

Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

EXAMEN CONVOCATORIA SEPTIEMBRE 2009

SEGUNDA PARTE: PROBLEMAS

1 hora y 1 punto y medio por problema. Total 2 problemas: 2 horas y 3 puntos.

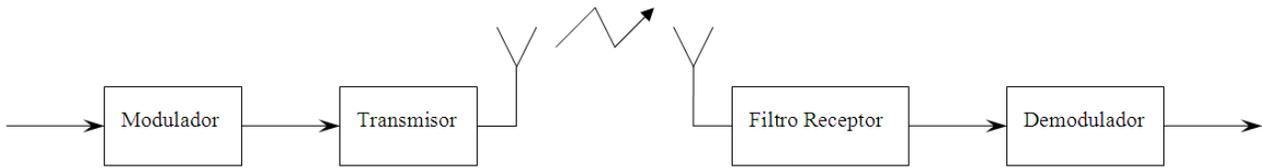
PROBLEMA 1. Consideremos dos amplitudes X_1 y X_2 . Estas dos amplitudes se pueden modelar como variables aleatorias independientes, Gaussianas con media cero y varianzas σ_1^2 y σ_2^2 , respectivamente. A partir de estas dos variables se define una nueva amplitud definida como $Z = X_1^2 + X_2^2$. Determinar lo siguiente:

1. El valor medio $E[Z]$ y la varianza $\text{Var}[Z]$.
2. Determinar el coeficiente de correlación entre X_1 y Z , ρ_{Z,X_1} y entre X_2 y Z , ρ_{Z,X_2} .
3. Suponiendo que $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$, determinar y dibujar la función densidad de probabilidad $f_Z(z)$. Como sugerencia se puede determinar la función densidad de probabilidad de las variables auxiliares $Y_1 = X_1^2$ e $Y_2 = X_2^2$ y en segundo lugar la función densidad de probabilidad de $Z = Y_1 + Y_2$. Comprobar si la función $f_Z(z)$ cumple las condiciones de función de densidad.
4. En las condiciones del apartado anterior determinar la probabilidad de que la amplitud Z sea mayor que $E[Z] + \sqrt{\text{Var}[Z]}$.
5. Si se define la señal aleatoria:

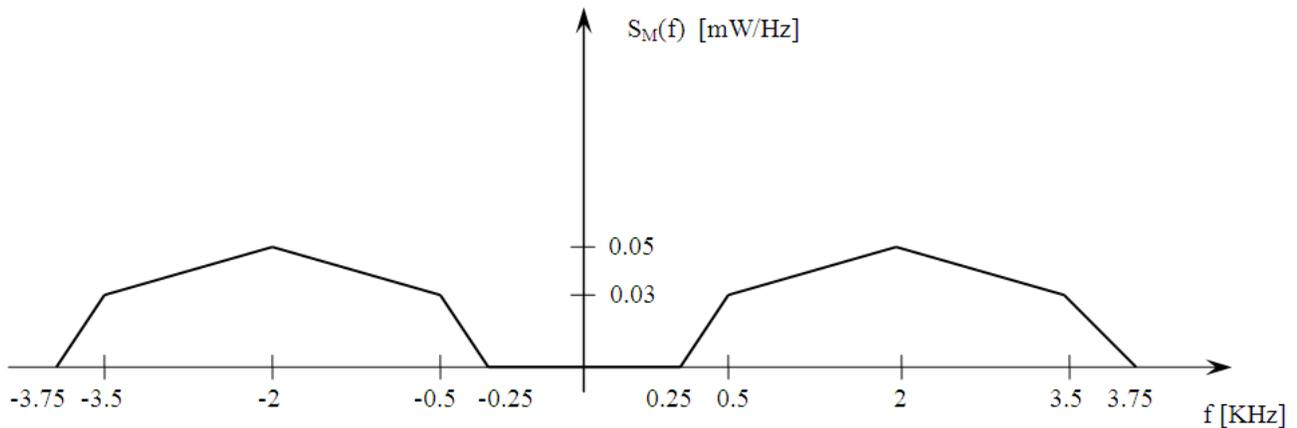
$$X(t) = X_1 \cos(2\pi f_1 t) + X_2 \cos(2\pi f_2 t) + Z \cos[2\pi(f_1 + f_2)t]$$

determinar la media y la función de autocorrelación para $X(t)$. Indicar si dicha señal es o no estacionaria en sentido amplio.

PROBLEMA 2. Considerar el siguiente sistema de comunicaciones analógico:



La potencia media máxima del transmisor es de 24 W (la potencia media máxima se define como la potencia media de transmisión cuando la señal moduladora toma el valor máximo en todo instante de tiempo). El filtro del receptor es ideal con el ancho de banda ajustado al tipo de modulación y frecuencia central la de la portadora que es $f_c = 800$ KHz. $m(t)$ es la señal moduladora para la que, $\max \{|m(t)|\} = 5$. El espectro de potencia de esta señal es:



El transmisor trabaja a la máxima potencia.

1. Para el caso AM al 85 % de modulación y DSB:
 - a) Calcular la potencia media transmitida y su distribución en potencia de portadora, potencia de banda lateral superior y potencia de banda lateral inferior.
 - b) Dibujar el espectro de potencia de la señal modulada, indicando los valores numéricos correspondientes.
2. Si la modulación es FM con $D = 6$, determinar cuál es la potencia transmitida y el ancho de banda.
3. Cuando el tipo de modulación es FM, a 50 KM de distancia, la SNR a la salida del receptor es de 60 dB. Indicar cuánto vale la SNR en dB a la salida si se utiliza AM al 85 % y cuánto si se utiliza DSB. Suponer los parámetros utilizados en los dos apartados anteriores.
4. Dibujar el espectro de la señal FM si la moduladora es un tono a 5 KHz. Dibujar únicamente las componentes mayores que el 1 % de la componente portadora sin modular.

NOTAS:

1. Los momentos impares para una variable Gaussiana X con media cero y varianza σ^2 son cero y los pares vienen dados por:

$$E[X^{2n}] = \frac{(2n)!}{2^n n!} \sigma^{2n}$$

2. Si dos variables X e Y independientes tienen función densidad de probabilidad $f_X(x)$ y $f_Y(y)$, respectivamente, la función densidad de probabilidad de la variable suma $Z = X + Y$ viene dada por la integral de convolución:

$$f_Z(z) = f_X(z) * f_Y(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(u) f_Y(z - u) du$$

3. La expresión integral:

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \text{asin} \left(\frac{u}{a} \right)$$

4. Función de Bessel $J_n(\beta)$ para varios valores de β y n .

$n \setminus \beta$	0.5	1	2	3	4	6	8	10	12
0	0.9385	0.7652	0.2239	-0.2601	-0.3971	0.1506	0.1717	-0.2459	0.0477
1	0.2423	0.4401	0.5767	0.3391	-0.0660	-0.2767	0.2346	0.0435	-0.2234
2	0.0306	0.1149	0.3528	0.4861	0.3641	-0.2429	-0.1130	0.2546	-0.0849
3	0.0026	0.0196	0.1289	0.3091	0.4302	0.1148	-0.2911	0.0584	0.1951
4	0.0002	0.0025	0.0340	0.1320	0.2811	0.3576	-0.1054	-0.2196	0.1825
5		0.0002	0.0070	0.0430	0.1321	0.3621	0.1858	-0.2341	-0.0735
6			0.0012	0.0114	0.0491	0.2458	0.3376	-0.0145	-0.2437
7			0.0002	0.0025	0.0152	0.1296	0.3206	0.2167	-0.1703
8				0.0005	0.0040	0.0565	0.2235	0.3179	0.0451
9				0.0001	0.0009	0.0212	0.1263	0.2919	0.2304
10					0.0002	0.0070	0.0608	0.2075	0.3005
11						0.0020	0.0256	0.1231	0.2704
12						0.0005	0.0096	0.0634	0.1953
13						0.0001	0.0033	0.0290	0.1201
14							0.0010	0.0120	0.0650