TRATAMIENTO Y TRANSMISIÓN DE SEÑALES

PROBLEMAS TEMA 6

MODULACIÓN ANALÓGICA Y DIGITAL DE PULSOS

1.- La señal $g(t) = 10\cos(10\pi t)\cos(200\pi t)$ se muestrea a una tasa de 250 muestras por segundo.

a) Determinar el espectro de la señal resultante.
b) Especificar la frecuencia de corte del filtro de reconstrucción ideal de modo que se pueda recuperar g(t) a partir de su versión muestreada.
c) ¿Cuál es la tasa de Nyquist para g(t)?
d) Considerando la señal g(t) como una señal paso banda, determinar la menor tasa posible de muestreo.

2.- La señal $g_1(t) = 10\cos(100\pi t)$ y $g_2(t) = 10\cos(50\pi t)$ se muestrean a una tasa de 75 muestras por segundo. Mostrar que las muestras de ambas señales son iguales. ¿Cuál es la razón para este fenómeno?

3.- La señal $g(t) = 10\cos(60\pi t)\cos^2(160\pi t)$ se muestrea a una tasa de 400 muestras por segundo. Determinar cuál es el rango de posibles frecuencias de corte para un filtro de reconstrucción ideal.

4.- Sea E la energía de una señal estrictamente limitada en banda g(t). Mostrar que E puede expresarse en términos de las muestras de g(t), tomadas a la frecuencia de Nyquist, según la expresión:

$$E = \frac{1}{2W}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|g\left(\frac{n}{2W}\right)\right|^2$$

donde W es el ancho de banda de g(t).

5.- Una señal paso banda g(t) no tiene componentes en frecuencia fuera del intervalo $f_1 \leq f \leq f_2$, donde f_1 = 0.995 MHz y f_2 = 1.0 MHz. Encontrar la menor frecuencia de muestreo posible para esta señal de modo que no se tenga distorsión debida al muestreo.

6.- Seis señales independientes de anchos de banda W, W, 2W, 2W, 3W y 3W se transmiten utilizando TDM analógico a través de una canal de comunicaciones común.

a) Mostrar cómo debería ser el sistema a utilizar y cómo es cada trama necesaria.
b) Determinar el mínimo ancho de banda de transmisión.

7.- 24 señales de voz se muestran de forma uniforme y se multiplexan en el tiempo. El proceso de muestreo utiliza muestras de tipo Flat-Top con ancho temporal de 1 μs. El proceso de multiplexión incluye sincronización a nivel de trama añadiendo un pulso extra de suficiente amplitud y de 1 μs de duración. La mayor componente en frecuencia de una señal de voz se puede considerar 3.4 KHz.

a) Suponiendo una tasa de muestreo de 8 KHz, calcular la separación entre los pulsos sucesivos en la señal multiplex.
b) Repetir los cálculos suponiendo que se trabaja a la frecuencia de Nyquist.

8.-

a) Dibujar el espectro de una señal PAM generada por una señal moduladora $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ suponiendo un factor de modulación $\mu < 1$, una frecuencia moduladora $f_m = 0.25$ Hz, un período de muestreo $T_s = 1$ sg y duración del pulso T=0.45 sg.
b) Utilizando un filtro de reconstrucción ideal, dibujar el espectro de la salida del filtro. Comparar este resultado con la salida que se obtendría si no hubiese efecto apertura.

9.- Explicar porque un único canal PPM requiere la transmisión de una señal de sincronización, mientras que un canal PAM o PDM no.

10.- Considerar la siguiente secuencia de unos y ceros:

a) Unos y ceros alternándose.
b) Una secuencia larga de ceros seguida de una secuencia larga de unos.
c) Una secuencia larga de unos seguida de un cero y una secuencia larga de unos.

Dibujar la forma de onda para cada uno de los siguientes tipos de codificación de línea:

i) NRZ unipolar.
ii) NRZ polar.
iii) RZ polar.
iv) RZ unipolar.
v) Código de Manchester.

11.- Suponiendo que en una señal binaria los símbolos uno y cero son equiprobables y que los símbolos son estadísticamente independientes, determinar la función de autocorrelación y la densidad espectral de potencia para los siguientes codigos de línea:

a) NRZ unipolar.
b) RZ polar.
c) Código de Manchester.

12.- La señal $m(t) = 6\sin(2\pi t)$ se transmite utilizando PCM binario con cuantificador de 4 bits. El cuantificador que se utiliza es de tipo Mid-Riser con un tamaño de escalón unidad. Dibujar la señal PCM resultante para un ciclo completo de la señal de entrada. Suponer que la frecuencia de muestreo es de 4 muestras por segundo, con muestras en los instantes t = ±1/8, ±3/8, ±5/8, … segundos.

13.- La mejora de compansión, C, gracias a la combinación en un sistema PCM de un compresor y un expansor en dB viene dada por:

$$C = 20\log_{10}\left[\frac{\text{escala uniforme de la entrada}}{\text{escala compandida de la entrada}}\right]$$

a) Mostrar que para la ley μ, la mejora de compansión para señales pequeñas viene dada por:

$$C = 20\log_{10}\left[\frac{\mu}{\ln(1+\mu)}\right]$$

b) ¿Cuál es el valor de esta mejora para el sistema T1 en el que μ = 255?
c) Encontrar la longitud de la palabra código de un sistema PCM con cuantificador lineal que da lugar a la misma calidad para señales pequeñas que el sistema T1.

14.- Un sistema binario que utiliza NRZ unipolar funciona justo por encima del umbral con un probabilidad de error de 10^{-6}. Supongamos que el ancho de banda del filtro a la entrada del receptor se duplica. Encontrar la nueva probabilidad de error.

15.- Considerar un sistema binario PCM que utilizan NRZ polar, con símbolos 1 y 0 representados por los niveles +A y -A respectivamente. El canal es AWGN con media cero y densidad espectral de potencia $N_0/2$ y el ancho de banda del filtro a la entrada del receptor es B. Calcular la probabilidad de error en ese caso.

16.- En un sistema binario PCM, los símbolos 0 y 1 tienen probabilidades a priori p_0 y p_1 respectivamente. La función densidad de probabilidad de una variable aleatoria X obtenida observando la señal recibida dado que se transmitió el símbolo 0 es $f_{X/0}(x/0)$. De forma similar, $f_{X/1}(x/1)$ denota la probabilidad condicional de la variable aleatoria X condicionada a haber transmitido el símbolo 1. Sea η el umbral utilizado en el receptor, de modo que si el valor de x excede ese umbral el receptor decide en favor de 1 y en otro caso decide en favor de 0.

a) Mostrar que el umbral óptimo η_{opt} para el que la probabilidad de error es mínima viene dado por la solución de la ecuación:

$$\frac{f_{X/1}(\eta_{opt}/1)}{f_{X/0}(\eta_{opt}/0)} = \frac{p_0}{p_1}$$

b) Para el caso de señales polares con AWGN con media cero y varianza σ^2, mostrar que el umbral óptimo viene dado por la ecuación:

$$\eta_{opt} = \frac{\sigma^2}{A} \ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right)$$

donde $\pm A/2$ son los niveles que representan los símbolos 0 y 1 respectivamente.

c) Para el caso de codificación unipolar, mostrar que el umbral óptimo viene dado por:

$$\eta_{opt} = \frac{A}{2} + \frac{\sigma^2}{A} \ln\left(\frac{p_0}{p_1}\right)$$

donde A es el nivel que representa el símbolo 1.