

# Tratamiento y Transmisión de Señales

## Ingenieros Electrónicos

### EXAMEN ORDINARIO JUNIO 2007

### SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

75 minutos por bloque.

#### PRIMER BLOQUE. [3 puntos y 55% de la nota]

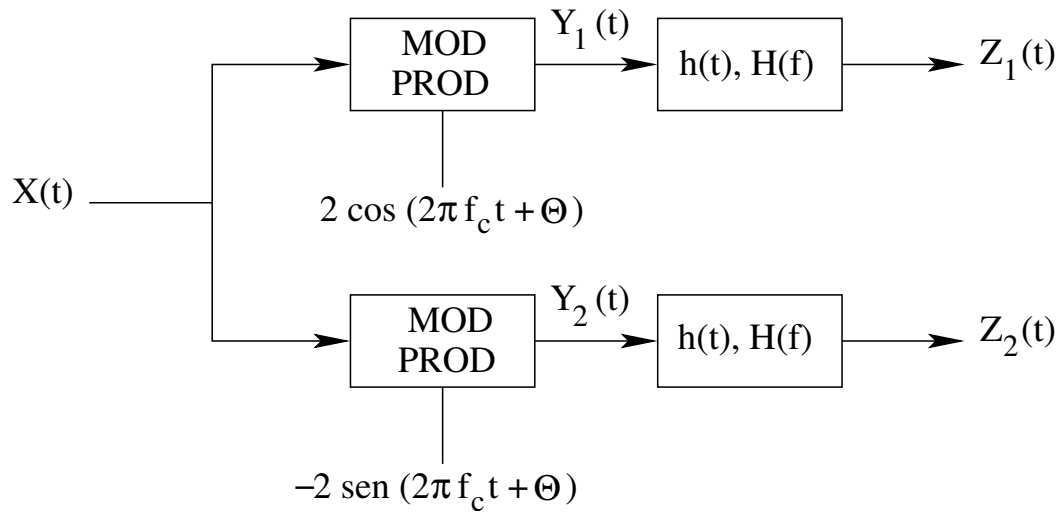
**PROBLEMA 1.** Sea una señal aleatoria de información  $X(t)$  estacionaria en sentido amplio cuya densidad espectral de potencia viene dada por:

$$S_X(f) = \begin{cases} 1 & f_c - f_2 < |f| < f_c - f_1 \\ e^{-a(|f| - f_c + f_1)} & f_c - f_1 < |f| < f_c + f_2 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Vamos a suponer que dicha señal a sido modulada previamente por una portadora  $f_c$  y que además se tiene que  $f_c \gg f_2 > f_1$ .

- Dibujar la densidad espectral  $S_X(f)$ .
- Determinar la expresión analítica y dibujar la densidad espectral de las componentes en fase,  $X_c(t)$ , y en cuadratura,  $X_s(t)$ , de la señal, esto es,  $S_{X_c}(f)$  y  $S_{X_s}(f)$ . Para dibujar la densidad espectral en este apartado suponer que  $a \cdot (f_1 + f_2) = 1$  y  $f_2 = 2f_1$  para determinar los valores del eje vertical.
- Determinar la expresión analítica y dibujar la densidad espectral cruzada de las componentes en fase,  $X_c(t)$ , y en cuadratura,  $X_s(t)$ , de la señal, esto es,  $S_{X_c X_s}(f)$ . Para dibujar la densidad espectral en este apartado suponer que  $a \cdot (f_1 + f_2) = 5$  y  $f_2 = 3f_1$  para determinar los valores del eje vertical.
- ¿Existe algún valor de  $a$ ,  $f_c$ ,  $f_1$  y  $f_2$  para los que las componentes  $X_c(t)$  y  $X_s(t)$  estén incorreladas?

Vamos a considerar ahora el sistema que se puede ver en la siguiente figura:

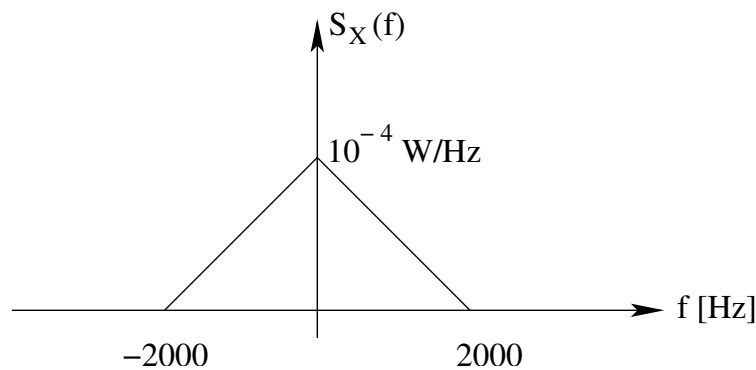


donde  $\Theta$  es una variable aleatoria uniforme en el intervalo  $(0, 2\pi)$  independiente de la señal  $X(t)$ .  $h(t)$  y  $H(f)$  son la respuesta al impulso y en frecuencia de los filtros a la salida, respectivamente.

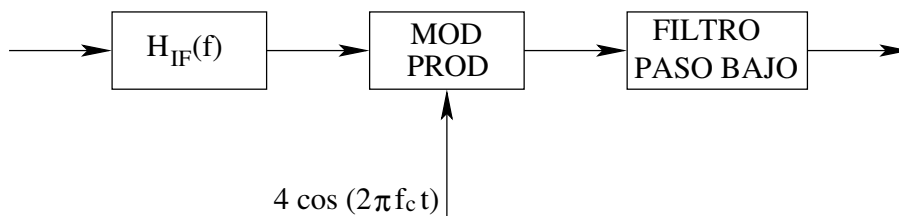
- (e) Determinar la expresión analítica de la autocorrelación para las señales  $Z_1(t)$  y  $Z_2(t)$ , esto es,  $R_{Z_1}(\tau)$  y  $R_{Z_2}(\tau)$ , como función de la autocorrelación de  $X(t)$ ,  $R_X(\tau)$ .
- (f) Determinar ahora la expresión analítica de la densidad espectral de potencia para las señales  $Z_1(t)$  y  $Z_2(t)$ , esto es,  $S_{Z_1}(f)$  y  $S_{Z_2}(f)$ , como función de  $S_X(f)$ . Si el filtro  $H(f)$  es paso bajo ideal con ganancia unidad y frecuencia de corte  $f_2$ , comparar el resultado obtenido con el del apartado (b).
- (g) Determinar la expresión analítica de la correlación cruzada para las señales  $Z_1(t)$  y  $Z_2(t)$ , esto es,  $R_{Z_1 Z_2}(\tau)$ , como función de la autocorrelación de  $X(t)$ ,  $R_X(\tau)$ .
- (h) Determinar ahora la expresión analítica de la densidad espectral cruzada para las señales  $Z_1(t)$  y  $Z_2(t)$ , esto es,  $S_{Z_1 Z_2}(f)$ , como función de  $S_X(f)$ . Si el filtro  $H(f)$  es paso bajo ideal con ganancia unidad y frecuencia de corte  $f_2$ , comparar el resultado obtenido con el del apartado (c).

**SEGUNDO BLOQUE. [3 puntos y 45 % de la nota]**

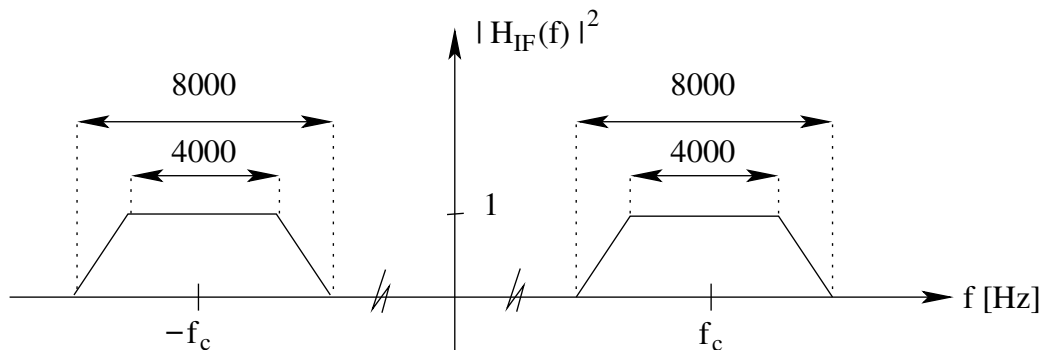
**PROBLEMA 2.** Una señal aleatoria de información  $x(t)$  se modula en amplitud al 50 % de modulación. Se sabe además que  $|x(t)|_{max} = 2$  Volts. Dicha señal modulada se transmite con una potencia de 600 Watts. a través de un canal que introduce unas pérdidas de 80 dB. Además el canal introduce un ruido estacionario, con media cero, Gaussiano, blanco y aditivo con un nivel de  $N_0 = 5 \cdot 10^{-14}$  Watts/Hz referido a la entrada del receptor. Se sabe además que la densidad espectral de potencia de la señal  $x(t)$ ,  $S_X(f)$ , es la siguiente:



Se decide utilizar el receptor de la siguiente figura:



donde el módulo al cuadrado de la función de transferencia del filtro equivalente de IF viene dado por la siguiente figura:



y el filtro de post-detección es paso bajo ideal de ganancia unidad y frecuencia de corte  $B = 2$  KHz. Se pide lo siguiente:

- (a) Determinar la potencia  $P_X$  de la señal  $x(t)$  y la sensibilidad en amplitud del modulador,  $k_a$ .
- (b) Determinar la potencia de señal recibida  $P_R$  y la potencia de ruido  $P_N$  tras el filtro equivalente de IF en dBm. Determinar así mismo en dicho punto la relación señal a ruido  $\text{SNR}_I$  en dB.
- (c) Determinar la potencia de señal  $P_{S_0}$  y la potencia de ruido  $P_{N_0}$  a la salida del receptor en dBm. Determinar igualmente en dicho punto la relación señal a ruido  $\text{SNR}_O$  en dB.
- (d) Repita los dos apartados anteriores suponiendo que la señal se hubiera modulado en SSB. Suponer que se emplea exactamente el mismo receptor.
- (e) Volver a calcular la  $\text{SNR}_O$  para los dos tipos de modulación empleados, AM y SSB, suponiendo ahora que el ancho de banda del filtro de post-detección es de  $B = 4$  KHz.