de coseno alzado. Se pide lo siguiente:

(a) Identificar el factor de *roll-off* ρ y el valor máximo $A_{\text{máx}}$ del módulo $|g(t)|$ de la señal.

(b) Determinar el ancho de banda B_W de la señal $g(t)$.

(c) Si se elige una frecuencia de muestreo f_s tal que sea 1,05 veces mayor que la mínima de Nyquist (es decir, será un 5 % mayor), determinar el valor de las muestras en los cuatro instantes $t = 0, T_s, 2T_s, 3T_s$, siendo T_s el periodo de muestreo. Dibujar las muestras resultantes como una señal PAM sin portadora (muestras planas).

(d) Se pretende cuantificar de forma no uniforme las muestras determinadas en el apartado anterior usando la técnica de compansión con ley μ para $\mu = 25$. El rango de trabajo es $(-A_{\text{máx}}, A_{\text{máx}})$, siendo $A_{\text{máx}}$ el valor máximo del módulo de la señal determinado en el apartado (a). Determinar el valor de las muestras a la salida del compresor.

(e) A continuación las muestras comprimidas del apartado anterior se cuantifican de forma uniforme empleando para ello un cuantificador con $L = 13$ niveles y rango de cuantificación el dado en apartado anterior. Dibujar la característica entrada/salida de dicho cuantificador.

(f) Si se numeran los $L = 13$ escalones resultantes de abajo hacia arriba en orden creciente y comenzando por cero, determinar el número de escalón de salida correspondiente a las muestras comprimidas determinadas en el apartado (d).

(g) Poner una tabla de codificación de forma que codifique cada escalón empleando la base dos para el número de escalón. ¿Cuántos bits por muestra son necesarios? ¿Es eficiente la codificación propuesta?

(h) Codificar, usando la tabla propuesta en el apartado anterior, las muestras cuantificadas en el apartado (f). Dibujar la señal binaria resultante empleando para ello código de línea Manchester.