

Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

EXAMEN ORDINARIO JUNIO 2009

SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

70 minutos por bloque

PRIMER BLOQUE. [3 puntos y 60% de la nota]

PROBLEMA 1. [1.5 puntos] La señal:

$$x(t) = \frac{\sin^2(2\pi Wt) \cos(2\pi f_c t)}{t^2}$$

es la entrada al sistema con respuesta en frecuencia:

$$H(f) = \begin{cases} 1 & ||f| - f_c| \leq W_c \\ 0 & ||f| - f_c| > W_c \end{cases}$$

con todas la frecuencias dadas en Hz. Además se cumple que $W_c < W$ y $f_c \gg W$. Se pide lo siguiente:

- Dibuje la señal de entrada $x(t)$ y la respuesta en frecuencia del sistema $H(f)$.
- Determine y dibuje $X(f)$.
- Calcule y dibuje la envolvente compleja $\tilde{x}(t)$ de la señal de entrada.
- Calcule y dibuje la transformada de Fourier $\tilde{H}(f)$ de la envolvente compleja de la respuesta al impulso del sistema.
- Calcule y dibuje la transformada de Fourier $\tilde{X}(f)$ de la envolvente compleja de la señal de entrada.
- Si $y(t)$ es la salida del sistema cuando $x(t)$ es la entrada, calcule y dibuje la transformada de Fourier $\tilde{Y}(f)$ de la envolvente compleja de la señal de salida.
- Calcule la envolvente compleja $\tilde{y}(t)$ de la señal de salida.
- Calcule la señal de salida $y(t)$.

PROBLEMA 2. [1.5 puntos] Sea una señal aleatoria $M(t)$ de la que se sabe que es estacionaria en sentido amplio, con media cero y función de autocorrelación $R_M(\tau)$. Su densidad espectral de potencia $S_M(f)$ es nula fuera de $|f| < W$. Θ es una variable aleatoria independiente de $M(t)$, cuya función densidad de probabilidad viene dada por:

$$f_{\Theta}(\theta) = \frac{1}{\pi} \Lambda\left(\frac{\theta}{\pi}\right)$$

Se define, a partir de lo anterior, la siguiente señal aleatoria:

$$S(t) = \frac{A_c}{2} M(t) \cos(2\pi f_c t + \Theta) - \frac{A_c}{2} \hat{M}(t) \sin(2\pi f_c t + \Theta)$$

donde A_c es una amplitud constante, f_c es una frecuencia constante y $\hat{M}(t)$ es la transformada de Hilbert de $M(t)$ definida por:

$$\hat{M}(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M(\tau)}{t - \tau} d\tau$$

Se pide determinar:

- El valor medio de $S(t)$.
- La autocorrelación de $S(t)$.
- ¿Es $S(t)$ estacionaria en sentido amplio?
- La densidad espectral de potencia $S_s(f)$ de la señal $S(t)$ y su ancho de banda. Para el caso particular:

$$S_M(f) = \begin{cases} 1 - \frac{|f|}{W} & |f| < W \\ 0 & |f| > W \end{cases}$$

dibuje la densidad espectral $S_s(f)$.

SEGUNDO BLOQUE. [3 puntos y 40% de la nota]

PROBLEMA 3. Sea una señal moduladora $m(t)$ cuya densidad espectral de potencia viene dada por la siguiente expresión:

$$S_M(f) = \begin{cases} 1 - \frac{f^2}{50} & |f| < 5 \\ \frac{f^2}{50} - \frac{2|f|}{5} + 2 & 5 < |f| < 10 \\ 0 & |f| > 10 \end{cases}$$

donde las amplitudes se han expresado en mW/Hz y la frecuencia en KHz. Esta señal moduladora está normalizada de modo que se cumple que:

$$\max_t |m(t)| = 10V$$

Dicha señal se modula en frecuencia utilizando un modulador con sensibilidad $K_f = 5000$ Hz/V y una portadora de frecuencia $f_c = 89,2$ MHz y amplitud $A_c = 400$ V.

(a) En estas condiciones, se pide:

(a.1) Dibujar la densidad espectral de potencia de la señal moduladora $S_M(f)$ y calcular su potencia P_M en W.

(a.2) Calcule el ancho de banda de transmisión B_T en KHz. Nota se puede usar la siguiente tabla:

D	$2n_{max}$
0.1	2
0.3	4
0.5	4
1.0	6
2.0	8
5.0	16
10.0	28
20.0	50

(a.3) Calcule la potencia P_c de la señal portadora y la potencia P_s^T de la señal modulada a la salida del transmisor en KW (considere, por simplicidad, que la potencia de la señal modulada fuera de la banda de transmisión es despreciable).

(a.4) Si la atenuación sufrida por la señal desde el transmisor hasta la entrada del receptor es de 55 dB, calcule la potencia P_s^R de señal recibida en mW.

(a.5) Si el ruido a la entrada del receptor es aditivo, blanco, Gaussiano, con media cero y con $N_0 = 3,5 \cdot 10^{-9}$ W/Hz, compruebe que el receptor se encuentra operando por encima del umbral.

(a.6) Calcule CNR , SNR_i y SNR_c en dB.

(a.7) Calcule SNR_o , $\frac{SNR_o}{SNR_i}$ y FOM en dB.

(b) Se decide utilizar un esquema de pre-énfasis y de-énfasis para mejorar las prestaciones frente al ruido. El filtro de pre-énfasis utilizado tiene una función de transferencia:

$$H_{pe}(f) = \begin{cases} K\sqrt{|f| + 1} & |f| < 10 \\ 0 & |f| > 10 \end{cases}$$

donde la frecuencia está dada en KHz. Determine, en estas nuevas condiciones, lo siguiente:

(b.1) La constante K de modo que la potencia de señal moduladora se conserve.

(b.2) Calcule la mejora de prestaciones del receptor en SNR_o y FOM tanto en unidades naturales como en unidades logarítmicas.