

# TRATAMIENTO Y TRANSMISIÓN DE SEÑALES

## PROBLEMAS TEMA 3

### MODULACIÓN EN AMPLITUD

1.- Para un diodo de unión p-n, la relación entre la corriente que pasa a través de dicho diodo y la tensión aplicada en sus bornas viene dada por:

$$i = I_0 \left[ \exp\left(-\frac{v}{V_T}\right) - 1 \right]$$

donde  $I_0$  es la corriente inversa de saturación y  $V_T$  es la tensión equivalente de temperatura definida por:

$$V_T = \frac{kT}{e}$$

donde  $k$  es la constante de Boltzmann en J/K,  $T$  es la temperatura absoluta en K y  $e$  es la carga del electrón en C. A temperatura ambiente  $V_T = 0.026$  V.

a) Realizar la expansión de  $i$  en serie de potencias de  $v$ , hasta el término de orden  $v^3$ .

b) Sea:

$$v(t) = 0.01 \cos(2\pi f_m t) + 0.01 \cos(2\pi f_c t) \text{ Volts}$$

donde  $f_m = 1$  KHz y  $f_c = 100$  KHz. Determina el espectro de la corriente  $i(t)$  resultante.

c) Especificar las características del filtro paso banda requerido para extraer de la corriente del diodo  $i(t)$  una señal AM a la frecuencia  $f_c$ .

d) ¿Cuál es el tanto por ciento de modulación de esta señal AM?

2.- Supóngase que se dispone de dispositivos no lineales para los que la relación entre la corriente de salida  $i_o$  y la tensión de entrada  $v_i$  es la siguiente:

$$i_o = a_1 v_i + a_3 v_i^3$$

donde  $a_1$  y  $a_3$  son constantes. Explicar como se puede utilizar dichos dispositivos para obtener:

a) un modulador producto.

b) un modulador de amplitud.

3.- Considerar una señal moduladora  $m(t)$  con  $|m(t)| \leq \frac{1}{k_a}$  de modo que  $1 + k_a m(t)$  sea mayor que cero para todo  $t$ . Suponer que el espectro de  $m(t)$  es cero para  $|f| > W$ . Sea:

$$s(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t)$$

donde  $f_c > W$ .

a) La señal modulada  $s(t)$  se aplica a un rectificador de onda completa, cuya salida es:

$$v_1(t) = |y(t)|$$

Determinar el espectro de  $v_1(t)$ .

b) Si la salida del rectificador  $v_1(t)$  se pasa a través de un filtro paso bajo ideal definido por la función de transferencia:

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{para } |f| < W \\ 0 & \text{para } |f| > W \end{cases}$$

mostrar que si la salida es  $v_2(t)$ , está relacionada con  $m(t)$  por:

$$v_2(t) = \frac{2A_c}{\pi} [1 + k_a m(t)]$$

4.- ¿Cómo puede recuperarse la señal de información  $m(t)$  de una señal AM que está sobremodulada? Justifica la respuesta de forma analítica y gráfica.

5.- Suponiendo que se demodula una señal DSB utilizando un detector coherente:

a) Evaluar el efecto de un error en la frecuencia del oscilador local del detector de  $\Delta f$ , medido con respecto a la frecuencia portadora de la señal DSB.

b) Para el caso de una señal moduladora sinusoidal, mostrar como por causa de este error, la señal demodulada presenta un efecto de batido a la frecuencia error  $\Delta f$ . Ilustrar la respuesta dibujando la señal demodulada.

6.- Considerar la señal DSB:

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) m(t)$$

donde  $A_c \cos(2\pi f_c t)$  es la señal portadora y  $m(t)$  es la señal moduladora. Esta señal modulada se aplica a un detector de ley cuadrática caracterizada por:

$$y(t) = s^2(t)$$

La salida  $y(t)$  se aplica a un filtro de banda estrecha con amplitud en la banda de paso unidad, centrado en la frecuencia  $2f_c$  y con ancho de banda  $\Delta f$ . Supongamos que  $\Delta f$  es suficientemente pequeño como para considerar el espectro de  $y(t)$  esencialmente constante dentro de la banda de paso del filtro.

a) Determinar el espectro de la señal de salida del dispositivo con ley cuadrática  $y(t)$ .

b) Mostrar que la salida del filtro  $v(t)$  es aproximadamente sinusoidal, y viene dada por:

$$v(t) \cong \frac{A_c^2}{2} E \Delta f \cos(4\pi f_c t)$$

donde  $E$  es la energía de la señal  $m(t)$ .

7.- Considerar un sistema QAM emisor y otro receptor. Si la señal de salida del emisor QAM  $s(t)$  se transmite por un canal de comunicaciones con función global de transferencia  $H(f)$ , probar que la condición:

$$H(f_c + f) = H^*(f_c - f) \quad \text{para } |f| \leq W$$

es necesaria para que las señales recuperadas en el receptor QAM sean proporcionales a  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$  que son las señales originales de información del canal I y del Q respectivamente.  $f_c$  es la frecuencia de la portadora y  $W$  es el ancho de banda de las señales que llevan información  $m_1(t)$  y  $m_2(t)$ .

8.- Considerar la siguiente señal modulada:

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t) \cos(2\pi f_c t) - \bar{m}(t) \sin(2\pi f_c t)$$

que representa una señal SSB con portadora, donde  $m(t)$  es la señal moduladora y  $\bar{m}(t)$  su transformada de Hilbert. Determinar bajo que condiciones la salida de un detector de envolvente ideal, si la entrada es  $s(t)$ , es una buena aproximación para la señal moduladora  $m(t)$ .

9.- Sea una señal moduladora sinusoidal  $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$  que se utiliza para generar una señal VSB:

$$s(t) = \frac{1}{2} a A_m A_c \cos(2\pi(f_c + f_m)t) + \frac{1}{2} A_m A_c (1 - a) \cos(2\pi(f_c - f_m)t)$$

donde  $a$  es una constante menor que la unidad que representa la atenuación de la banda lateral superior.

a) Encontrar la componente en fase y la componente en cuadratura de la señal VSB así definida.

b) Esta señal VSB junto con la portadora  $A_c \cos(2\pi f_c t)$  se pasa a través de un detector de envolvente. Determinar la distorsión producida por la componente en cuadratura.

c) ¿Cuál es el valor de la constante  $a$  para el cual la distorsión alcanza su valor más desfavorable?

10.- Considerar un sistema múltiplex en el cual cuatro señales de entrada  $m_1(t)$ ,  $m_2(t)$ ,  $m_3(t)$  y  $m_4(t)$  son multiplicadas por las cuatro portadoras siguientes:

$$\begin{aligned} & [\cos(2\pi f_a t) + \cos(2\pi f_b t)] \\ & [\cos(2\pi f_a t + \alpha_1) + \cos(2\pi f_b t + \beta_1)] \\ & [\cos(2\pi f_a t + \alpha_2) + \cos(2\pi f_b t + \beta_2)] \\ & [\cos(2\pi f_a t + \alpha_3) + \cos(2\pi f_b t + \beta_3)] \end{aligned}$$

y las señales DSB resultantes se suman para transmitir el resultado por el mismo canal de comunicaciones. En el extremo receptor, la demodulación se hace multiplicando la señal suma transmitida por las mismas cuatro portadoras utilizadas en el transmisor y después filtrando para eliminar las componentes no deseadas.

a) Determinar que condiciones deben satisfacer  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  y  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  de modo que la salida del demodulador  $k$  sea proporcional a  $m_k(t)$  para  $k = 1, 2, 3, 4$ .

b) Determinar la mínima separación de las frecuencia portadoras  $f_a$  y  $f_b$  en relación con el ancho de banda de las señales moduladoras  $m_k(t)$  de modo que el funcionamiento del sistema sea el correcto.