

CUESTIONES

1. PROPIEDADES T. HILBERT

* Una señal y su transformada tienen la misma densidad espectral.

Esto es debido a que la T.H. sólo modifica la fase de la señal y la densidad espectral no depende de la fase.

* Una señal y su transformada tienen la misma función de autocorrelación.

Al igual que la propiedad anterior, la autocorrelación tampoco depende de la fase ya que es la TF inversa de la densidad espectral.

* Una señal y su transformada de Hilbert son ortogonales.

Ya que la señal está en cuadratura con su transformada de Hilbert su producto escalar es cero, es decir, son ortogonales.

* La transformada de Hilbert de la transformada de Hilbert es la señal original.

Ya que la T. Hilbert desfasa 90° la señal, si se hace de nuevo la T.H. desfazaremos 180° que representa un cambio de signo.

DEFINICIÓN RETARDO FASE

$$\tau_p = - \frac{\beta(f_c)}{2\pi f_c}$$

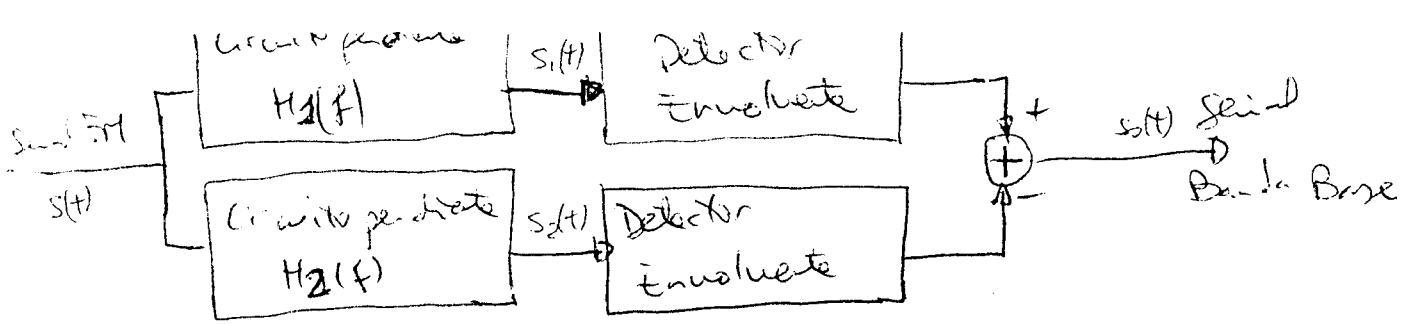
desfase entre señal transmitida y recibida dividido entre la frecuencia angular de la señal.

Para cada frecuencia será distinto. Asociado a la perturbación no es real y puede ser negativo si el desfase $\beta(f)$ es positivo.

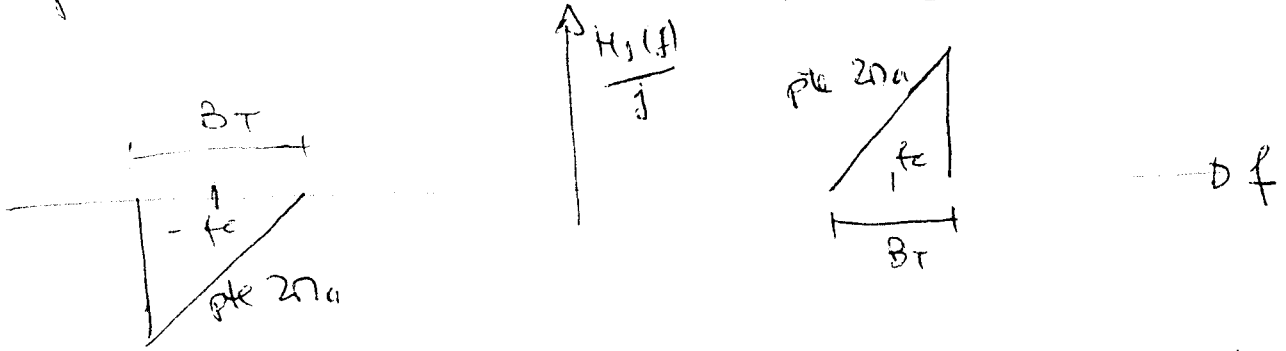
DEFINICIÓN RETARDO GRUPO

$$\tau_g = - \frac{1}{2\pi} \left. \frac{d\beta(f)}{df} \right|_{f=f_c}$$

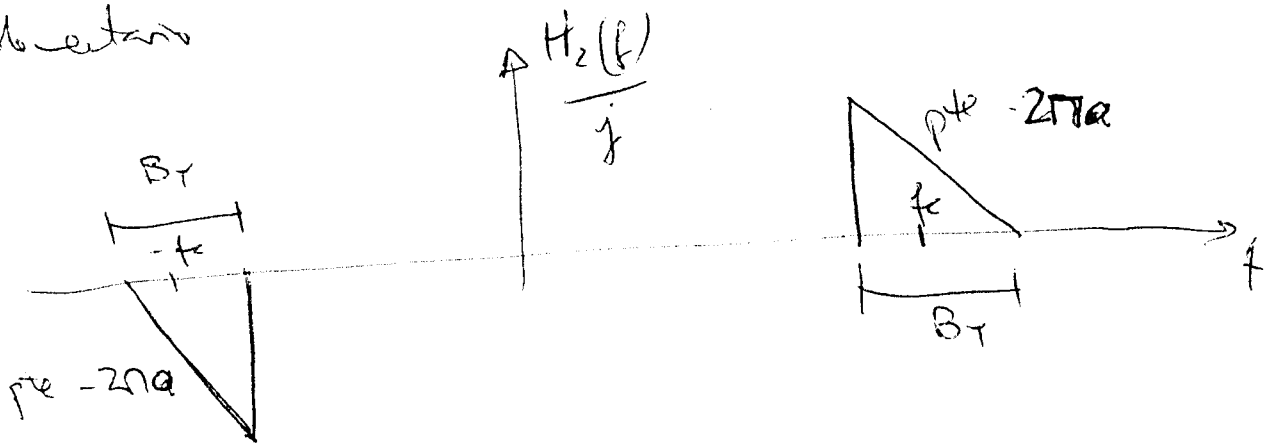
retardo real de la señal de la perturbación. Siempre positivo para todos los reales. Depende de la pendiente de la fase a frecuencia f_c . Siempre es negativo.



El circuito pasabanda transforma modulación de Frecuencia a modulación de amplitud. Su función a frecuencia para $H_1(f)$ es:



La salida del circuito pasabanda es una señal con modulación híbrida AM-FM. El detector de envolvente demodula la parte AM de la señal híbrida. Aparece una componente continua a la salida. En el esquema balanceado se duplica el esquema anterior sustituyendo el circuito pasabanda por su complementario.



Al restar las señales de los dos circuitos complementarios tras el detector de envolvente. Siempre que los circuitos estén balanceados, se cancelará la componente continua obteniéndose la señal de salida proporcional a la modulación.

(continúa)

Usando mod. de paso bajo equivalente

$$\tilde{S}_2(f) = \tilde{S}(f) \tilde{H}_1(f) \quad \tilde{H}_1(f) = \begin{cases} j2\pi a (f + \frac{B_T}{2}) & |f| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

$$\tilde{S}(f) = 0 \quad |f| > \frac{B_T}{2} \Rightarrow \tilde{S}_2(f) = \tilde{S}(f) j2\pi a (f + \frac{B_T}{2})$$

tomando \mathcal{F}^{-1} : $\tilde{S}_2(t) = a \left[\frac{d\tilde{S}(t)}{dt} + j\pi B_T \tilde{S}(t) \right]$

$$\tilde{S}(t) = A_c \exp[j2\pi K_f \int m(t) dt] \Rightarrow \tilde{S}_2(t) = j\pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2K_f}{B_T} m(t) \right] \exp[j2\pi K_f \int m(t) dt]$$

ya que $s_1(t) = \text{Re} [\tilde{S}_1(t) \exp(j2\pi f_c t)]$

entonces: $s_1(t) = \pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2K_f}{B_T} m(t) \right] \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int m(t) dt + \frac{\pi}{2} \right]$

No tiene sobremodulación y se puede ver $\frac{B_T}{\Delta f} \geq 2 \Rightarrow \frac{\Delta f}{B_T} \leq \frac{1}{2}$

$$\left| \frac{2K_f}{B_T} m(t) \right| \leq \frac{2\Delta f}{B_T} \leq 1$$

Tres al detector de envolvente: $|\tilde{S}_1(t)| = \pi B_T a A_c \left[1 + \frac{2K_f}{B_T} m(t) \right]$

El circuito balanceado completamente tiene presente rechazo por lo que

se obtiene igual:

$$|\tilde{S}_2(t)| = \pi B_T a A_c \left[1 - \frac{2K_f}{B_T} m(t) \right]$$

y entonces $s_o(t) = |\tilde{S}_1(t)| - |\tilde{S}_2(t)| = 4\pi K_f a A_c m(t)$

$$S(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(2\pi f_c t) = \frac{A_c}{2} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (\text{LSB})$$

$$P_{S_I} = \frac{A_c^2}{4} \cdot P \cdot \frac{1}{2} + \frac{A_c^2}{4} \cdot P \cdot \frac{1}{2} = \frac{A_c^2 P}{4} \quad \text{de la señal de entrada}$$

$$P_{N_c} = W N_0 \quad \text{del ruido de (módulo en) banda base m(t), W.}$$

Como $B_T = W$ por SSB, entonces

$$P_{N_I} = W N_0 \quad \text{del ruido tras el filtro de FI}$$

$$\boxed{SNR_c = \frac{P_{S_I}}{P_{N_c}} = \frac{A_c^2 P}{4 W N_0}} \quad / \quad \boxed{SNR_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2 P}{4 W N_0} = SNR_c}$$

$$P_c = \frac{A_c^2}{2} \quad \text{de portadora} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{P_c}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{2 W N_0}}$$

Ruido tras el filtro IF:

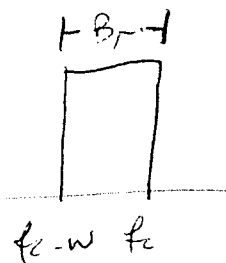
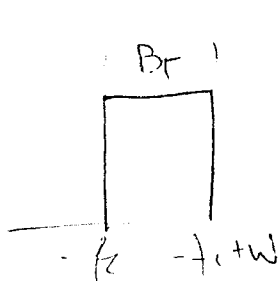
$$n(t) = n_c(t) \cos\left[2\pi\left(f_c - \frac{W}{2}\right)t\right] - n_s(t) \sin\left[2\pi\left(f_c - \frac{W}{2}\right)t\right]$$

Señal a la salida del detector coherente:

$$y(t) = \frac{1}{4} A_c m(t) + \frac{1}{2} n_c(t) \cos(\pi W t) + \frac{1}{2} n_s(t) \sin(\pi W t)$$

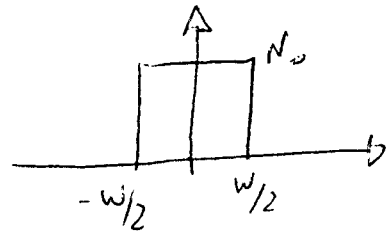
$$P_{S_o} = \frac{A_c^2 P}{16} \quad \text{a la salida del detector}$$

$$SN(f) = \begin{cases} N_0/B & f_c - W \leq |f| \leq f_c \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \text{tras filtro IF}$$



continua)

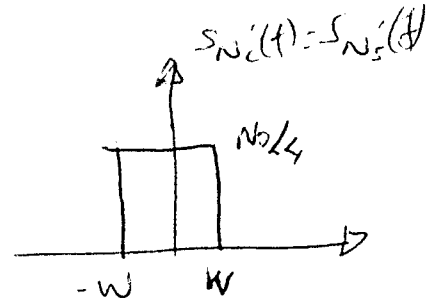
$$S_{n_c}(f) = S_{n_s}(f) = \begin{cases} N_0 & |f| \leq \frac{W}{2} \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$



definendo $n_c(t) = n_s(t) \cos(\pi W t)$

$n_s(t) = n_c(t) \sin(\pi W t)$

$$S_{n_c}(f) = S_{n_s}(f) = \begin{cases} N_0/4 & |f| < W \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$



$$P_{N_0} = \frac{1}{4} 2W \cdot \frac{N_0}{4} + \frac{1}{4} 2W \frac{N_0}{4} = \frac{WN_0}{4} \quad \text{de modo a la salida.}$$

$$\boxed{SNR_o = \frac{P_{S_o}}{P_{N_o}} = \frac{A^2 P}{4W N_0}}$$

$$\boxed{FOM = \frac{SNR_o}{SNR_I} = 1}$$

Ventajas:

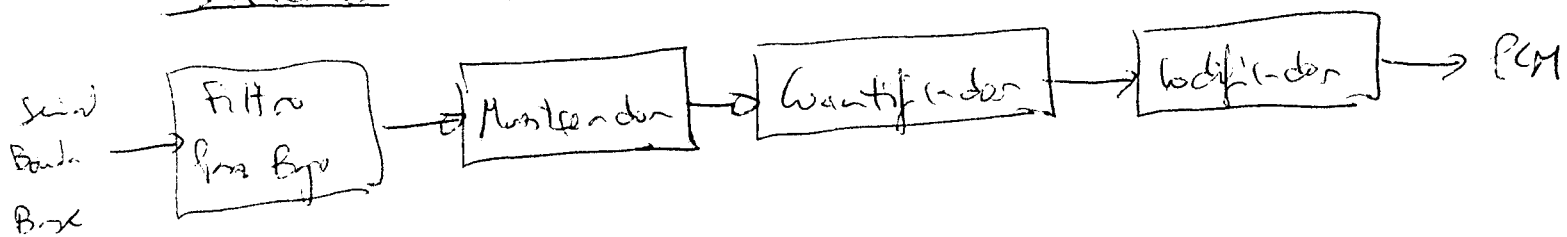
- * Robustez frente al ruido e interferencias. Inmunidad frente al ruido del canal a partir de un umbral. Ruido de cuantificación despreciable por un número de bits adecuado (o punto de 8).
- * Regeneración eficiente. Siempre que se cumplan unas regímenes se puede garantizar inmunidad frente al ruido por distancia de transmisión ilimitada usando regeneradores repetidores.
- * Formato uniforme de codificación. Un día lugar a la posibilidad de multiplexar tipos distintos de información en un tramo único de bits.

Inconvenientes:

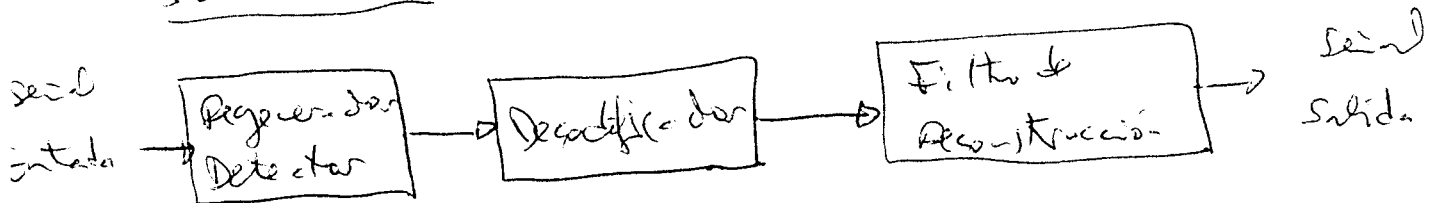
- * Mayor ancho de banda necesario.
- * Mayor complejidad de los sistemas.

Ejemplos:

CODIFICADOR (TX)



DECODIFICADOR (RX)



Objetivo de cada esquema:

- * Filtro paso bajo: limitar en f una señal de entrada para evitar aliasing a el muestreador
- * Muestreador: discretiza en tiempo la señal usual de la teoría desarrollada por Nyquist. A la salida es un conjunto de muestras espaciadas temporalmente de forma periódica.
- * Cuantificación: discretiza cada muestra en amplitud usando un conjunto finito de posibles valores. Pueden usarse técnicas no lineales para hacer que la SNR a la salida no varíe con la potencia de la señal.
- * Codificador: transformar la señal digitalizada en amplitud en un rista de bits que se ~~tx~~ usando diferentes códigos de línea.
- * Receptor o detector: generar la rista de bits a partir de la señal recibida ruidosa y distorsionada. Se debe evitar ISI y minimizar efectos ruidos.
- * Decodificador: inverso proceso de codificación del tx reconstruyendo las muestras a partir de la rista de bits.
- * Filtro de reconstrucción: genera la señal continua en el tiempo a partir del conjunto de muestras mediante interpolación (filtro paso bajo) siguiendo la teoría de Nyquist.