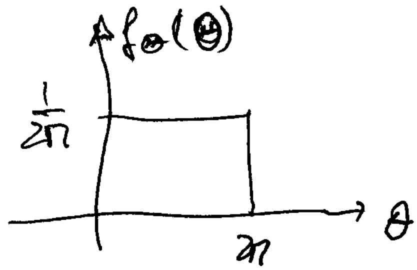
PROBLEMA 1.

(a) $\Theta \sim U(0, 2\pi)$

$$f_\Theta(\theta) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

constante positiva y con área unidad.



(b)

$$C(t) = A_c \cos(2\pi F t + \Theta)$$

$$f_{F,\Theta}(f,\theta) = f_F(f) \cdot f_\Theta(\theta) \quad \text{por ser independientes}$$

$$f_{F,\Theta}(f,\theta) = \begin{cases} \dfrac{f_F(f)}{2\pi} & 0 \leq \theta \leq 2\pi, \ \forall f \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

MEDIA

$$\boxed{E[C(t)]} = E[A_c \cdot \cos(2\pi F t + \Theta)] = A_c \, E[\cos(2\pi F t + \Theta)]$$

$$= A_c \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi f t + \theta) f_{F,\Theta}(f,\theta) \, df \, d\theta =$$

$$= \frac{A_c}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_F(f) \int_0^{2\pi} \cos(2\pi f t + \theta) \, d\theta = \frac{A_c}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_F(f) \Big[\underbrace{\cancel{\operatorname{sen}(2\pi f t + \theta)}}_{0} \Big]_0^{2\pi} df$$

$$\boxed{= 0}$$

(c) $R_C(\tau) = E[C(t)\cdot C(t+\tau)] = E[A_C \cos(2\pi F t + \Theta)\cdot A_C \cos[2\pi F(t+\tau) + \Theta]]$

$$= \frac{A_C^2}{2} \underbrace{E[\cos(2\pi F \tau)]}_{\mathrm{I}} + \frac{A_C^2}{2} \underbrace{E[\cos(2\pi F(2t+\tau) + 2\Theta)]}_{\mathrm{II}}$$

$$\mathrm{I} \Rightarrow E[\cos(2\pi F\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi f \tau)\, f_F(f)\, df .$$

$$\mathrm{II} \Rightarrow E[\cos(2\pi F(2t+\tau) + 2\Theta)] = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{\infty}^{\infty} \cos(2\pi f(2t+\tau) + 2\theta)\, f_{F,\Theta}(f,\theta)\, df\, d\theta$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f_F(f) \int_0^{2\pi} \cos[2\pi f(2t+\tau) + 2\theta]\, d\theta = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f_F(f) \cancelto{0}{\left[\frac{\operatorname{sen}(2\pi f(2t+\tau) + 2\theta)}{2}\right]_0^{2\pi}} df$$

$$= 0$$

$$R_C(\tau) = \frac{A_C^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi f \tau)\, f_F(f)\, df$$

La media es constante y la autocorrelación no depende de t (sólo depende de τ) por lo que la portadora es estacionaria.

(d) $S_C(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_C(\tau) \exp(-j 2\pi f \tau)\, d\tau =$ | Cambiamos f por λ

$$= \frac{A_C^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi\lambda\tau)\, f_F(\lambda) \exp(-j2\pi f\tau)\, d\lambda\, d\tau$$

$$= \frac{A_C^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} f_F(\lambda) \left[\int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi\lambda\tau) \exp(-j2\pi f \tau)\, d\tau\right] d\lambda$$

$$= \frac{A_C^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} f_F(\lambda) \cdot \mathrm{T.F.}\{\cos(2\pi\lambda\tau)\}\, d\lambda$$

PROBLEMA 1 (CONT)

$$\boxed{S_C(f)} = \frac{A_c^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} f_F(\lambda)\left[\frac{\delta(f-\lambda)}{2} + \frac{\delta(f+\lambda)}{2}\right] d\lambda$$

$$= \frac{A_c^2}{4}\int_{-\infty}^{\infty} f_F(\lambda)\cdot\delta(f-\lambda)\,d\lambda + \frac{A_c^2}{4}\int_{-\infty}^{\infty} f_F(\lambda)\,\delta(f+\lambda)\,d\lambda$$

$$= \frac{A_c^2}{4} f_F(f)\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f-\lambda)\,d\lambda}_{=1} + \frac{A_c^2}{4} f_F(-f)\underbrace{\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f+\lambda)\,d\lambda}_{=1}$$

$$= \boxed{\frac{A_c^2}{4}\left[f_F(f) + f_F(-f)\right]}$$

(e) $S(t)$ es una señal DSB entonces

$$S(t) = M(t)\cdot C(t)$$

Sabemos además que $M(t)$ es independiente de $C(t)$

entonces:

$$E[S(t)] = E[M(t)\cdot C(t)] = \underbrace{E[M(t)]}_{0}\cdot E[C(t)] = 0$$

(f) $R_S(\tau) = E[S(t)\,S(t+\tau)] = E[M(t)\,C(t)\cdot M(t+\tau)\,C(t+\tau)]$

$$= E[M(t)\,M(t+\tau)\,C(t)\,C(t+\tau)]$$

Como $M(t)$ es independiente de $C(t)$ entonces

$$R_S(\tau) = E[M(t)M(t+\tau)]\cdot E[C(t)C(t+\tau)] = R_M(\tau)\cdot R_C(\tau)$$

Entonces a partir del resultado del apartado (c):

$$\boxed{R_S(\tau) = \frac{A_c^2}{2} R_M(\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi f \tau) f_F(f)\, df}$$

Como la media $E[S(t)] = 0$ y la autocorrelación es función sólo de τ es estacionaria.

(g) $S_S(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_S(\tau) \exp(-j 2\pi f \tau)\, d\tau$

Además sabemos que $R_S(\tau) = R_M(\tau) \cdot R_C(\tau)$

Entonces:

$$S_S(f) = S_M(f) * S_C(f)$$

y por el apartado (d)

$$S_C(f) = \frac{A_c^2}{4}\left[f_F(f) + f_F(-f)\right]$$

Entonces: $$\boxed{S_S(f) = \frac{A_c^2}{4} f_F(f) * S_M(f) + \frac{A_c^2}{4} f_F(-f) * S_M(f)}$$

(h) $f_F(f) = \delta(f - f_c)$

Es siempre no negativa ya que vale cero para $f \neq f_c$

y $+\infty$ para $f = f_c$.

Su área es unidad, ya que $\int_{-\infty}^{\infty} f_F(f)\, df = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(f - f_c)\, df = 1$

Es función densidad de probabilidad.

PROBLEMA 1 (CONT)

(i)

(c). 1

$$\boxed{R_C(\tau)} = \frac{A_c^2}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \cos(2\pi f\tau)\,\delta(f-f_c)\,df =$$

$$= \frac{A_c^2}{2}\cos(2\pi f_c\tau)\int_{-\infty}^{\infty}\delta(f-f_c)\,df = \boxed{\frac{A_c^2}{2}\cos(2\pi f_c\tau)}$$

(d). 1

$$\boxed{S_C(f)} = \frac{A_c^2}{4} f_F(f) + \frac{A_c^2}{4} f_F(-f)$$

$$= \boxed{\frac{A_c^2}{4}\delta(f-f_c) + \frac{A_c^2}{4}\delta(f+f_c)}$$

(f). 1.

$$\boxed{R_S(\tau)} = \frac{A_c^2}{2}R_M(\tau)\int_{-\infty}^{\infty}\cos(2\pi f\tau)\,\delta(f-f_c)\,df$$

$$= \boxed{\frac{A_c^2}{2}R_M(\tau)\cos(2\pi f_c\tau)}$$

(g). 1.

$$\boxed{S_S(\tau)} = \frac{A_c^2}{4} f_F(f) * S_M(f) + \frac{A_c^2}{4} f_F(-f) * S_M(f)$$

$$= \frac{A_c^2}{4}\delta(f-f_c) * S_M(f) + \frac{A_c^2}{4}\delta(f+f_c) * S_M(f)$$

$$= \boxed{\frac{A_c^2}{4} S_M(f-f_c) + \frac{A_c^2}{4} S_M(f+f_c)}$$

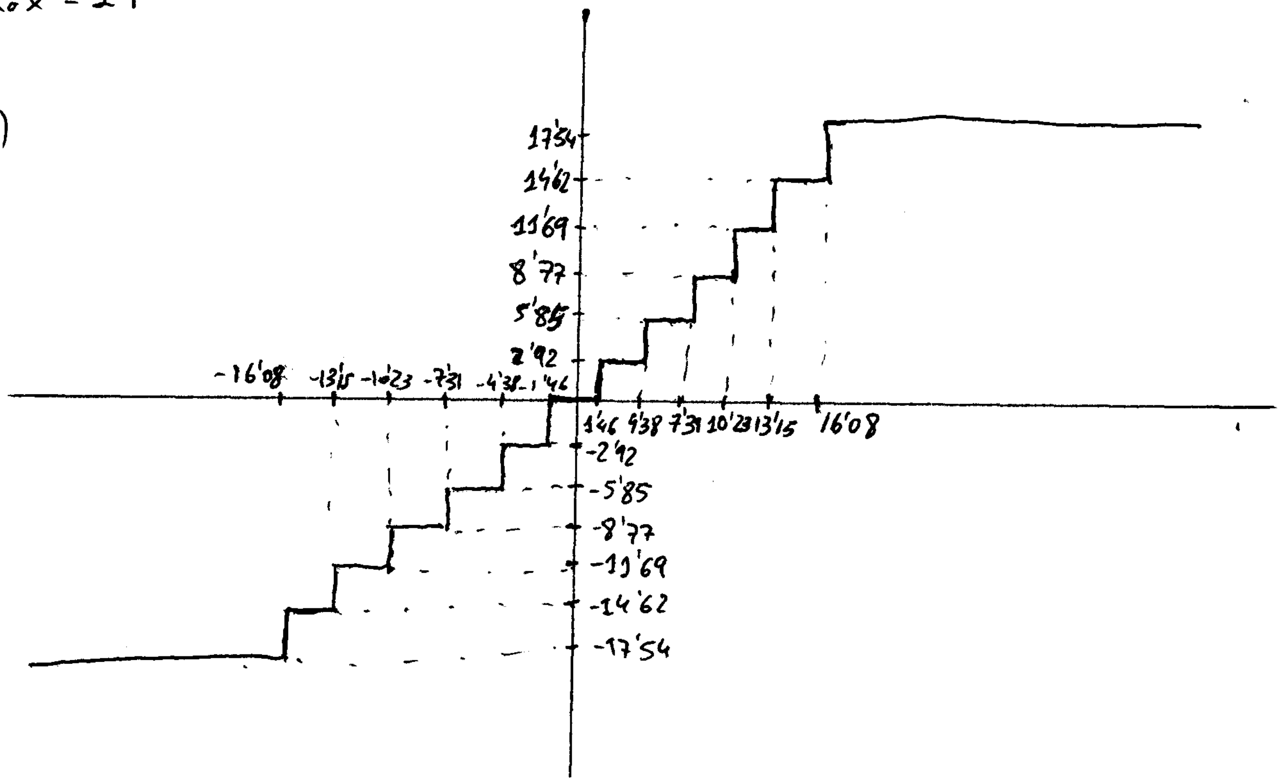
PROBLEMA 2

$L = 13$

$A_{max} = 19$

$\delta = \frac{2A_{max}}{L} = 2'923$

(a)

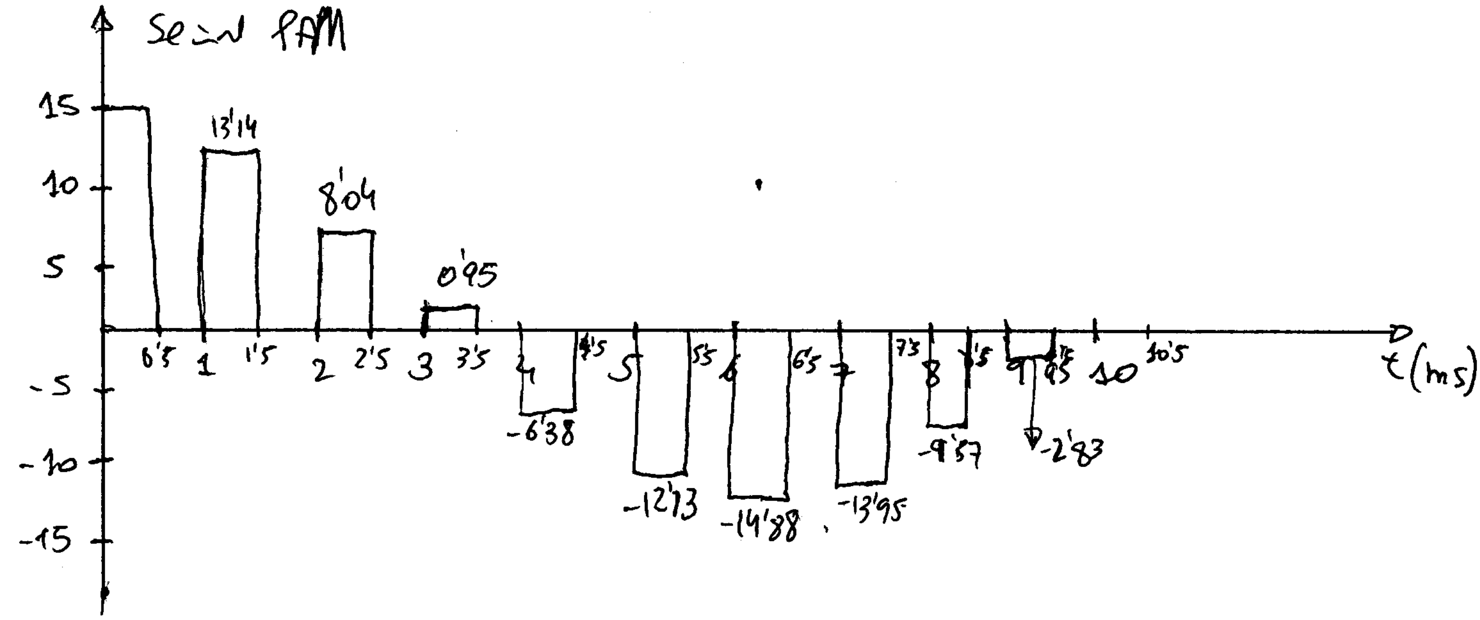


INT. ENTRADA	$(-\infty, -16'08]$	$(-16'08, -13'15]$	$(-13'15, -10'23]$	$(-10'23, -7'31]$	$(-7'31, -4'38]$
SALIDA	-17'54	-14'62	-11'69	-8'77	-5'85
INT. ENTRADA	$(-4'38, -1'46)$	$[-1'46, 1'46]$	$(1'46, 4'38)$	$(4'38, 7'31]$	$(7'31, 10'23]$
SALIDA	-2'92	0	2'92	5'85	8'77
INT. ENTRADA	$(10'23, 13'15]$	$(13'15, 16'08]$	$(16'08, \infty)$		
SALIDA	11'69	14'62	17'54		

(b) $f_s = 985$ m/s $\quad w = 495 = 2\pi f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{495}{2\pi} = 78'78$

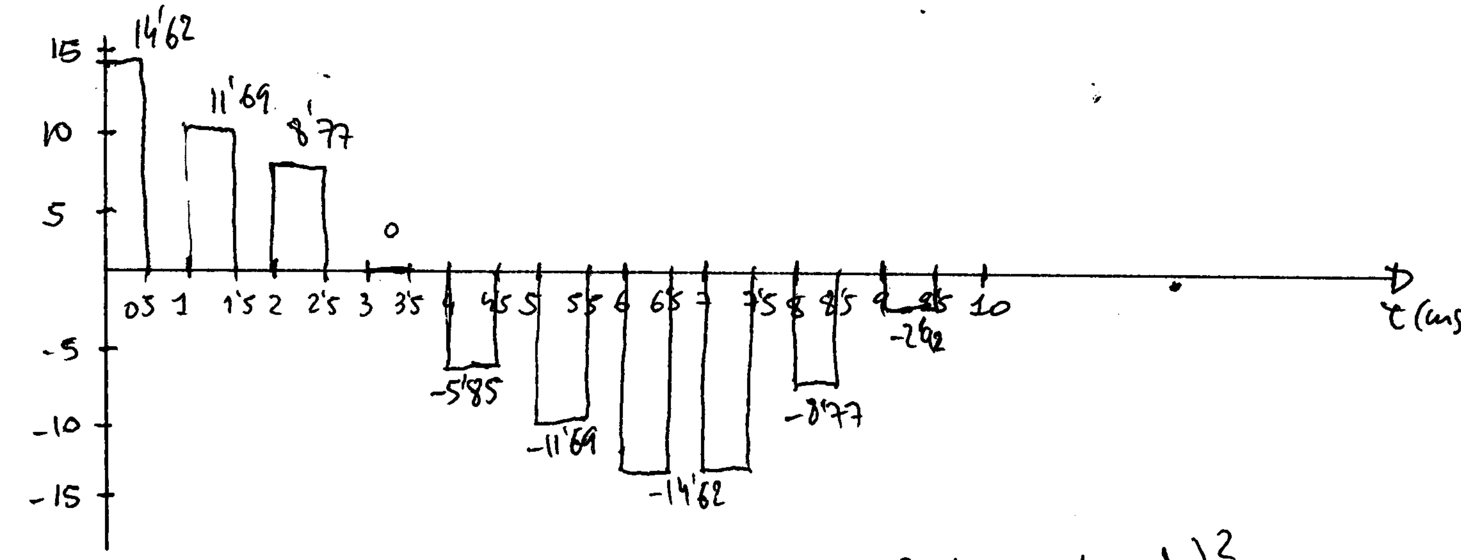
$985 = f_s \geq 2f_0 = 157'56$ se cumple el teorema de Nyquist

TIEMPO	t=0	$1,02 \cdot 10^{-3}$	$2,03 \cdot 10^{-3}$	$3'05 \cdot 10^{-3}$	$4'06 \cdot 10^{-3}$	$5'08 \cdot 10^{-3}$	$6'09 \cdot 10^{-3}$	$7'11 \cdot 10^{-3}$	$8'12 \cdot 10^{-3}$	$9'14 \cdot 10^{-3}$
VALOR	15	13'15	8'04	0'95	-6'38	-12'13	-14'88	-13'95	-9'57	-2'83



(c) SEÑAL CUANTIFICADA

TIEMPO	0	$1'02 \cdot 10^{-3}$	$2'03 \cdot 10^{-3}$	$3'05 \cdot 10^{-3}$	$4'06 \cdot 10^{-3}$	$5'08 \cdot 10^{-3}$	$6'09 \cdot 10^{-3}$	$7'11 \cdot 10^{-3}$	$8'12 \cdot 10^{-3}$	$9'14 \cdot 10^{-3}$
SEÑAL Q	14'62	11'69	8'77	0	-5'85	-11'69	-14'62	-14'62	-8'77	-2'92



(d) $Pe = (\text{señal PAM sin cuantificar} - \text{señal PAM cuantificada})^2$

TIEMPO	0	$1'02 \cdot 10^{-3}$	$2'03 \cdot 10^{-3}$	$3'05 \cdot 10^{-3}$	$4'06 \cdot 10^{-3}$	$5'08 \cdot 10^{-3}$	$6'09 \cdot 10^{-3}$	$7'11 \cdot 10^{-3}$	$8'12 \cdot 10^{-3}$	$9'14 \cdot 10^{-3}$
|ERROR|	0'38	1'45	0'73	0'95	0'53	0'44	0'26	0'66	0'80	0'10
POT ERROR mW	148	2112	531	897	285	192	70	441	645	9
POT SEÑAL mW	$214 \cdot 10^3$	$137 \cdot 10^3$	$77 \cdot 10^3$	0	$34 \cdot 10^3$	$137 \cdot 10^3$	$214 \cdot 10^3$	$214 \cdot 10^3$	$77 \cdot 10^3$	$9 \cdot 10^3$

PROBLEMA 2 (CONT)

(e) POT. MED. SEN $= 111 \cdot 10^3$ mW $\equiv$ 50'45 dBm

POT. MED. RUID = 533 mW $\equiv$ 27'27 dBm

$\boxed{SNR[dB] = 50'45 - 27'27 = 23'19 \text{ dB}}$

TEORICAMENTE

$SNR[dB] = 6n + 1'8$

CON $n = \log_2 L = 3'7$ sustituyendo $SNR[dB] = 24$ dB

La pequeña diferencia se debe a que la señal sinusoidal no es de carga completa, para ello se debería usar un tono con amplitud 19, igual al valor máximo del cuantificador. La diferencia también es debida a que la aproximación de teoría sólo es válida para $n > 6$ o para $L > 64$ niveles.