

# Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

## PRIMERA PRÁCTICA

### Primera Parte

En esta primera parte se desea visualizar tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia una señal de energía finita en el tiempo: un pulso cuadrado. Suponer que la duración del pulso es  $T=0.1$  segundos y su amplitud  $A=2$ . Definir un eje temporal  $t$  que recorra el intervalo  $[-t_{\max}, t_{\max}]$  segundos para  $t_{\max}=1$  segundo, empleando para ello una frecuencia de muestreo de  $f_s=10000$  Hz. Definir el pulso cuadrado  $x$  centrado en el origen de tiempos empleando para ello la función `rectpuls`. Dibujar en pantalla la señal en el dominio del tiempo empleando el comando `plot`. Escalar la figura empleando el comando `axis` entre  $-2*T$  y  $2*T$  en tiempo y entre 0 y el doble del máximo de la señal  $x$  (emplear el comando `max` para determinar el máximo) en amplitud.

Utilizando el comando `fft` calcular la transformada de Fourier  $X$  de la señal temporal  $x$ . Calcular su módulo usando el comando `abs` y dar la vuelta a la señal empleando el comando `fftshift`. Para que las amplitudes del espectro estén correctamente escaladas en el caso de señales de energía es necesario dividir dichas amplitudes entre la frecuencia de muestreo  $f_s$ . Calcular ahora un eje de frecuencias  $f$  para dichas amplitudes. Para hacer esto es necesario recordar el teorema de muestreo de Nyquist. Entonces la frecuencia mínima es siempre  $-f_s/2$  y la máxima  $f_s/2$  siendo la separación entre cada punto de  $f_s/(M-1)$  siendo  $M$  la longitud del vector que representa la señal  $X$  (para determinar dicha longitud se puede emplear el comando `size`). Dibujar ahora el módulo del espectro de la señal y escalar la figura entre  $-6/T$  y  $6/T$  en frecuencias y entre 0 y dos veces el máximo del módulo de  $X$  en amplitudes. Comprobar que el valor del espectro en el origen coincide con el área de la señal en el dominio del tiempo y que los ceros del espectro están a múltiplos enteros de  $1/T$ .

## Segunda Parte

En esta segunda parte se desea visualizar una señal periódica tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia. Considerar como frecuencia de dicha señal  $f_c=500$  Hz y como amplitud  $A_c=5$ . Vamos a considerar únicamente los  $N=100$  períodos de dicha señal centrados en el origen de tiempos. Para ello definir un eje temporal  $t$  que recorra el intervalo  $[-N/2, N/2)$  períodos empleando para ello una frecuencia de muestreo de  $f_s=10000$  Hz (será necesario definir el período de la señal  $t_c=1/f_c$ ). Calcular ahora ya la señal periódica  $x$  empleando el comando `cos` y la constante `pi` y dibujarla en el dominio del tiempo escalando la figura entre  $-3$  y  $3$  períodos de la señal temporalmente y entre  $-2*A_c$  y  $2*A_c$  en amplitudes.

Para poder calcular el módulo de la transformada de Fourier  $X$  de la señal temporal  $x$  es necesario emplear los comandos `fft`, `abs` y `fftshift` al igual que en el caso de señales de energía, pero en este caso en lugar de dividir la señal entre la  $f_s$  hay que dividir entre  $M$ , siendo  $M$  la longitud del vector que representa la señal  $X$ . Calcular un eje de frecuencias  $f$  y dibujar el módulo del espectro y escalar la figura entre  $-2*f_c$  y  $2*f_c$  en frecuencia y entre  $0$  y dos veces el máximo del módulo del espectro  $X$ . Comprobar que el espectro consiste en dos rayas espectrales a las frecuencias  $-f_c$  y  $f_c$  con amplitud  $A_c/2$ .

## Tercera Parte

En esta tercera parte se pretende calcular la función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia de la señal de energía definida en la primera parte de esta práctica. Partiendo de lo calculado ya en dicha práctica, definir un segundo eje temporal  $t_2$  en el intervalo  $[-2*t_{max}, 2*t_{max}]$  para el mismo  $t_{max}$  y  $f_s$  definidos en la primera parte. Calcular la función de autocorrelación  $R_x$  de la señal  $x$  ya calculada en la primera parte empleando el comando `xcorr`. Para que la autocorrelación esté correctamente escalada es necesario dividir entre  $f_s$ . Dibujar dicha función de autocorrelación empleando el nuevo eje temporal  $t_2$  definido y escalar la figura entre  $-4*T$  y  $4*T$  en tiempo y entre  $0$  y el doble del máximo de la autocorrelación  $R_x$ .

Calcular ahora la densidad espectral de energía  $S_x$  empleando para ello la técnica explicada en la primera parte, pero usando ahora la función de autocorrelación  $R_x$  en lugar de la señal  $x$ . Definir un nuevo eje de frecuencias

$f_2$  de forma similar a como se ha explicado pero para un nuevo  $M$  dado por el tamaño de  $S_x$ . Dibujar ya la densidad espectral de energía  $S_x$  y escalar la figura entre  $-6/T$  y  $6/T$  en frecuencias y entre 0 y dos veces el máximo de  $S_x$  en amplitudes. Comprobar que los ceros de la densidad espectral de energía están a múltiplos enteros de  $1/T$ .

Determinar ahora la energía empleado las siguientes técnicas y comprobar que el valor obtenido es el mismo:

- El área debajo del cuadrado de la señal temporal. Para calcular el área temporal se puede emplear el comando `sum`, dividiendo el resultado entre `fs`.
- El máximo de la función de autocorrelación  $R_x$ .
- El área debajo de la densidad espectral de energía. En este caso el resultado del comando `sum` es necesario multiplicarlo por `fs/(M-1)` para que nos de el área frecuencial.

## Cuarta Parte

En esta última parte se pretende visualizar tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia las señales pertinentes referidas al modelado paso bajo equivalente para señales paso banda. Definir un eje temporal  $t$  en el intervalo  $[-t_{max}, t_{max}]$  segundos para  $t_{max}=1$  segundo empleando como frecuencia de muestreo  $fs=10000$  Hz. Definir una señal  $x$  triangular de amplitud  $A=10$  y ancho temporal  $T=0.01$  segundos centrada en el origen de tiempos empleando para ello el comando `tripuls`. Definir ahora una segunda señal de energía  $x_2$ , pero en este caso paso banda, empleando la expresión  $x_2=Ac*\cos(2*\pi*fc*t+x).*x$ , donde la frecuencia es  $fc=500$  Hz y la amplitud  $Ac=5$ . Calcular ahora la señal analítica positiva  $x_h$  empleando el comando `hilbert` (leer la ayuda). Dibujar en la misma figura con dos colores distintos la parte real e imaginaria de la señal analítica positiva  $x_h$  (los comandos `real` e `imag` permiten determinar la parte real e imaginaria de un complejo, respectivamente). Escalar la figura entre  $-2*T$  y  $2*T$  en tiempo y el doble del máximo de la señal  $x_2$  con signo menos y con signo más en amplitud.

Hacer los cálculos necesarios para dibujar el módulo del espectro de la señal temporal  $x_2$  y escalar la figura entre  $-3*fc$  y  $3*fc$  frecuencialmente y

0 y dos veces el máximo del módulo del espectro en amplitud. Comprobar que el espectro está centrado en las frecuencias  $f_c$  y  $-f_c$ .

Determinar de forma similar el módulo del espectro de la señal analítica positiva  $x_h$  y dibujarlo. Escalar de forma similar la figura, pero en este caso emplear como amplitud máxima dos veces el módulo del espectro de  $x_h$ . Comprobar que el espectro es cero para frecuencias negativas y el doble que el de  $x_2$  para frecuencias positivas.

Calcular ahora la envolvente compleja de la señal  $x_t$  usando la fórmula vista en teoría a partir de la señal analítica positiva  $x_h$ . Determinar las componentes en fase  $x_c$  y en cuadratura  $x_s$  y dibujarlas en la misma figura con dos colores distintos. Escalar la figura entre  $-2*T$  y  $2*T$  en tiempo y el doble del máximo de la señal  $x_2$  con signo menos y con signo más en amplitud.

Determinar ahora los espectros para la componente en fase  $x_c$  y en cuadratura  $x_s$ , dibujándolos en la misma figura con dos colores distintos. Escalar la figura entre  $-2*f_c$  y  $2*f_c$  frecuencialmente y 0 y dos veces el máximo del módulo del espectro de  $x_h$  en amplitud. Comprobar que ambos espectros son paso bajo y simétricos (pensar en la razón para ello).

Finalmente, se pretende a partir de la señal envolvente compleja  $x_t$  poder recuperar la señal de información  $x$  con forma triangular, empleando dos métodos:

- Determinando la envolvente natural  $x_a$  de la envolvente compleja  $x_t$  usando el comando `abs`.
- Determinando la fase natural  $x_b$  de la envolvente compleja  $x_t$  usando los comandos `angle` y `unwrap` haciendo `xb=unwrap(angle(xt)).*(xa>1)` (intentar justificar esta expresión).

Dibujar ahora en la misma figura empleando dos colores para ello la envolvente natural  $x_a$  dividida entre  $A_c$  y la fase natural  $x_b$  sin escalar. Escalar la figura entre  $-2*T$  y  $2*T$  en tiempo y 0 y el doble del máximo de la señal  $x_b$  en amplitud. Cuál de los dos métodos es mejor para obtener la señal  $x$  el de la fase o el de la envolvente.

Repetir esta última parte de la práctica para valores mayores y menores de la frecuencia  $f_c$  y extraer las conclusiones apropiadas.