# Tratamiento y Transmisión de Señales

## Ingenieros Electrónicos

### EXAMEN ORDINARIO JUNIO 2008

### SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

75 minutos por bloque

**PRIMER BLOQUE. [3 puntos y 60 % de la nota]**

**PROBLEMA 1.** Consideremos una variable aleatoria $X$ que representa una envolvente de ruido. De teoría sabemos que dicha envolvente tiene distribución Rayleigh con parámetro $\sigma$. Supongamos que definimos:

- La variable aleatoria $Y = g(X) = b + cX^2$, donde $b$ y $c$ son constantes arbitrarias.
- La señal aleatoria $Z(t) = X\cos(2\pi f_0 t + \Theta) + Y\sin(2\pi f_0 t + \Theta)$, donde $f_0$ es una frecuencia constante arbitraria y $\Theta$ es una variable aleatoria con distribución uniforme en el intervalo $[0, 2\pi]$ independiente de las variables $X$ e $Y$.

Se pide lo siguiente:

(a) Determinar la media $E[X]$ y la varianza $var[X]$ de la envolvente $X$.

(b) Si se define la SNR para la variable $X$ como

$$\mathrm{SNR} = \frac{E^2[X]}{var[X]}$$

determinar entonces esa SNR así definida, comprobando que es una constante independiente de $\sigma$.

(c) Determinar la función densidad de probabilidad $f_Y(y)$ de la variable aleatoria $Y$ aplicando el teorema fundamental de la probabilidad. Dibujar la función resultante. Comprobar que la función resultante cumple las propiedades de función de densidad: es siempre positiva y tiene área unidad.

(d) Determinar la probabilidad del suceso $Y \geq 2b$.

(e) Determinar la media $E[Y]$, la varianza $var[Y]$ y la SNR para la variable $Y$.

(f) Determinar el coeficiente de correlación de Pearson $\rho$ entre la envolvente $X$ y la variable $Y$. ¿Están $X$ e $Y$ incorreladas?

(g) Comprobar la estacionariedad de la señal aleatoria $Z(t)$. En caso de que sea estacionaria, determinar su densidad espectral de potencia $S_Z(f)$.

NOTA: para la resolución de este problema es necesario saber que $\mathrm{erfc}(0) = 1$.

**SEGUNDO BLOQUE. [3 puntos y 40 % de la nota]**

**PROBLEMA 2.** Considerar la ristra de bits:

$$\emptyset 1\emptyset\emptyset\emptyset 111\emptyset\emptyset 1\emptyset\emptyset\emptyset\emptyset 1\emptyset\emptyset\emptyset\emptyset\emptyset 1111111111\emptyset 11\emptyset 111\emptyset\emptyset 1\emptyset 11,$$

donde el primer bit corresponde al MSB de la primera muestra. Se pide lo siguiente:

(a) Si se emplea código de línea diferencial, dibujar la señal transmitida suponiendo un nivel $A = 5$ Volts. Suponer que el nivel inicial antes de transmitir es alto.

(b) Supongamos que el cuantificador empleado es uniforme y tiene $n = 4$ bits con zona lineal caracterizada por $A_{max} = 3$ Volts. Dibujar la característica entrada salida.

(c) Si el codificador del transmisor codificaba la salida del cuantificador usando código binario sin signo con $n = 4$ bits, determinar la señal a la salida del decodificador en Volts. Dibujar la señal muestreada resultante empleando muestras de duración finita con tiempo de ocupación del 20 %. Suponer una frecuencia de muestreo de $fs = 100$ Hz.

(d) Repetir el apartado anterior suponiendo ahora que el cuantificador es no uniforme empleando la técnica de compansión con ley $A$ para un valor de $A = 125$.

(e) ¿Cuál es la ganancia en dB de la SQNR del cuantificador no uniforme anterior frente al uniforme para señales débiles? ¿Cuál es entonces el coste en dB a pagar para señales potentes?

(f) Supongamos que la ristra de bits anterior se codifica empleando NRZ unipolar y se transmite por un canal ruidoso con $S_W(f) = \frac{N_0}{2}$, con $N_0 = 3 \cdot 10^{-15}$ W/Hz. Determinar la tasa de error en la etapa de decisión suponiendo que el detector consiste en un filtro paso bajo con ancho de banda $B = 5000$ Hz y que el nivel de señal recibido es $A_{rx} = 5 \cdot 10^{-5}$ Volts. Suponer que la señal deseada pasa esencialmente si verse modificada por el filtro paso bajo y que el umbral empleado en el decisor es $A_{rx}/2$.

NOTA: para la resolución de este problema es necesario saber que para valores de $u \geq 1{,}5$ se puede hacer la siguiente aproximación para la función erfc:

$$\mathrm{erfc}(u) \approx \frac{\exp(-u^2)}{u\sqrt{\pi}}.$$