

TRATAMIENTO Y TRANSMISIÓN DE SEÑALES

PROBLEMAS TEMA 4

MODULACIONES ANGULARES

1.- Sea una señal sinusoidal moduladora:

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

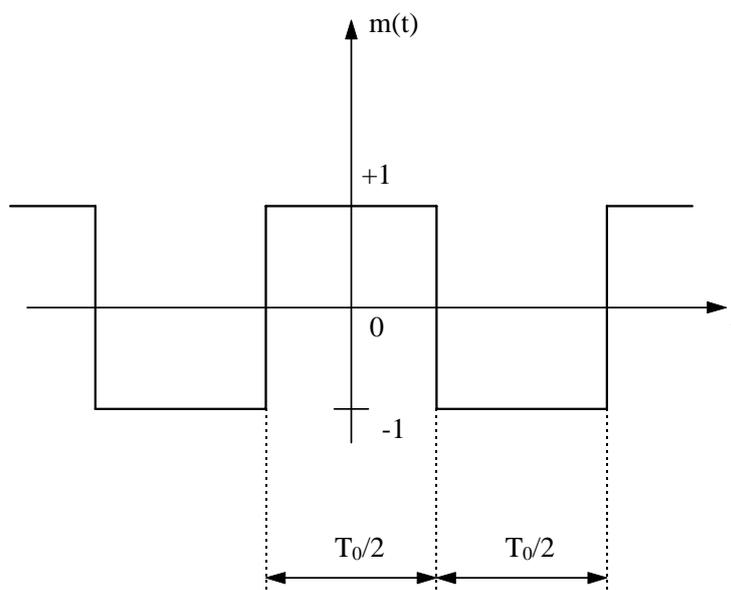
que se aplica a un modulador de fase con sensibilidad de fase k_p . La señal portadora tiene amplitud A_c y frecuencia f_c .

a) Determinar el espectro de la señal resultante modulada en fase, suponiendo que el máximo valor de la desviación de fase $\beta_p = k_p A_m$ no excede 0.3 radianes.

b) Construir un diagrama fasorial para esta señal modulada en fase y compáralo con el correspondiente a una señal FM de banda estrecha.

2.- Una señal FM con índice de modulación $\beta = 1$ se transmite a través de un filtro paso banda ideal con frecuencia central f_c y ancho de banda $5f_m$, donde f_c es la frecuencia de la señal portadora y f_m es la frecuencia de la señal moduladora que es sinusoidal. Determinar la amplitud del espectro a la salida de dicho filtro.

3.- Considerar la señal moduladora cuadrada de la siguiente figura:



que se utiliza para modular una señal portadora $A_c \cos(2\pi f_c t)$. Suponer que la sensibilidad en frecuencia es k_f Hz por Voltio.

a) Determinar la forma de la señal que define la frecuencia instantánea de la señal FM resultante.

b) Determinar la forma de la señal que define la fase instantánea de la señal FM resultante.

c) Evaluar la envolvente compleja de la señal FM. Mostrar entonces que la señal FM se puede expandir como sigue:

$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} \alpha_n \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2n\pi t}{T_0}\right)$$

donde:

$$\alpha_n = \frac{1}{2} \left[\text{sinc}\left(\frac{\beta - n}{2}\right) + (-1)^n \text{sinc}\left(\frac{\beta + n}{2}\right) \right]$$

$$\beta = k_f T_0$$

siendo T_0 el período de la señal cuadrada.

4.- Considerar la siguiente señal FM:

$$s(t) = \cos[2\pi f_c t + \beta_1 \sin(2\pi f_1 t) + \beta_2 \sin(2\pi f_2 t)]$$

donde

$$f_c = 45 \text{ MHz}$$

$$f_1 = 5 \text{ KHz}$$

$$f_2 = 3 \text{ KHz}$$

$$\beta_1 = \beta_2 = 2$$

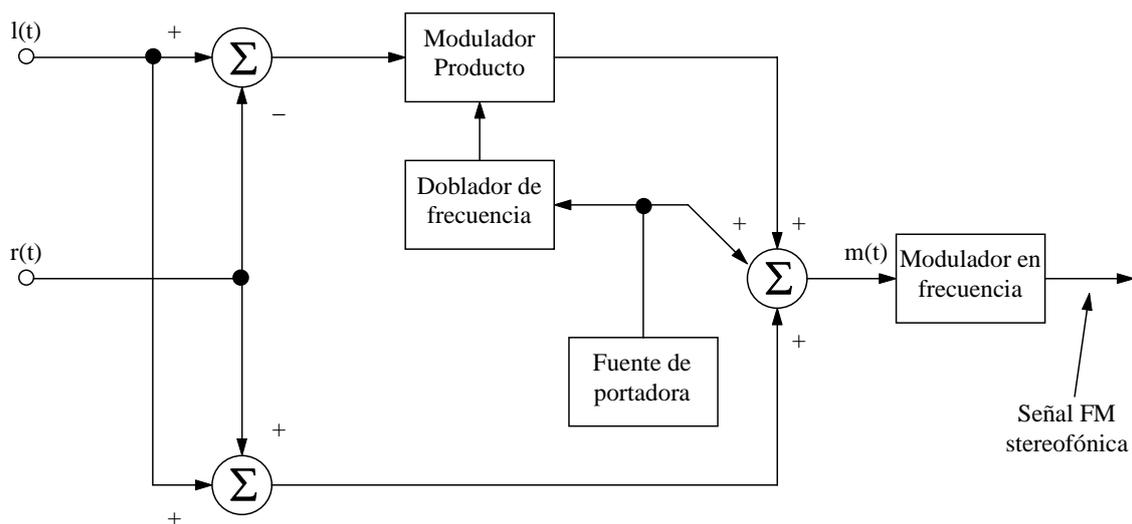
a) Encontrar la amplitud del espectro de esta señal FM, conservando únicamente aquellas componentes cuyas amplitudes excedan el 1 % de la amplitud de la portadora sin modular.

b) Calcular la potencia media de las componentes utilizadas en la representación anterior del espectro, expresándola como tanto por ciento de la potencia media de la señal FM completa.

5.- Una señal portadora de frecuencia 100 MHz es modulada en frecuencia por una señal moduladora sinusoidal de amplitud 20 Volts. y frecuencia 100 KHz. La sensibilidad en frecuencia del modulador es 25 KHz por voltio.

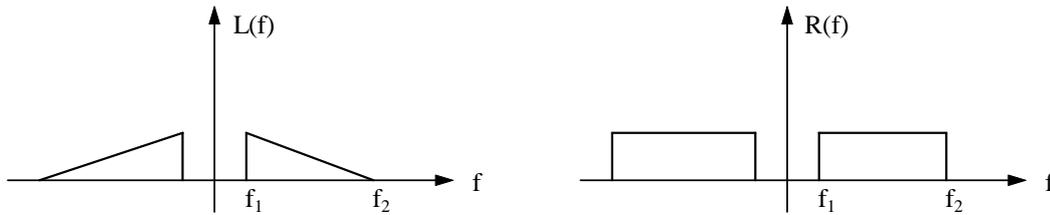
- Determinar el ancho de banda aproximado de la señal FM resultante utilizando la regla de Carson.
- Determinar el ancho de banda en el caso de que se transmitan únicamente aquellas componentes que excedan el 1 % de la amplitud de la portadora sin modular. Utilizar la curva universal.
- Repetir los cálculos suponiendo que la amplitud de la señal moduladora es el doble.
- Repetir los cálculos suponiendo que la frecuencia de la señal moduladora es el doble.

6.- El diagrama de bloques siguiente representa el sistema FM transmisor de una señal de audio estereofónica:



Las señales de entrada $l(t)$ y $r(t)$ representan las señales procedentes del canal izquierdo y del canal derecho, respectivamente. Esas señales se han sumado y restado para obtener $l(t) + r(t)$ y $l(t) - r(t)$. La señal diferencia se utiliza para generar una señal DSBSC con frecuencia central 38 KHz. La señal portadora necesaria se obtiene utilizando una fuente de portadora a 19 KHz y un sistema que dobla la frecuencia. La señal DSBSC, la señal $l(t) + r(t)$ y el piloto de 19 KHz se suman para obtener la señal $m(t)$. El piloto de 19 KHz se transmite por razones de sincronismo. La señal moduladora $m(t)$ se utiliza para modular en frecuencia una señal a la frecuencia f_c , resultando una señal FM que es la que se transmite.

- Dibujar la amplitud del espectro de la señal compuesta $m(t)$, suponiendo que la amplitud de las señales $l(t)$ y $r(t)$ es la siguiente:



suponiendo que $f_1 = 40$ Hz y $f_2 = 15$ KHz.

b) Suponiendo que la desviación en frecuencia es de 75 KHz, determina el ancho de banda de transmisión de la señal.

c) Desarrolla un diagrama de bloques en el receptor para recuperar los canales izquierdo y derecho de la señal FM.

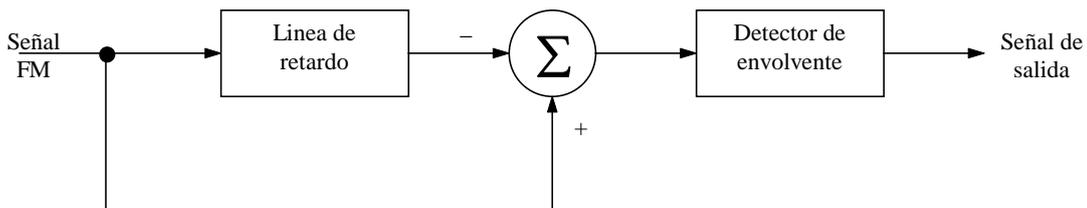
d) Determinar cual es la señal de salida en el caso de que el receptor sea monofónico.

7.- Una señal FM se aplica a un dispositivo con ley cuadrática cuya tensión de salida $v_2(t)$ está relacionada con la tensión de entrada $v_1(t)$ por la expresión:

$$v_2(t) = a v_1^2(t)$$

donde a es una constante. Explicar cómo este dispositivo puede ser utilizado para obtener una señal FM con una desviación de frecuencia mayor que la de la señal FM de entrada.

8.- Considerar el esquema demodulador de FM mostrado en la siguiente figura:



en el cual la señal FM de entrada $s(t)$ se pasa a través de un bloque que introduce un retardo de modo que a la frecuencia portadora el desfase sea de $\pi/2$ radianes. La salida del bloque que introduce el retardo se resta de la señal FM original, y la señal resultante se pasa a través de un detector de envolvente. Este demodulador tiene aplicación en la demodulación de señales FM para microondas. Supóngase que la expresión de la señal modulada es:

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)]$$

Analizar el funcionamiento de este demodulador cuando el índice de modulación β es menor que la unidad y el retardo T introducido por la línea de retardo es suficientemente pequeño para justificar hacer las aproximaciones:

$$\cos(2\pi f_m T) \approx 1$$

y

$$\sin(2\pi f_m T) \approx 2\pi f_m T$$

9.- Supongamos que la señal recibida en un sistema FM contiene una modulación de amplitud residual dada por la amplitud positiva $a(t)$, de modo que:

$$s(t) = a(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

donde f_c es la frecuencia portadora. La fase $\phi(t)$ está relacionada con la señal moduladora $m(t)$ de la forma:

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int m(t) dt$$

donde k_f es una constante. Supongamos que la señal $s(t)$ está restringida a la banda de frecuencias centrada en f_c y de ancho de banda B_T , donde B_T es el ancho de banda de transmisión de la señal FM en ausencia de modulación de amplitud. Suponer también que la variación de $a(t)$ es lenta comparada con $\phi(t)$. Mostrar que la salida de un discriminador de frecuencia ideal cuya entrada es $s(t)$ es $a(t)m(t)$.

10.- Si la señal $s(t)$ del problema anterior se aplica a un limitador, cuya señal de salida $z(t)$ está relacionada con la entrada por:

$$z(t) = \text{sgn}[s(t)] = \begin{cases} +1 & \text{para } s(t) > 0 \\ -1 & \text{para } s(t) < 0 \end{cases}$$

a) Mostrar que la señal de salida del limitador puede expresarse como una serie de Fourier:

$$z(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \cos[2\pi f_c t(2n+1) + (2n+1)\phi(t)]$$

b) Suponer que la señal de salida del limitador se aplica a un filtro paso banda cuya amplitud en la banda de paso es unidad, con ancho de banda B_T y centrada en la frecuencia portadora f_c , donde B_T es el ancho de banda de transmisión de la señal FM en ausencia de modulación de amplitud. Suponiendo que f_c es mucho mayor que B_T , mostrar que la señal de salida resultante tras el filtro es:

$$y(t) = \frac{4}{\pi} \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

Comparar esta señal con $s(t)$ a la hora de demodular la señal y comentar la utilidad del limitador en este caso.