TRATAMIENTO Y TRANSMISIÓN DE SEÑALES

SOLUCIÓN PROBLEMAS TEMA 2

SEÑALES ALEATORIAS Y RUIDO

1.

a)

$$f_Y(y) = F_X(0)\delta(y) + f_X(y)u(y) = F_X(0)\delta(y) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_X^2}\right)u(y)$$

b)

$$k = F_X(0) = \frac{1}{2}$$

2.

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sqrt{y}}[f_X(\sqrt{y}) + f_X(-\sqrt{y})]u(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi y}\sigma_X}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_X^2}\right)u(y)$$

3.

a) Si $X(t)$ tiene componente continua A, se puede poner como $X(t) = A + Y(t)$ con $m_{Y(t)} = 0$, entonces

$$R_X(\tau) = A^2 + R_Y(\tau)$$

b) Si $X(t)$ tiene una componente sinusoidal con amplitud constente A_c, frecuencia constante f_c y fase aleatoria Θ uniforme en el intervalo $[-\pi, \pi]$, se puede poner como

$X(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \Theta) + Z(t)$, siendo la fase Θ independiente del proceso $Z(t)$, entonces

$$R_X(\tau) = \frac{A_c^2}{2} \cos(2\pi f_c \tau) + R_Z(\tau)$$

4.

a)

$$S_X(f) = \frac{A^2}{4}\delta(f) + \frac{A^2 T}{4}\text{sinc}^2(fT)$$

b)

$$R_X(\tau) = \frac{A^2}{4} + \frac{A^2}{4}\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right)\Pi\left(\frac{t}{T}\right)$$

La mitad de la potencia de la señal está contenida en su componente contínua, ya que

$$P_{dc} = P_{ac} = \frac{A^2}{4}$$

5.

a)

$$R_Y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1)h_2(\tau_2)h_1(\tau_3)h_2(\tau_4)R_X(\tau-\tau_1-\tau_2+\tau_3+\tau_4)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 d\tau_4$$

b)

$$R_{VY}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1)h_1(\tau_2)h_2(\tau_3)R_X(\tau - \tau_1 + \tau_2 + \tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3$$

6. Se puede comprobar que

$$\sigma(f) \geq 0$$

y que

$$\int_{-\infty}^{\infty} \sigma(f)df = 1$$

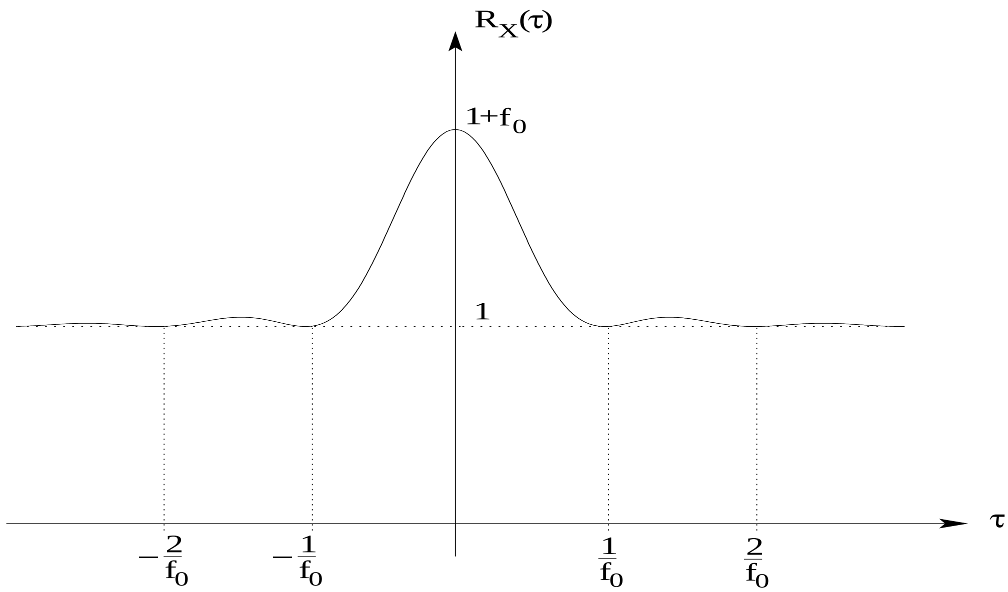
con lo que queda demostrado.

7.

a)

$$R_X(\tau) = 1 + f_0 \ \mathrm{sinc}^2(f_0\tau)$$

En la siguiente figura se puede ver gráficamente



b)

$$P_{dc} = 1$$

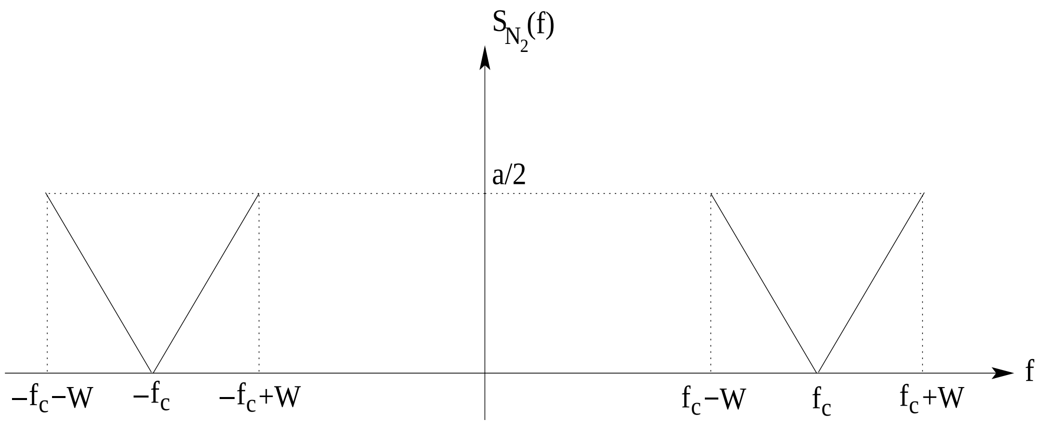
c)

$$P_{ac} = f_0$$

8. Suponiendo que la variable aleatoria Θ y el proceso de ruido $N_1(t)$ sean independientes, se tiene que

$$S_{N_2}(f) = \frac{1}{2}[S_{N_1}(f - f_c) + S_{N_1}(f + f_c)]$$

En la siguiente figura se puede ver gráficamente



9.

a)

$$f_{Y(t_k)}(y) = [f_{X(t_k)}(y) + f_{X(t_k)}(-y)]u(y) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{\sigma}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)u(y)$$

b)

$$m_{Y(t_k)} = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sigma$$

$$\sigma^2_{Y(t_k)} = \frac{\pi - 2}{\pi}\sigma^2$$

10.

a)

$$S_N(f) = \frac{N_0}{4}\Pi\left(\frac{f}{2B}\right)$$

b)

$$m_{N(t)} = 0$$

$$\sigma^2_{N(t)} = \frac{N_0 B}{2}$$