Tratamiento y Transmisión de Señales

Ingenieros Electrónicos

SEGUNDA PRÁCTICA

NOTA: en toda esta práctica no se pueden utilizar bucles, para que los tiempos de ejecución se reduzcan. Esto se puede hacer empleando vectores y matrices para las variables necesarias.

Primera Parte

En esta primera parte se va a analizar la simulación, estimación y visualización de densidades, para variables aleatorias tipo uniforme y Gaussiana. También vamos a analizar el teorema del límite central en dichos casos. Finalmente, se analizará la estacionariedad y ergodicidad de la media y la varianza en el caso de señales aleatorias.

Simulación, estimación y visualización de densidades

Caso uniforme

Generar `N=10000` realizaciones de una variable uniforme en el intervalo (A, B) con `A=-20` y `B=-10` usando el comando `rand`. En el caso de variable uniforme, la media teórica viene dada por la ecuación (1), mientras que la varianza por la ecuación (2).

$$\mu = \frac{A+B}{2} \tag{1}$$

$$\sigma^2 = \frac{(B-A)^2}{12} \tag{2}$$

Estimar la media a partir de los datos generados usando el comando `mean` y comparar el valor obtenido con el teórico μ. Hacer lo mismo con la varianza usando el comando `std` y compararla con σ^2.

Calcular ahora el histograma `h` a partir de los datos generados usando el comando `hist` en 50 intervalos (BINS), almacenando también la posición de los BINS, `x`. Para poder comparar el resultado del histograma con la función densidad de probabilidad es necesario dividir entre el número de realizaciones `N` y entre el tamaño de los BINS, calculado como `dx=x(2)-x(1)`. Dibujar usando el comando `bar` el diagrama de barras del histograma normalizado. Calcular la función de densidad de probabilidad teórica en los puntos dados por el vector `x` usando para ello el comando `ones` y dibujarla encima del diagrama de barras usando los comandos `plot` y `hold`, comprobando que el histograma aproxima adecuadamente a la función de densidad teórica. Modificar el valor de las variables `N`, `A` y `B` observando los resultados.

Caso Gaussiano

Generar `N` realizaciones de una variable Gaussiana con media `Media=20` y varianza `Varianza=20` usando los comandos `randn` y `sqrt`. Estimar la media a partir de los datos generados y comparar el valor obtenido con el teórico `Media`. Hacer lo mismo con la varianza y compararla con `Varianza`.

Repetir lo mismo que en el caso uniforme, usando `50` BINS, para visualizar la función de densidad teórica junto con el histograma normalizado utilizando los comandos `exp` y `sqrt`. Modificar el valor de las variables `N`, `Media` y `Varianza` observando los resultados.

Teorema del límite central

Considerar `M=100` variables IID uniformes en el intervalo (A, B) con `A=-20` y `B=-10`. Generar para cada una de estas `M` variables `N` realizaciones obteniendo por tanto una matriz con `M` filas y `N` columnas. Consideremos ahora la variable aleatoria suma de esas `M` variables calculada utilizando el comando `sum`. Tendremos para ella `N` realizaciones obtenidas sumando para cada una de las `N` realizaciones, las `M` variables. Para esta variable suma determinar la media y varianza teóricas usando el resultado del teorema del límite central. Estimar la media a partir de las `N` realizaciones de la variable suma y comparar el valor obtenido con el teórico dado por el teorema del límite central. Hacer lo mismo con la varianza y comparar el valor obtenido con el teórico.

Puesto que el teorema del límite central nos dice que la variable suma es Gaussiana, comparar la función de densidad de la variable Gaussiana teórica con el histograma, correctamente normalizado, de las `N` realizaciones de la variable suma, para `50` BINS, dibujándolos de forma análoga a como se indicó en el apartado anterior.

Repetir lo anterior para el caso de que las `M` variables IID sean Gaussianas con media `Media=20` y varianza `Varianza=20`. Suponer el resto de parámetros necesarios iguales que en el caso uniforme.

Estacionariedad y ergodicidad de señales aleatorias

Considerar la señal $X(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \Phi)$ siendo `f0=500` Hz una constante. Analizar la estacionariedad y ergodicidad de la media y la varianza de dicha señal en los siguientes casos:

- `Phi` constante e igual a $\pi/6$ y `A` uniforme en el intervalo $(-1, 1)$.
- `Phi` constante e igual a $\pi/3$ y `A` uniforme en el intervalo $(0, 1)$.
- `Phi` uniforme en el intervalo $(0, 2\pi)$ y `A` uniforme en el intervalo $(-1, 1)$.
- `Phi` uniforme en el intervalo $(0, 2\pi)$ y `A` uniforme en el intervalo $(0, 1)$.

Considerar una frecuencia de muestreo `fs=10000` y `N=200` muestras de la señal. Generar `M=1000` realizaciones de la señal aleatoria y almacenarlas en la matriz `X2`. Para ello se debe generar primero una matriz de amplitudes `A2`, una matriz de tiempos `t2` y una matriz de fases `Phi2`. Todas las matrices anteriores tienen `M` filas y `N` columnas. De esta forma cada fila representa una realización de la señal y cada columna distintas realizaciones en el mismo instante temporal. Se puede emplear el comando `repmat` para construir matrices con filas o columnas repetidas.

Para comprobar que una señal es estacionaria con respecto a la media, la media estadística en cada instante temporal debe ser similar (bajo una cierta tolerancia). Igual para comprobar la estacionariedad con respecto a la varianza. En ambos casos se deben calcular medias y varianzas estadísticas, esto es, por columnas y dibujar el vector resultante frente al tiempo. Si al aumentar el número de realizaciones `M` la amplitud de la gráfica disminuye hasta hacerse independiente del tiempo es estacionaria, por lo que la variación inicial era un error de estimación. Si por el contrario, al aumentar el número de realizaciones `M` la amplitud no llega a hacerse independiente del tiempo, la variación no disminuye, la señal no será estacionaria.

Recordando que para que algo sea ergódico debe ser antes estacionario, una señal es ergódica con respecto a la media si la media temporal de cada realización coincide con la media estadística (que se supone constante puesto que debe ser estacionaria). Lo mismo se puede decir con respecto a la ergodicidad de la varianza. En este caso hay que calcular medias y varianzas para cada fila y representarlo frente al número de columna variando en este caso el número de muestras temporales.

Segunda Parte

En esta parte se pretende hacer un análisis tanto en el tiempo como en la frecuencia de tres ejemplos de señales moduladas en amplitud. En concreto se estudiarán las modulaciones AM, DSB y SSB.

Visualización en el tiempo de señales con modulación lineal

Suponer los siguientes parámetros:

- Frecuencia de muestreo de 50000 Hz.
- Frecuencia de la portadora 100 Hz.
- Frecuencia de la moduladora 10 Hz.
- Amplitud de la portadora 3.
- Amplitud de la moduladora 5.
- Número de muestras 10000.

Se deberá hacer un script en Matlab que muestre por pantalla las siguientes señales moduladas en el dominio del tiempo (centradas en el eje temporal):

- AM con factor de modulación del 80 %.
- DSB.
- SSB usando la banda lateral superior.

Utilizar el comando `axis` para ajustar el eje temporal al calculado y las amplitudes al 120 % de la máxima y mínima en cada caso.

Visualización en frecuencia de señales con modulación lineal

Suponer los siguientes parámetros:

- Frecuencia de muestreo de 50000 Hz.

- Frecuencia de la portadora 300 Hz.
- Frecuencia de la moduladora 50 Hz.
- Amplitud de la portadora 7.
- Amplitud de la moduladora 3.
- Número de muestras 10000.

Se deberá hacer un script en Matlab que muestre por pantalla el módulo de las siguientes señales moduladas en el dominio de la frecuencia (centradas en el eje frecuencial) correctamente escaladas:

- AM con factor de modulación del 60 %.
- DSB.
- SSB usando la banda lateral inferior.

Utilizar el comando `axis` para ajustar el eje frecuencial al intervalo ($[-500, 500]$ Hz y las amplitudes de los módulos de las transformadas de Fourier al 120 % de la máxima en cada caso.