

# Tratamiento y Transmisión de Señales

## Ingenieros Electrónicos

### EXAMEN CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA

### SEPTIEMBRE 2006

### SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

50 minutos y 1 punto por problema.  
Total 3 problemas: 2 horas y media y 3 puntos.

**PROBLEMA 1.** Sea una señal moduladora aleatoria  $M(t)$  con ancho de banda  $W$  que se sabe es estacionaria y Gaussiana con media nula. Dicha señal modula a una portadora para dar lugar a la señal AM

$$X(t) = A_c[1 + k_a M(t)] \cos(2\pi f_c t + \Theta),$$

donde las constantes  $A_c$ ,  $f_c$  y  $k_a$  son la amplitud de la portadora, la frecuencia de la portadora y la sensibilidad en amplitud del modulador, respectivamente. La variable aleatoria  $\Theta$  representa la fase aleatoria de la portadora y se puede considerar con distribución uniforme en el intervalo  $(0, 2\pi)$ . Además se puede suponer que dicha fase  $\Theta$  es estadísticamente independiente de la señal moduladora  $M(t)$ .

Se pide lo siguiente:

- (a) Suponiendo (para este apartado únicamente) que la sensibilidad en amplitud de la moduladora tome el valor  $k_a = \frac{2}{3}$  y la señal moduladora  $M(t)$  tenga una varianza  $\sigma_M^2 = \frac{1}{4}$  determinar la probabilidad de que la señal modulada  $X(t)$  tenga sobremodulación. Se puede hacer uso de la siguiente aproximación para la función error complementario

$$\operatorname{erfc}(u) \approx \frac{\exp(-u^2)}{\sqrt{\pi}u}$$

para valores de  $u \geq 1,5$ .

- (b) Supongamos ahora que la señal modulada  $X(t)$  pasa por un detector cuadrático con ley

$$V(t) = AX(t) + BX^2(t),$$

donde  $A$  y  $B$  son parámetros constantes. Determinar la expresión simplificada para  $V(t)$ . No usar los valores numéricos del apartado (a).

- (c) Determinar la media estadística de la señal aleatoria  $V(t)$  comprobando si tiene o no dependencia temporal. ¿Será la señal  $V(t)$  estacionaria con respecto a la media? Suponer que la señal moduladora  $M(t)$  tiene una función de autocorrelación  $R_M(\tau)$ . No usar los valores numéricos del apartado (a).
- (d) Supongamos finalmente que la señal  $V(t)$  a la salida del detector cuadrático pasa por un filtro paso bajo ideal de ancho de banda  $3W$  para dar lugar a la señal  $Y(t)$ . Suponiendo que la frecuencia de la portadora  $f_c$  sea mucho mayor que el ancho de banda  $W$  de la moduladora ( $f_c \gg W$ ), determinar la expresión temporal de dicha señal  $Y(t)$ . No usar los valores numéricos del apartado (a).
- (e) En las condiciones del apartado anterior determinar la media y autocorrelación estadística de la señal  $Y(t)$ . Si llamamos  $Z(t) = M^2(t)$ , suponer que  $R_Z(t)$  es su función de autocorrelación y que  $R_{M,Z}(\tau)$  es la función de correlación cruzada de  $M(t)$  y  $Z(t)$ . ¿Es la señal  $Y(t)$  estacionaria en sentido amplio?

**PROBLEMA 2.** Sea una señal moduladora  $m(t)$  arbitraria con ancho de banda 15 KHz y potencia nominal de 10 W. Dicha señal se sabe que está normalizada según

$$\max_t |m(t)| = 1.$$

Se sabe además que la relación señal a ruido a la salida para modulación AM al 90 % (tanto por ciento de modulación) es de 30 dB.

Se pide lo siguiente:

- (a) Determinar la relación portadora ruido para dicha señal AM, indicando si estamos o no por encima del umbral.
- (b) Bajo la suposición de igual potencia recibida de señal modulada a la entrada del receptor e igual densidad espectral de ruido que en el caso AM, determinar cuál sería la relación señal a ruido a la salida en dB, en el caso de que se hubiera usado modulación DSB.
- (c) Repetir el apartado anterior en las mismas condiciones para cuando la elección hubiera sido SSB.
- (d) Bajo la suposición de igual potencia recibida de señal modulada a la entrada del receptor e igual densidad espectral de ruido, y en el caso de que la modulación hubiera sido FM, determinar la desviación máxima en frecuencia que daría lugar a la misma relación señal a ruido a la salida que en el caso AM (30 dB). ¿Está el detector funcionando por encima del umbral? Hacer uso de la regla de Carson para la determinación del ancho de banda de la señal FM si fuera necesario.
- (e) En las condiciones del apartado anterior, ¿cuál sería la relación señal a ruido a la salida si la desviación máxima en frecuencia fuera de 75 KHz? Volver a comprobar en este caso si estamos o no por encima del umbral. Hacer uso de la regla de Carson para la determinación del ancho de banda de la señal FM si fuera necesario.

**PROBLEMA 3.** Considerar las siguientes señales moduladoras dadas en el dominio de la frecuencia:

$$M_1(f) = \Lambda\left(\frac{f}{f_1}\right) \quad \text{y} \quad M_2(f) = \Pi\left(\frac{f}{2f_1}\right)$$

siendo  $f_1 = 20$  Hz.

Se pide lo siguiente:

- (a) Dibujar las señales en frecuencia y determinar sus ancho de banda,  $W_1$  y  $W_2$ , respectivamente.
- (b) Determinar y dibujar las señales moduladoras en el dominio del tiempo,  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$ .
- (c) Si dichas señales sirven de entrada a un modulador QAM, determinar la expresión de la señal modulada  $s(t)$  a la salida. Suponer que la amplitud de las portadoras en cuadratura de dicho modulador es unidad y que la frecuencia portadora empleada es  $f_c = 985$  Hz.
- (d) En las condiciones del apartado anterior, determinar el intervalo  $(f_{\min}, f_{\max})$  de ocupación de frecuencia de la señal QAM considerando únicamente las frecuencias positivas. ¿Cuál es el ancho de banda de dicha señal?
- (e) Se desea ahora muestrear la señal QAM anterior. Determinar la tasa de Nyquist  $f_s$  para dicha señal QAM considerándola como una señal banda base. Determinar el valor de las cuatro primeras muestras comenzando en  $t = 0$  segundos.
- (f) Repetir ahora en apartado anterior suponiendo que la señal QAM se considere como señal paso banda, determinando la nueva tasa  $f'_s$  y las cuatro primeras muestras comenzando en  $t = 0$  segundos.
- (g) Dibujar la señal PAM con portadora que resultaría de las muestras de la señal QAM a la tasa  $f'_s$  (apartado anterior). Suponer una sensibilidad en amplitud del modulador de  $k_a = 0,03$  y 25 % de tiempo de ocupación de muestra.
- (h) Repetir el apartado anterior para PDM. Suponer que la información se codifica en los flancos de bajada y que los de subida son periódicos. Suponer una sensibilidad en duración del modulador de  $k_d = 0,035$ .