Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

EXAMEN CONVOCATORIA SEPTIEMBRE 2008

SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

50 minutos y 1 punto por problema. Total 3 problemas: 2 horas 30 minutos y 3 puntos.

PROBLEMA 1. Sea la señal:

$$g(t) = A\ \Pi\left(\frac{t}{T}\right)$$

(a) Dibujar la señal $g(t)$.

(b) Determinar su espectro $G(f)$ y dibujarlo.

(c) Determinar su densidad espectral de energía $\Psi_g(f)$ y dibujarla.

Se define ahora la señal:

$$x(t) = g(t)\sin(2\pi f_c t)$$

con $f_c \gg \frac{1}{T}$. Considerando la señal $x(t)$ esencialmente de banda estrecha determinar:

(d) Su transformada de Hilbert $\hat{x}(t)$.

(e) La señal analítica positiva $x_+(t)$ y su transformada de Fourier $X_+(f)$, dibujando esta última.

(f) La envolvente compleja $\tilde{x}(t)$ y su transformada de Fourier $\tilde{X}(f)$, dibujando esta última.

(g) Determinar las componentes en fase $x_c(t)$ y cuadratura $x_s(t)$ y sus transformadas $X_c(f)$ y $X_s(f)$, respectivamente, dibujando estas dos últimas.

Se define finalmente la señal:

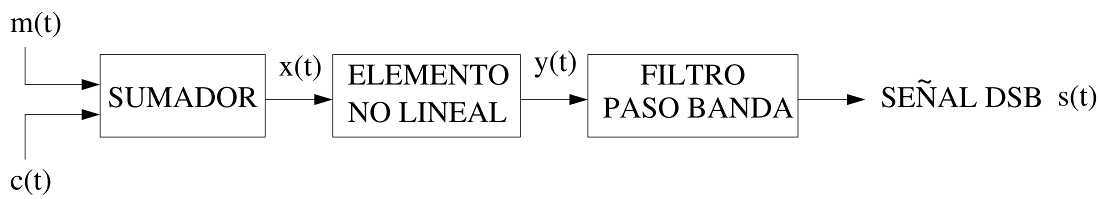
$$x_p(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(t + mT_0)$$

con $T_0 > 2T$.

(h) Dibujar la señal $x_p(t)$.

(i) Determinar la expresión de su densidad espectral de potencia $S_{x_p}(f)$.

PROBLEMA 2. Considerar el siguiente esquema para generar una señal DSB:



siendo $m(t)$ una señal moduladora arbitraria banda base con ancho de banda W y $c(t)$ una señal sinusoidal tipo coseno de amplitud A, frecuencia f_0 y fase nula en el origen de tiempos. El elemento no lineal se sabe que es sin memoria y tiene una relación entrada/salida dada por la expresión:

$$Y = g(X) = \mathrm{atan}(X)$$

Se pide lo siguiente:

(a) Hacer el desarrollo en serie de potencias (expansión en serie de Taylor) de $g(X)$ en torno al punto cero hasta el término de orden 4. Usar dicho desarrollo para el resto de las cuestiones como aproximación para $g(X)$.

(b) Determinar la expresión simplificada para la señal $y(t)$ a la salida del elemento no lineal.

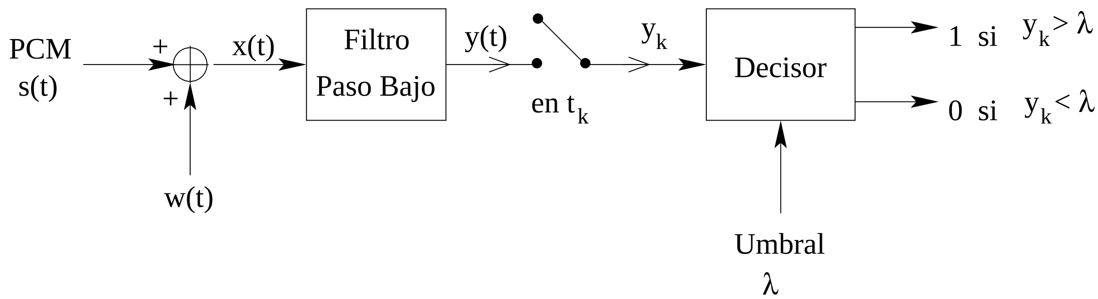
(c) Dibujar el espectro $Y(f)$ de la señal $y(t)$ a la salida del elemento no lineal, explicando cada uno de los diferentes términos que aparecen.

(d) Se desea extraer una señal DSB $s(t)$ con frecuencia portadora f_c pasando la señal $y(t)$ por un filtro paso banda. Indicar cuál debe ser la frecuencia central y el ancho de banda de este filtro paso banda. ¿Cuál es la relación entre las frecuencias f_c y f_0?

(e) Poner la expresión para la señal DSB $s(t)$. ¿Cuál es el valor mínimo de f_c con relación al ancho de banda W de la señal moduladora $m(t)$ que hace que no se pierda información ni la señal DSB presente distorsión?

(f) Indicar cómo se debería modificar el esquema de la figura anterior para generar una señal AM con índice de modulación μ.

PROBLEMA 3. Considerar el siguiente sistema:



donde la señal PCM representa el bit $\emptyset$ mediante un pulso cuadrado de duración T y amplitud A y el bit 1 mediante un pulso cuadrado de duración T y amplitud B. Además se supone que se cumple que $B > A$. El ancho de banda del filtro paso bajo es W. $w(t)$ es una señal de ruido blanco, Gaussiano, de media cero y con densidad espectral de potencia $S_W(f) = N_0/2$. El filtro paso bajo elimina ruido, dejando la señal de información $s(t)$ esencialmente sin modificar. El umbral λ es en principio un valor arbitrario entre A y B ($A < \lambda < B$). La probabilidad de transmitir un bit 1 es p. Se pide lo siguiente:

(a) Determinar la función de densidad de probabilidad $f_{Y_k}(y_k|1)$ de la variable y_k cuando se transmitió el bit 1. Determinar igualmente la función de densidad de probabilidad $f_{Y_k}(y_k|\emptyset)$ de la variable y_k cuando se transmitió el bit $\emptyset$. Dichas funciones deben ponerse como función de los parámetros definidos en el problema (A, B, T, W, N_0, λ y p).

(b) Dibujar en una misma gráfica las dos funciones de probabilidad determinadas en el apartado anterior. Identificar en dicha gráfica la probabilidad de error para los dos tipos de error cometidos en el decisor.

(c) Determinar el BER del receptor (probabilidad de error media en la etapa de decisión) como función de los parámetros A, B, T, W, N_0, λ y p.

(d) Determinar el valor óptimo del umbral λ que hace que el BER determinado en el apartado anterior alcance su valor mínimo.

(e) Si ahora suponemos que los bits son equiprobables (o lo que es lo mismo, que $p = 0.5$), ¿cuál es el valor óptimo de λ? Determinar en este caso la expresión simplificada para el BER como función del resto de parámetros A, B, T, W y N_0.

NOTA: se cumple lo siguiente:

$$\frac{d\ \mathrm{erfc}(u)}{du} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}}\exp(-u^2).$$