Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

EXAMEN CONVOCATORIA SEPTIEMBRE 2007

SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

50 minutos y 1 punto por problema. Total 3 problemas: 2 horas 30 minutos y 3 puntos.

PROBLEMA 1. Consideremos la señal aleatoria $X(t)$ que se obtiene al filtrar un ruido blanco, Gaussiano, estacionario, con media cero y densidad espectral de potencia 10 W/Hz con un filtro paso bajo ideal de ancho de banda 5 Hz. Considerar a partir de ahora a la señal $X(t)$ como señal de información. A partir de esta señal $X(t)$ se obtienen las señales:

$$Y(t) = X(t)\cos(100\pi t)$$
$$Z(t) = Y(t) + W(t)$$
$$S(t) = Z(t) * h(t)$$

donde $W(t)$ es un ruido blanco Gaussiano, estacionario, con media cero y densidad espectral de potencia 1 W/Hz, que se sabe es estadísticamente independiente de la señal $X(t)$, y $h(t)$ es la respuesta al impulso de un filtro paso banda ideal con ancho de banda 25 Hz y frecuencia central 50 Hz.

Se pide lo siguiente

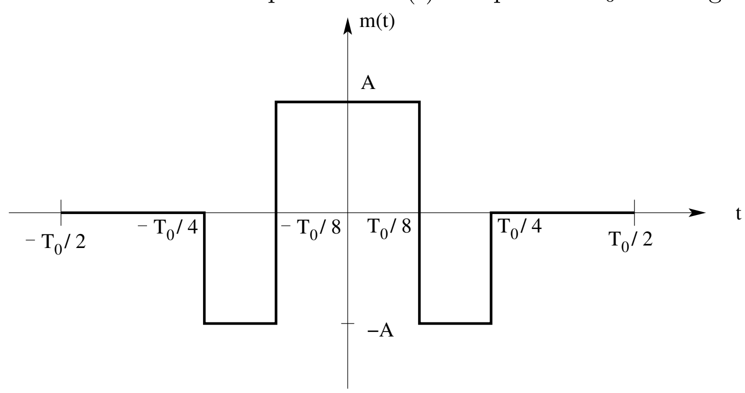
(a) Determinar la media de las señales $Y(t)$, $Z(t)$ y $S(t)$. ¿Cuáles de dichas señales son estacionarias con respecto a la media?

(b) Determinar la función de autocorrelación $R_Y(t_1, t_2)$ de la señal $Y(t)$. ¿Puede ser estacionaria en sentido amplio?

(c) Determinar la función de autocorrelación $R_Z(t_1, t_2)$ de la señal $Z(t)$. Calcular la SNR en dicha señal en el instante $t = 0$.

(d) Determinar la función de autocorrelación $R_S(t_1, t_2)$ de la señal $S(t)$. Calcular la SNR en dicha señal en el instante $t = 0$. ¿Cuál es la ganancia en SNR del filtro $h(t)$?

PROBLEMA 2. Consideremos la señal periódica $m(t)$ con periodo T_0 de la siguiente figura:



Dicha señal va a modular la portadora $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$, siendo A_c la amplitud y f_c la frecuencia de la portadora, usando la técnica FM para generar una señal $s(t)$ mediante un modulador en frecuencia cuya sensibilidad en frecuencia es k_f.

Se pide lo siguiente:

(a) Determinar y dibujar la frecuencia instantánea, $f_i(t)$, de la señal FM. ¿Cuál es la desviación máxima de frecuencia, Δf?

(b) Determinar y dibujar la fase natural, $\phi(t)$, de la señal FM. Recordar que la fase natural para una señal FM venía dada por:

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int m(t)dt$$

Suponer que se cumple que $\phi(0) = 0$.

(c) Determinar y dibujar la fase instantánea, $\theta_i(t)$, de la señal FM. ¿Cuál es el índice de modulación, β?

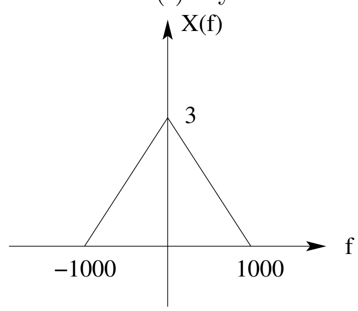
El objetivo ahora es llegar a una expresión simplificada para la transformada de Fourier de la señal FM, $S(f)$. Para ello hacer lo siguiente:

(d) Puesto que la envolvente compleja de la señal FM, $\tilde{s}(t)$, es periódica, se va a poder representar en serie de Fourier empleando la serie de Fourier compleja. Determinar entonces los coeficientes c_n de dicha serie y simplificarlos. En la expresión simplificada final para dichos coeficientes c_n sólo deberán aparecer las funciones sinc y coseno. NOTA: para evitar arrastrar demasiadas variables se define el parámetro $\alpha = Ak_fT_0$.

(e) A partir del resultado del apartado anterior determinar la representación en serie para la señal FM, $s(t)$.

(f) Finalmente poner la expresión para la transformada de Fourier de la señal FM, $S(f)$.

PROBLEMA 3. Vamos a considerar una señal $x(t)$ cuya transformada de Fourier es la de la figura siguiente:



Se pide lo siguiente:

(a) Determinar la expresión para $x(t)$ y dibujarla en el intervalo temporal $(-3, 3)$ ms.

(b) Determinar la frecuencia de muestreo f_s sabiendo que se emplea una frecuencia el 20 % superior a la de Nyquist.

(c) Calcular el valor de las muestras en los instantes nT_s para $0 \leq n \leq 5$ (6 muestras), siendo T_s el periodo de muestreo. Dibujar la señal muestreada empleando muestras de duración finita con tiempo de ocupación del 25 %.

(d) La señal muestreada se pasa por un cuantificador uniforme con $L = 9$ niveles de cuantificación. El valor máximo de trabajo para la zona lineal del cuantificador, A_{max}, se elige un 80 % mayor que la amplitud máxima para la señal $x(t)$. Determinar los valores cuantificados a la salida del cuantificador.

(e) Determinar el valor de SQNR a partir de las 6 muestras cuantificadas en el apartado anterior. Dicho valor SQNR se define como el valor cuadrático medio de la amplitud de las muestras a la entrada del cuantificador dividido entre el valor cuadrático medio del error cometido.

(f) La señal a la salida del cuantificador se pasa por un codificador. El codificador convierte el número de escalón a binario sin signo directamente. El escalón más negativo será el cero y el más positivo el $L - 1$. Dibujar la señal binaria a la salida del codificador empleando código de línea bipolar.

(g) Repetir los tres apartados anteriores suponiendo ahora que el cuantificador es no uniforme empleando la técnica de compansión con ley μ para un valor de $\mu = 125$. ¿Cuál es la mejora en tanto por ciento en el valor de SQNR con respecto a la cuantificación uniforme?