

MODULACIÓN EN AMPLITUD

Marcos Martín Fernández
E. T. S. de Ingenieros de Telecomunicación
Universidad de Valladolid

11 de marzo de 2013

Índice general

1. Introducción a los Sistemas de Modulación	1
2. Modulación en Amplitud (AM)	2
2.1. Generación de una Señal AM	2
2.2. Modulación de un Tono Simple	4
2.3. Eficiencia en Potencia	6
2.4. Esquemas Moduladores de AM	7
2.4.1. Modulador en Cuadratura	8
2.4.2. Modulador por Conmutación	9
2.5. Esquemas Demoduladores de AM	11
2.5.1. Detector en Cuadratura	11
2.5.2. Detector de Envolvente	11
3. Modulación Doble Banda Lateral (DSB)	14
3.1. Generación de una Señal DSB	14
3.2. Moduladores de DSB	15
3.2.1. Modulador Balanceado	15
3.2.2. Modulador en Estrella o Doblemente Balanceado	16
3.3. Detección Coherente de DSB	17
3.3.1. Características Generales	17
3.3.2. Caso de Moduladora Sinusoidal	19
3.3.3. Bucle de Costas	19
3.3.4. Bucle Cuadrático	20
4. Modulación de Amplitud en Cuadratura (QAM)	22
5. Modulación Banda Lateral Única (SSB)	24
5.1. Generación de una Señal SSB	24
5.2. Modulación de un Tono Simple	27
5.3. Esquemas Moduladores de SSB	27
5.3.1. Método Discriminador en Frecuencia	28
5.3.2. Método Discriminador en Fase	28
5.4. Demodulación de SSB	30
6. Modulación Banda Lateral Residual (VSB)	33
7. Traslación en Frecuencia	39
8. Multiplexación en Frecuencia (FDM)	41

Capítulo 1

Introducción a los Sistemas de Modulación

Un sistema de comunicación transmite señales con información a través de un canal de comunicaciones que separa el transmisor del receptor.

El término **banda base** se utiliza para denominar la banda de frecuencias que representa la señal original que lleva la información. La utilización eficiente del canal de comunicación requiere desplazar las frecuencias banda base a otro rango de frecuencias más adecuado para la transmisión. En recepción se realizará el desplazamiento inverso en frecuencia al rango original banda base.

El desplazamiento del rango de frecuencias se consigue mediante un proceso denominado **modulación** que se define como el proceso por el que alguna de las características de una **portadora** se modifica de acuerdo con la señal que tiene la información. La señal banda base se denomina señal **moduladora** y la señal resultante del proceso de modulación **modulada**.

En el extremo receptor se requiere devolver a la señal modulada su forma original. Este proceso se denomina **demodulación** y es el inverso de la **modulación**.

Vamos a estudiar dos tipos de modulación de onda continua (**CW**: continuous wave):

- Modulación en amplitud (**AM**: Amplitude Modulation).
- Modulación angular: modulación en frecuencia (**FM**: Frequency Modulation) y modulación en fase (**PM**: Phase Modulation).

En AM la amplitud de la señal portadora sinusoidal varía de acuerdo con la señal moduladora. En el caso de FM y PM la frecuencia y la fase de la señal portadora varía de acuerdo con la señal moduladora respectivamente.

Capítulo 2

Modulación en Amplitud (AM)

2.1. Generación de una Señal AM

Considerar la portadora sinusoidal dada por

$$c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t), \quad (2.1)$$

donde A_c es la amplitud de la portadora y f_c es la frecuencia de la portadora. Por conveniencia asumimos que la fase de la portadora es cero.

Sea $m(t)$ la señal banda base que contiene la información. La señal $c(t)$ es independiente de $m(t)$. La modulación de amplitud (AM) se define como el proceso en el cual la amplitud de la portadora $c(t)$ varía en torno a un valor medio de forma lineal con la señal banda base $m(t)$ según

$$s(t) = A_c[1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t), \quad (2.2)$$

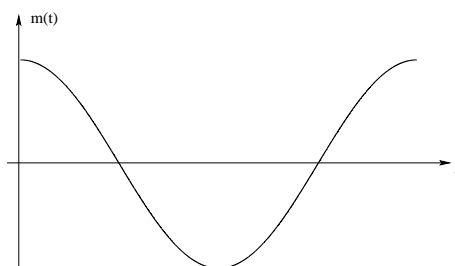


Figura 2.1: Señal moduladora.

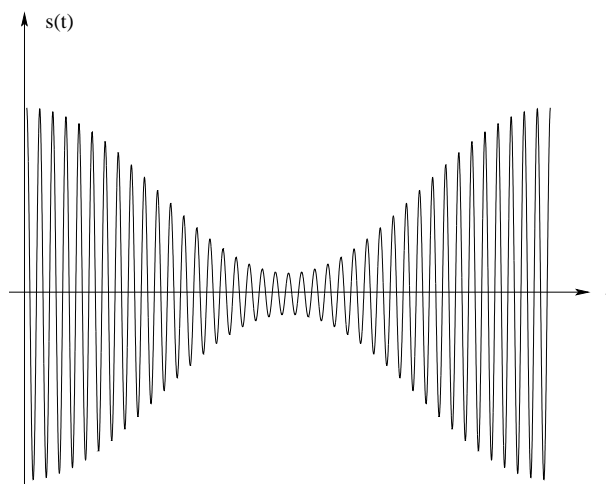


Figura 2.2: Señal modulada sin sobremodulación.

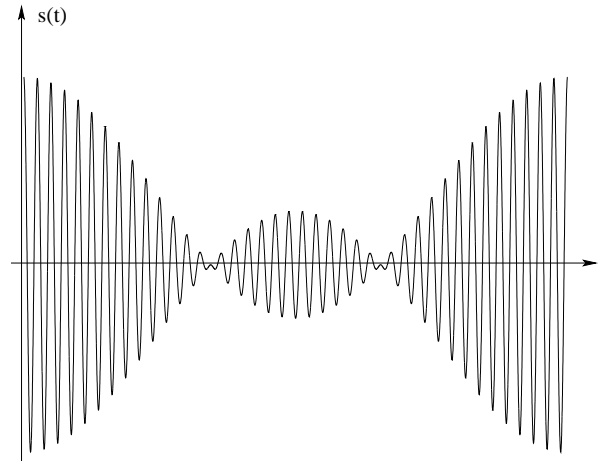


Figura 2.3: Señal modulada con sobremodulación.

donde k_a es una constante denominada **sensibilidad en amplitud del modulador**.

Si suponemos que A_c es igual a la unidad y $m(t)$ es la señal de la figura 2.1, se pueden dar dos casos:

- Si $|k_a m(t)| < 1$ se tiene la señal modulada de la figura 2.2.
- Si $|k_a m(t)| > 1$ se tiene la señal modulada de la figura 2.3.

Se puede observar que para que la envolvente de la señal siga la forma de la señal banda base $m(t)$ se deben satisfacer dos condiciones:

- Que $|k_a m(t)| < 1$. Esto asegura que $1 + k_a m(t)$ es siempre positivo y podemos expresar la envolvente de la señal $s(t)$ como $A_c[1 + k_a m(t)]$.

Cuando $|k_a m(t)| > 1$ debido a que la sensibilidad en amplitud k_a es demasiado grande, la señal AM se dice que está **sobremodulada**, resultado que la fase de la señal AM se invierte siempre que $1 + k_a m(t)$ cambia de signo. Lo que va a dar lugar a una distorsión en la envolvente. Es evidente ver que si no hay sobremodulación hay una relación unívoca entre la envolvente de la señal AM y la señal moduladora. El valor absoluto máximo de $k_a m(t)$ multiplicado por cien se denomina **porcentaje de modulación**.

- La frecuencia de la portadora f_c sea mucho mayor que la componente frecuencial superior de $m(t)$, según

$$f_c \gg W, \quad (2.3)$$

donde W es el ancho de banda de $m(t)$. Si esto no se satisface, la envolvente no seguirá a la señal moduladora.

Calculando ahora la transformada de Fourier de la señal modulada dada por la ecuación (2.2) se tiene

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{k_a A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)]. \quad (2.4)$$

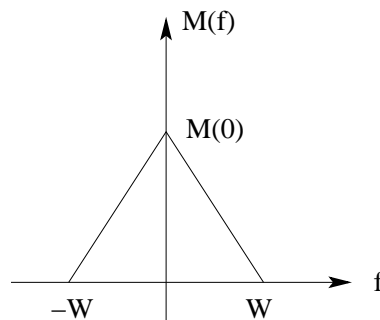


Figura 2.4: Espectro de la señal moduladora.

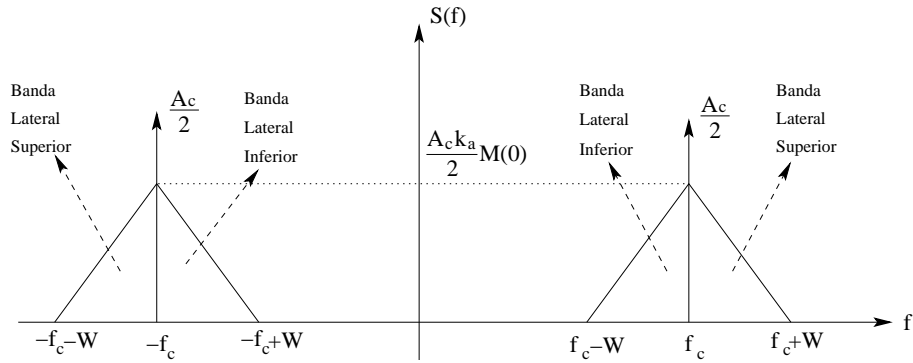


Figura 2.5: Espectro de la señal modulada.

Si suponemos que la transformada de Fourier de la señal moduladora $M(f)$ tiene la forma de la figura 2.4, la transformada de Fourier de la señal modulada $S(f)$ dada por la ecuación (2.4) se puede ver en la figura 2.5. De la figura 2.5 se puede destacar lo siguiente:

- Para frecuencias positivas la parte del espectro por encima de f_c y para frecuencias negativas la parte del espectro por debajo de $-f_c$ se denomina **banda lateral superior** (USB: Upper SideBand) y para frecuencias positivas la parte del espectro por debajo de f_c y para frecuencias negativas la parte del espectro por encima de $-f_c$ se denomina **banda lateral inferior** (LSB: Lower SideBand). La condición $f_c > W$ asegura que las bandas laterales inferiores (la positiva y la negativa) no se solapen.
- Para frecuencias positivas, la componente frecuencial superior es $f_c + W$ y la inferior $f_c - W$. La diferencia entre ambas define el **ancho de banda de transmisión** de la señal AM que se representa mediante B_T y viene dado por

$$B_T = 2W. \quad (2.5)$$

2.2. Modulación de un Tono Simple

Consideremos una señal moduladora $m(t)$ que sea un tono simple dada por

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t), \quad (2.6)$$

donde A_m es la amplitud de la moduladora y f_m la frecuencia. Esta señal junto con su espectro se puede ver en la figura 2.6. En la figura 2.7 vemos la señal portadora junto con su espectro.

La señal AM en este caso viene dada por

$$s(t) = A_c [1 + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t), \quad (2.7)$$

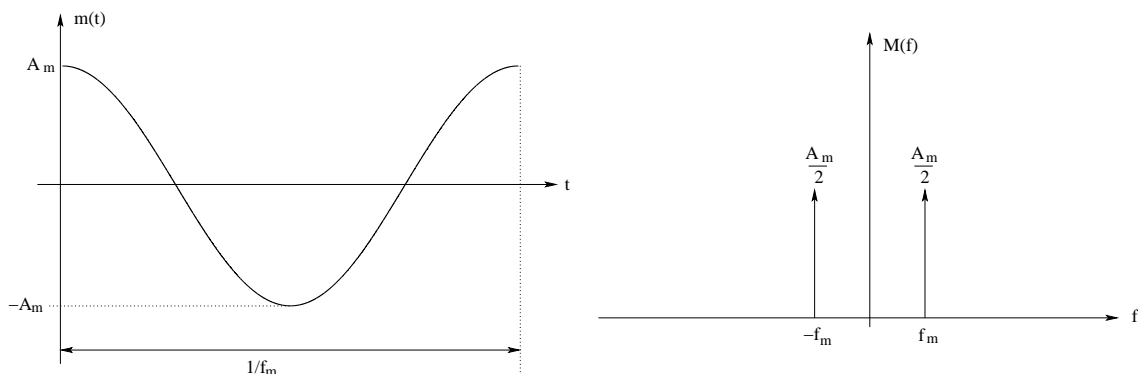


Figura 2.6: Señal moduladora sinusoidal junto con su espectro.

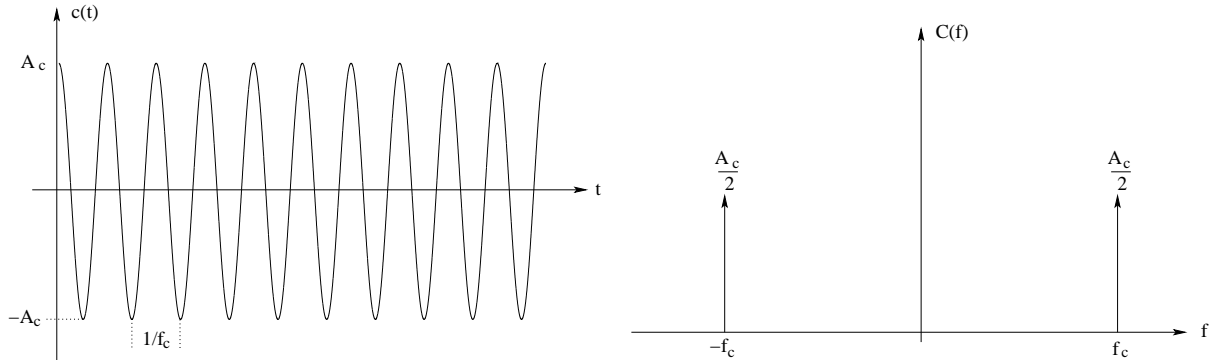


Figura 2.7: Señal portadora sinusoidal junto con su espectro.

donde $\mu = k_a A_m$. La constante adimensional μ se denomina **factor de modulación** o **porcentaje de modulación** si se expresa en tanto por ciento. Para evitar distorsión de envolvente debido a sobremodulación, el factor de modulación μ debe estar por debajo de la unidad. En la figura 2.8 vemos la señal modulada junto con su espectro en el caso de no tener sobremodulación.

Sean A_{max} y A_{min} el valor máximo y mínimo de la envolvente de la señal modulada, como se ve en la figura 2.8. Entonces a partir de la ecuación (2.7) se tiene

$$\frac{A_{max}}{A_{min}} = \frac{A_c(1 + \mu)}{A_c(1 - \mu)}. \quad (2.8)$$

Simplificando esta ecuación y despejando el factor de modulación se tiene

$$\mu = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}. \quad (2.9)$$

Para determinar la transformada de Fourier de la señal modulada $s(t)$ se puede usar la expresión trigonométrica dada por

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A + B) + \frac{1}{2} \cos(A - B) \quad (2.10)$$

resultando entonces que la ecuación (2.7) se puede desarrollar obteniéndose

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \mu A_c \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \frac{1}{2} \mu A_c \cos[2\pi(f_c - f_m)t]. \quad (2.11)$$

Ahora la transformada de Fourier de la ecuación (2.11) se puede calcular de forma sencilla utilizando transformadas inmediatas, resultando que la transformada de Fourier $S(f)$ de la señal modulada $s(t)$ viene dada por

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] + \frac{A_c \mu}{4} [\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m)] + \frac{A_c \mu}{4} [\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)]. \quad (2.12)$$

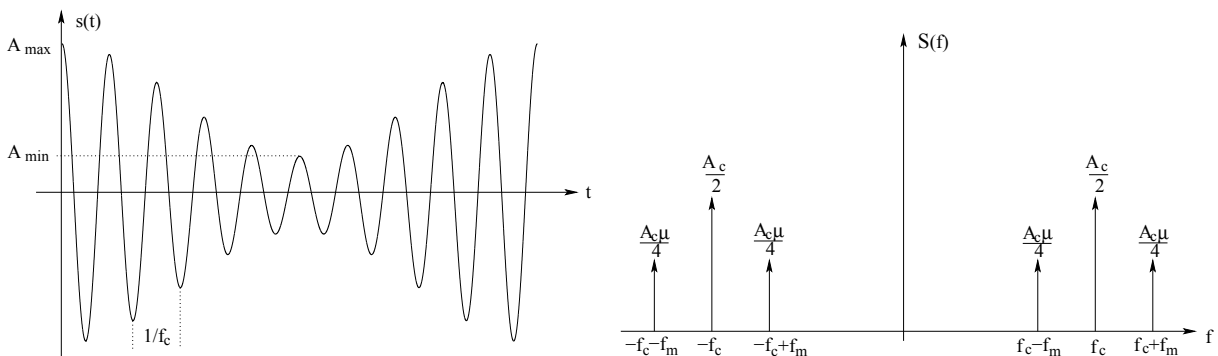


Figura 2.8: Señal modulada junto con su espectro sin sobremodulación, para el caso de moduladora sinusoidal.

Esta transformada corresponde a componentes frecuenciales en $\pm f_c$, $f_c \pm f_m$ y $-f_c \pm f_m$, como se puede apreciar en la figura 2.8. Podemos distinguir claramente tres componentes:

- Frecuencia portadora $\pm f_c$.
- Frecuencia (banda) lateral superior $f_c + f_m$ y $-f_c - f_m$.
- Frecuencia (banda) lateral inferior $f_c - f_m$ y $-f_c + f_m$.

2.3. Eficiencia en Potencia

Si $x(t)$ es una señal periódica con periodo T_0 y frecuencia fundamental f_0 , su transformada de Fourier viene dada por

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(f - nf_0) \quad (2.13)$$

y su densidad espectral de potencia por

$$S_x(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \delta(f - nf_0), \quad (2.14)$$

donde c_n son los coeficientes de la serie de Fourier. La potencia de la señal $x(t)$ viene dada por

$$P_x = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(f) df. \quad (2.15)$$

Vamos a determinar ahora la potencia de cada una de las tres componentes de la señal AM suponiendo que la moduladora sea sinusoidal a la frecuencia f_m dada por la ecuación (2.6):

- **Portadora.** La transformada de Fourier de la señal portadora $c(t)$ viene dada por

$$C(f) = \frac{1}{2} A_c \delta(f - f_c) + \frac{1}{2} A_c \delta(f + f_c), \quad (2.16)$$

su densidad espectral de potencia por

$$S_c(f) = \frac{1}{4} A_c^2 \delta(f - f_c) + \frac{1}{4} A_c^2 \delta(f + f_c) \quad (2.17)$$

y la potencia por

$$P_c = \int_{-\infty}^{\infty} S_c(f) df = \frac{1}{4} A_c^2 + \frac{1}{4} A_c^2 = \frac{A_c^2}{2}. \quad (2.18)$$

- **Banda lateral superior.** La transformada de Fourier de la señal banda lateral superior $usb(t)$ viene dada por

$$USB(f) = \frac{1}{4} \mu A_c \delta(f - f_c - f_m) + \frac{1}{4} \mu A_c \delta(f + f_c + f_m), \quad (2.19)$$

su densidad espectral de potencia por

$$S_{usb}(f) = \frac{1}{16} \mu^2 A_c^2 \delta(f - f_c - f_m) + \frac{1}{16} \mu^2 A_c^2 \delta(f + f_c + f_m) \quad (2.20)$$

y la potencia por

$$P_{usb} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{usb}(f) df = \frac{1}{16} \mu^2 A_c^2 + \frac{1}{16} \mu^2 A_c^2 = \frac{1}{8} \mu^2 A_c^2. \quad (2.21)$$

- **Banda lateral inferior.** La transformada de Fourier de la señal banda lateral inferior $lsb(t)$ viene dada por

$$LSB(f) = \frac{1}{4} \mu A_c \delta(f - f_c + f_m) + \frac{1}{4} \mu A_c \delta(f + f_c - f_m), \quad (2.22)$$

su densidad espectral de potencia por

$$S_{lsb}(f) = \frac{1}{16} \mu^2 A_c^2 \delta(f - f_c + f_m) + \frac{1}{16} \mu^2 A_c^2 \delta(f + f_c - f_m) \quad (2.23)$$

y la potencia por

$$P_{lsb} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{lsb}(f) df = \frac{1}{16} \mu^2 A_c^2 + \frac{1}{16} \mu^2 A_c^2 = \frac{1}{8} \mu^2 A_c^2. \quad (2.24)$$

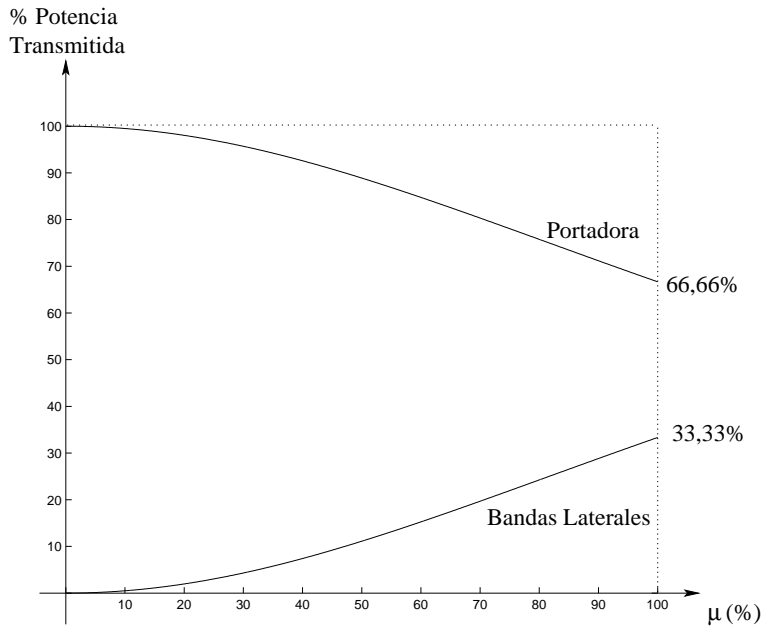


Figura 2.9: Tanto por ciento de potencia transmitida para la portadora y las bandas laterales como función del índice de modulación μ cuando la moduladora es sinusoidal.

Se va a definir la **eficiencia en potencia** η como el cociente entre la potencia transmitida de información y la potencia total transmitida P_T . La potencia transmitida de información es la potencia de las bandas laterales P_{SB} . Se tiene entonces

$$\eta = \frac{P_{SB}}{P_T} \quad (2.25)$$

Teniendo en cuenta la potencia calculada para cada una de las tres componentes dada por las ecuaciones (2.18), (2.21) y (2.24), respectivamente, en el caso de moduladora sinusoidal la eficiencia en potencia viene dada en este caso por

$$\eta = \frac{\frac{1}{8}\mu^2 A_c^2 + \frac{1}{8}\mu^2 A_c^2}{\frac{1}{2}A_c^2 + \frac{1}{8}\mu^2 A_c^2 + \frac{1}{8}\mu^2 A_c^2} = \frac{\frac{1}{4}\mu^2}{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\mu^2} = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2}. \quad (2.26)$$

En el caso de que se utilice el 100 % de modulación, $\mu = 1$, la eficiencia máxima en potencia en este caso es la dada por

$$\eta_{max} = \frac{1}{3}. \quad (2.27)$$

Es decir, la potencia total de información transmitida en las bandas laterales es sólo la tercera parte de la potencia total, en el caso mejor. Por ejemplo, para un 20 % de modulación la potencia total de información transmitida en las bandas laterales es menor del 2 % de la potencia total. En la figura 2.9 podemos ver el tanto por ciento de potencia de portadora transmitida y de potencia de información transmitida en las bandas laterales como función del índice de modulación μ .

Podemos concluir entonces que la eficiencia máxima en potencia es un tercio de la transmitida y que el ancho de banda de la señal transmitida es el doble que el ancho de banda de la señal moduladora. Por lo tanto, la modulación AM no es eficiente ni en potencia ni en ancho de banda.

2.4. Esquemas Moduladores de AM

Se van a describir dos dispositivos capaces de generar una señal AM: el modulador en cuadratura y el modulador por conmutación. Ambos requieren el empleo de un elemento no lineal para su implementación. Estos dispositivos son adecuados para transmisión con baja potencia.

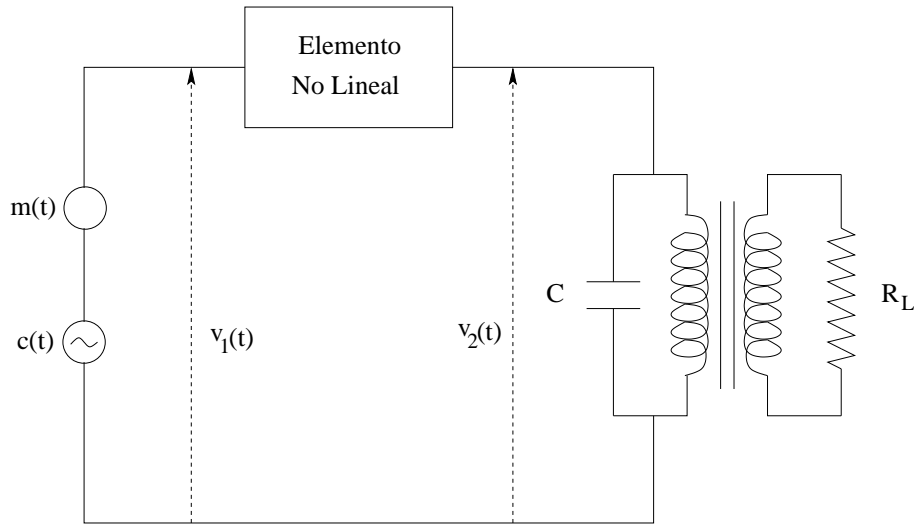


Figura 2.10: Esquema de un modulador en cuadratura.

2.4.1. Modulador en Cuadratura

Este tipo de modulador requiere tres cosas:

- Una forma de sumar la portadora y la señal moduladora.
- Un elemento no lineal.
- Un filtro paso banda para extraer los productos de modulación adecuados.

En la figura 2.10 podemos ver un esquema este tipo de modulador. Los diodos y transistores semiconductores son los elementos que se utilizan normalmente como dispositivos no lineales para implementar moduladores en cuadratura. El filtro paso banda que se utiliza suele ser un circuito simple o doblemente sintonizado.

Cuando un elemento no lineal como un diodo está bien polarizado de forma que trabaje en cierta zona de su curva característica y la señal aplicada es relativamente débil, su función de transferencia puede ponerse según

$$v_2(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_1^2(t), \quad (2.28)$$

donde a_1 y a_2 son constantes que dependen del dispositivo, $v_1(t)$ es la señal de entrada y $v_2(t)$ la señal de salida. La señal de entrada al dispositivo no lineal $v_1(t)$ va a ser la suma de la señal portadora y moduladora según

$$v_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t). \quad (2.29)$$

Entonces se puede determinar la señal de salida $v_2(t)$ usando la ecuación (2.28), que simplificando se puede obtener finalmente que

$$v_2(t) = a_1 A_c \left[1 + \frac{2a_2}{a_1} m(t) \right] \cos(2\pi f_c t) + a_1 m(t) + a_2 m^2(t) + \frac{1}{2} a_2 A_c^2 + \frac{1}{2} a_2 A_c^2 \cos(4\pi f_c t). \quad (2.30)$$

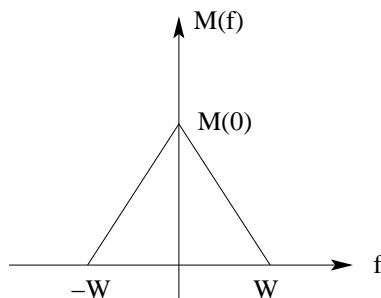


Figura 2.11: Espectro de la señal moduladora.

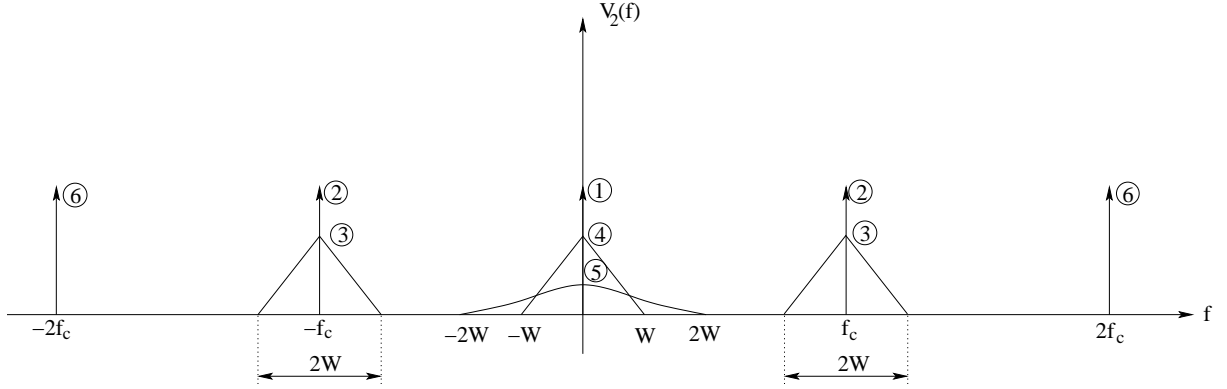


Figura 2.12: Espectro de la señal a la salida del dispositivo no lineal.

En la ecuación (2.30) únicamente el primer término es el deseado, es decir, la señal AM. Dicha señal AM tiene una sensibilidad en amplitud dada por

$$k_a = \frac{2a_2}{a_1}. \quad (2.31)$$

El resto de términos son no deseados y se eliminan mediante filtrado.

Vamos a suponer que la señal moduladora $m(t)$ está limitada a la banda de frecuencias $|f| \leq W$ y cuya transformada de Fourier viene dada gráficamente por la figura 2.11. En la figura 2.12 podemos ver el espectro de la señal $v_2(t)$ a la salida del dispositivo no lineal. En dicha figura se han etiquetado las diferentes componentes de $v_2(t)$ correspondientes a los siguientes términos temporales de la ecuación (2.30):

1. $\frac{1}{2}a_2A_c^2$.
2. $a_1A_c \cos(2\pi f_c t)$.
3. $2a_2A_c m(t) \cos(2\pi f_c t)$.
4. $a_1m(t)$.
5. $a_2m^2(t)$.
6. $\frac{1}{2}a_2A_c^2 \cos(4\pi f_c t)$.

Como puede verse en la figura 2.12 se pueden eliminar fácilmente los términos no deseados (todos excepto el segundo y el tercero) mediante un filtro paso banda con frecuencia central la de la portadora f_c y de ancho de banda $2W$. Para que el quinto término no se solape con el tercero es necesario que se cumpla que $f_c > 3W$.

2.4.2. Modulador por Conmutación

En la figura 2.13 se puede ver el esquema de este tipo de modulador. Vamos a suponer que la amplitud de la señal portadora $c(t)$ aplicada al diodo tiene una amplitud A_c grande, de modo que recorra una buena parte de la característica del diodo. Se va a suponer también que el diodo actúa como un conmutador ideal, es decir, que tiene impedancia cero cuando conduce en directa, para $c(t) > 0$, y que tiene impedancia infinita (no conduce) cuando está en inversa, para $c(t) < 0$, como puede verse en la figura 2.14.

La señal $v_1(t)$ a la entrada del diodo viene dada por la suma de la señal moduladora y de la señal portadora

$$v_1(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t), \quad (2.32)$$

donde se supone que $|m(t)| \ll A_c$. Teniendo en cuenta la característica entrada salida del diodo, como se observa en la figura 2.14, la señal $v_2(t)$ a la salida viene dada por

$$v_2(t) \approx \begin{cases} v_1(t) & c(t) > 0 \\ 0 & c(t) < 0, \end{cases} \quad (2.33)$$

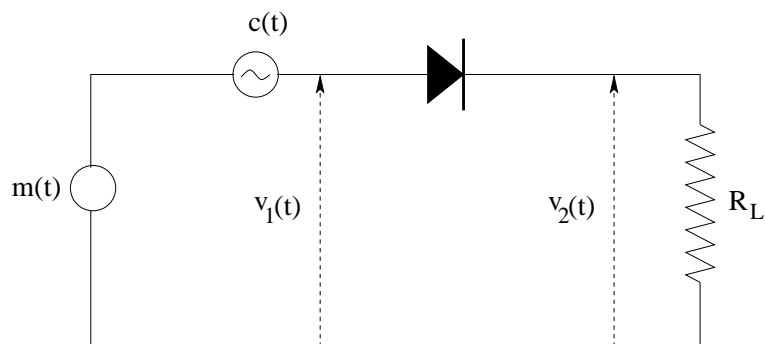


Figura 2.13: Esquema de un modulador por conmutación.

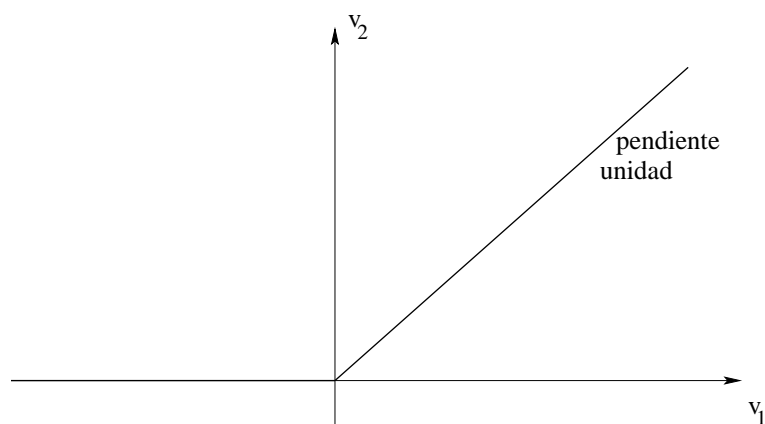


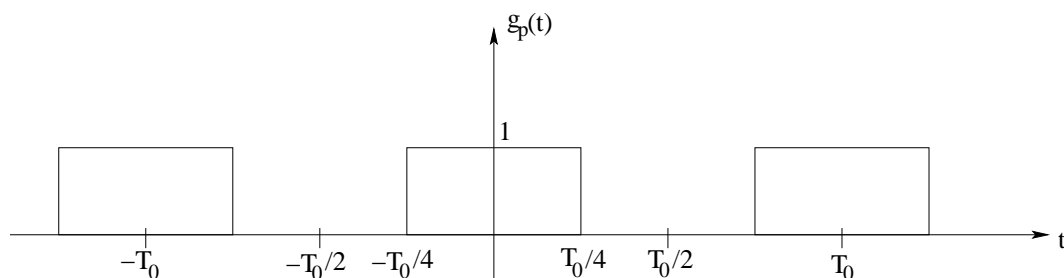
Figura 2.14: Característica entrada/salida ideal de un diodo.

es decir, la tensión en la carga varía periódicamente entre los valores $v_1(t)$ y cero a una tasa igual a la frecuencia de la portadora f_c . Si suponemos que la señal moduladora es débil comparada con la señal portadora, $|m(t)| \ll A_c$, hemos reemplazado el comportamiento no lineal del diodo por un funcionamiento lineal variante con el tiempo. Esto se puede expresar matemáticamente mediante

$$v_2(t) \approx [A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t)]g_p(t), \quad (2.34)$$

donde $g_p(t)$ es un tren de pulsos periódico con medio periodo alto y medio bajo, con período $T_0 = 1/f_c$, como puede verse en la figura 2.15. La señal $g_p(t)$ se puede representar en serie de Fourier según

$$g_p(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos[2\pi f_c t(2n-1)]. \quad (2.35)$$

Figura 2.15: Tren de pulsos periódico $g_p(t)$.

Sustituyendo la ecuación (2.35) en la ecuación (2.34) y operando se obtienen los siguientes términos:

- $\frac{A_c}{2} \left[1 + \frac{4}{\pi A_c} m(t) \right] \cos(2\pi f_c t)$ que es la señal AM deseada con sensibilidad en amplitud $k_a = \frac{4}{\pi A_c}$.
- Componentes frecuenciales (deltas) a las frecuencias $0, \pm 2f_c, \pm 4f_c, \text{ etc.}$
- Señal moduladora $\frac{1}{2}m(t)$ con ancho de banda W .
- Componentes de señal (bandas laterales) a las frecuencias $\pm 3f_c, \pm 5f_c, \text{ etc.}$, de ancho de banda $2W$.

Si ahora empleamos un filtro paso banda de frecuencia central f_c y ancho de banda $2W$, siempre que $f_c > 2W$ habremos eliminado los términos no deseados, teniendo finalmente la señal AM deseada.

2.5. Esquemas Demoduladores de AM

El proceso de demodulación es aquel que permite obtener una señal proporcional a la señal moduladora original $m(t)$ a partir de la señal modulada $s(t)$. De hecho, el proceso de demodulación es el proceso inverso del de modulación. Se van a describir dos dispositivos para demodular AM: el detector en cuadratura y el detector de envolvente.

2.5.1. Detector en Cuadratura

Se obtiene empleando la misma técnica que para el modulador en cuadratura. Consideramos de nuevo la característica entrada salida de un dispositivo no lineal según

$$v_2(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_1^2(t). \quad (2.36)$$

Cuando este dispositivo se emplea para demodular una señal AM tendremos que la señal de entrada $v_1(t)$ viene dada por

$$v_1(t) = A_c [1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t). \quad (2.37)$$

Sustituyendo la ecuación (2.37) en la ecuación (2.36) obtenemos para la señal de salida $v_2(t)$

$$v_2(t) = a_1 A_c [1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} a_2 A_c^2 [1 + k_a^2 m^2(t) + 2k_a m(t)] [1 + \cos(4\pi f_c t)]. \quad (2.38)$$

En la ecuación (2.38) la señal deseada es $a_2 A_c^2 k_a m(t)$, que proviene del término $a_2 v_1^2(t)$, por eso el detector se denomina cuadrático. Esta componente puede ser extraída mediante filtrado, sin embargo hay otras dos componentes que se solapan en la baja frecuencia $\frac{1}{2} a_2 A_c^2$ y $\frac{1}{2} a_2 A_c^2 m^2(t)$. La primera de estas componentes no es más que una componente continua que se puede eliminar fácilmente con un condensador de desacople. La segunda componente no se puede eliminar completamente mediante filtrado y constituye un término de distorsión. La relación entre la señal deseada y dicha distorsión es $\frac{2}{k_a m(t)}$. Para lograr que ese cociente sea lo mayor posible debemos elegir $|k_a m(t)|$ lo menor posible en todo instante de tiempo. Se puede decir entonces que la distorsión será pequeña siempre que el tanto por ciento de modulación sea pequeño.

2.5.2. Detector de Envolvente

Supongamos que la señal AM es de banda estrecha, es decir, que la frecuencia de la portadora f_c es mucho mayor que el ancho de banda de la señal moduladora W y que no tenemos sobremodulación. La demodulación puede realizarse mediante un dispositivo muy sencillo pero efectivo denominado *detector de envolvente*. Idealmente un detector de envolvente produce una señal a la salida que sigue a la envolvente de la señal de entrada. Una versión de este esquema es el que se utiliza normalmente en los receptores de AM comerciales. En la figura 2.16 puede verse dicho esquema de forma simplificada. En la figura 2.17 podemos ver una señal modulada en AM y en la figura 2.18 la envolvente ideal de dicha señal, que viene dada por

$$r(t) = A_c [1 + k_a m(t)]. \quad (2.39)$$

En el ciclo positivo de la señal de entrada el diodo está polarizado en directa por lo que el condensador se carga rápidamente hasta el valor de pico de la señal de entrada. Cuando la señal de entrada baja de su valor de pico, el diodo pasa a inversa y el condensador se descarga lentamente a través de la carga. Este proceso de descarga continúa hasta el siguiente período positivo para el que la señal a la entrada del diodo

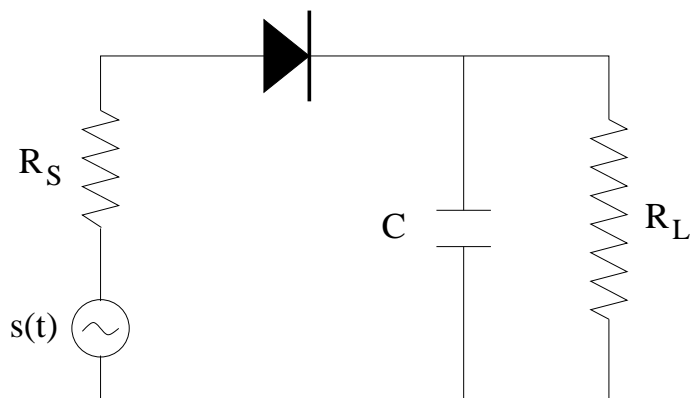


Figura 2.16: Esquema de un detector de envolvente.

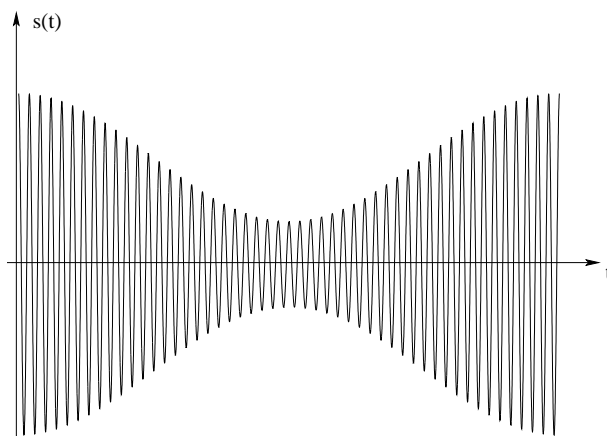


Figura 2.17: Señal modulada AM.

es mayor que la señal a la salida, momento en el cual el diodo pasa a directa y el condensador se vuelve a cargar, y así sucesivamente. Se está suponiendo que el diodo es ideal de forma que la impedancia en directa sea cero e infinito en inversa.

Si la impedancia de la fuente es R_S se tiene que cumplir que el tiempo de carga del condensador sea pequeño con respecto al periodo de la portadora, es decir, se tiene que cumplir

$$R_S C \ll \frac{1}{f_c}, \quad (2.40)$$

de modo que el condensador se cargue rápidamente y siga a la señal de entrada hasta su valor de pico.

Además el tiempo de descarga a través de la carga R_L debe ser suficientemente largo para asegurar que el condensador se descargue lentamente entre dos picos de la señal portadora, pero no demasiado lento para

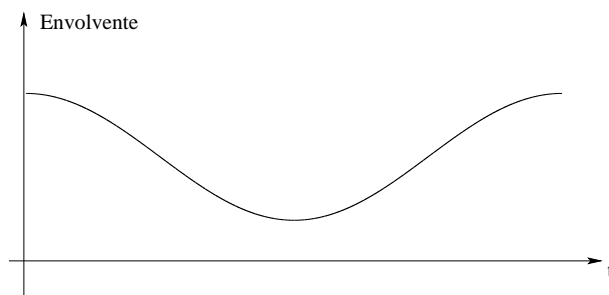


Figura 2.18: Envolvente ideal de la señal modulada.

que se pueda descargar y seguir la envolvente de la señal AM, es decir, se tiene que cumplir

$$\frac{1}{f_c} \ll R_L C \ll \frac{1}{W}. \quad (2.41)$$

El resultado es que la señal en la carga es muy similar a la envolvente de la señal AM. La salida del detector de envolvente suele tener un pequeño rizado (este rizado no se muestra en la figura 2.18) a la frecuencia de la portadora. Puesto que la señal modulada es de banda estrecha, $f_c \gg W$, este rizado se puede eliminar fácilmente mediante un filtro paso bajo, resultando la envolvente ideal dada por la ecuación (2.39). Esta envolvente tiene además una componente continua que se puede eliminar fácilmente mediante un condensador de desacople.

Se puede terminar diciendo que puesto que los receptores en AM son muy sencillos a la vez que la transmisión de la portadora hará que la potencia del transmisor sea mayor, se empleará este tipo de modulación cuando tengamos un transmisor y muchos receptores como en el caso de radiodifusión.

Capítulo 3

Modulación Doble Banda Lateral (DSB)

3.1. Generación de una Señal DSB

La señal portadora $c(t)$ es completamente independiente de la información de la señal $m(t)$, por lo tanto transmitir la portadora significa un desperdicio de potencia. Sólo una parte de la potencia transmitida de una señal AM lleva información. Para solucionar esto, se puede suprimir la componente portadora de la señal modulada, dando lugar a una modulación doble banda lateral con portadora suprimida (**DSB**: Double SideBand). Entonces, suprimiendo la portadora se tiene una señal que será proporcional al producto de la portadora por la señal banda base según

$$s(t) = c(t)m(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)m(t). \quad (3.1)$$

La señal así modulada presenta un cambio de fase siempre que la señal $m(t)$ cruce por cero. Ahora a diferencia del caso AM, para DSB la envolvente de la señal no sigue a la señal moduladora $m(t)$ como se puede ver en la figura 3.1.

La transformada de Fourier de la señal modulada viene dada por

$$S(f) = \frac{1}{2}A_c[M(f - f_c) + M(f + f_c)]. \quad (3.2)$$

Si el espectro de la señal moduladora es el que se observa en la figura 3.2, el espectro de la señal modulada será el de la figura 3.3. En este caso el proceso de modulación simplemente traslada la señal moduladora a las frecuencias $\pm f_c$. Tendremos las dos bandas laterales sin portadora. El ancho de banda de la señal moduladora es $B_T = 2W$ y la eficiencia en potencia $\eta = 1$.

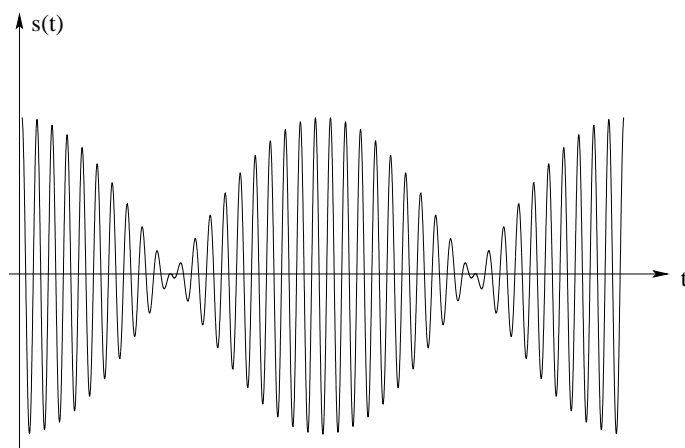


Figura 3.1: Señal modulada DSB para moduladora sinusoidal.

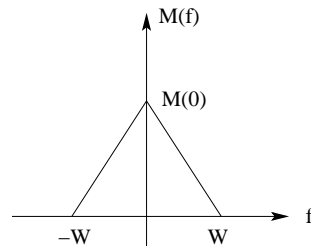


Figura 3.2: Espectro de la señal moduladora.

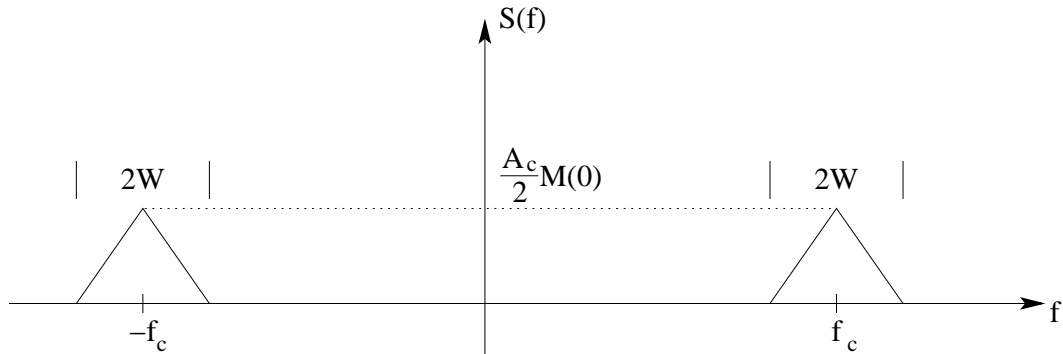


Figura 3.3: Espectro de la señal modulada DSB.

3.2. Moduladores de DSB

Un modulador de DSB consiste en un dispositivo que realice el producto entre la señal portadora y la señal banda base. Un dispositivo con estas características se denomina **modulador producto**. Se van a describir dos tipos de modulador: modulador balanceado y modulador en estrella.

3.2.1. Modulador Balanceado

Una posible forma de generar una señal DSB es utilizar dos moduladores de AM colocados en configuración balanceada para eliminar la portadora según se puede ver en la figura 3.4. Vamos a suponer que los dos moduladores AM son idénticos, excepto que la señal moduladora en uno de ellos tiene el signo cambiado. La salida de cada modulador AM viene dada por

$$\begin{aligned} s_1(t) &= A_c[1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) \\ s_2(t) &= A_c[1 - k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t). \end{aligned} \quad (3.3)$$

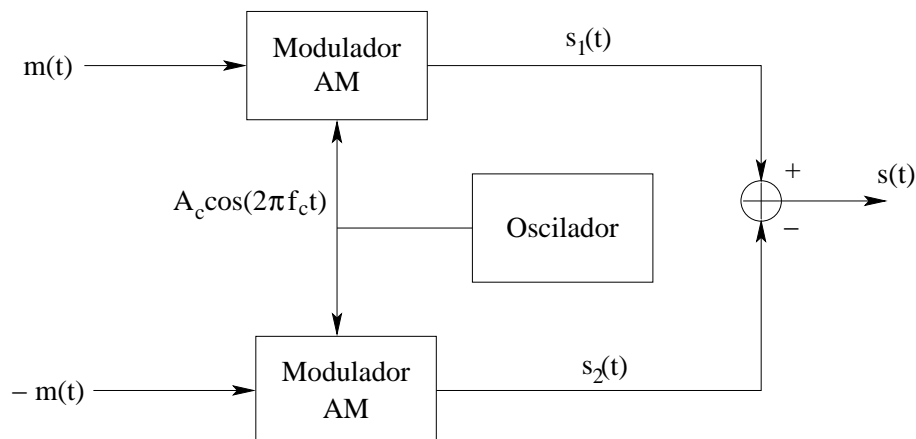


Figura 3.4: Esquema de un modulador balanceado.

Restando las salidas de los moduladores AM se tiene

$$s(t) = s_1(t) - s_2(t) = 2k_a A_c m(t) \cos(2\pi f_c t), \quad (3.4)$$

que si no tenemos en cuenta el factor $2k_a$, corresponde al producto de la señal moduladora con la portadora.

3.2.2. Modulador en Estrella o Doblemente Balanceado

Uno de los moduladores más adecuados para generar una señal DSB es el modulador en estrella como el que se muestra en la figura 3.5. En dicho esquema los cuatro diodos forman una estrella en la cual todos ellos apuntan en la misma dirección. Los diodos están controlados por una señal cuadrada $c(t)$ a la frecuencia de la portadora f_c que se aplica a través de dos transformadores. Vamos a suponer que los diodos son ideales y que los transformadores están totalmente balanceados. Cuando la señal $c(t)$ es positiva, los diodos exteriores están en directa y presentan impedancia cero, mientras que los diodos internos están en inversa y tienen impedancia infinito como se muestra esquemáticamente en la figura 3.6. De este modo el modulador multiplica a la señal $m(t)$ por la unidad. Cuando la señal $c(t)$ es negativa, la situación es justamente la inversa como se muestra en la figura 3.7. En este caso el modulador multiplica a la señal $m(t)$ por -1 .

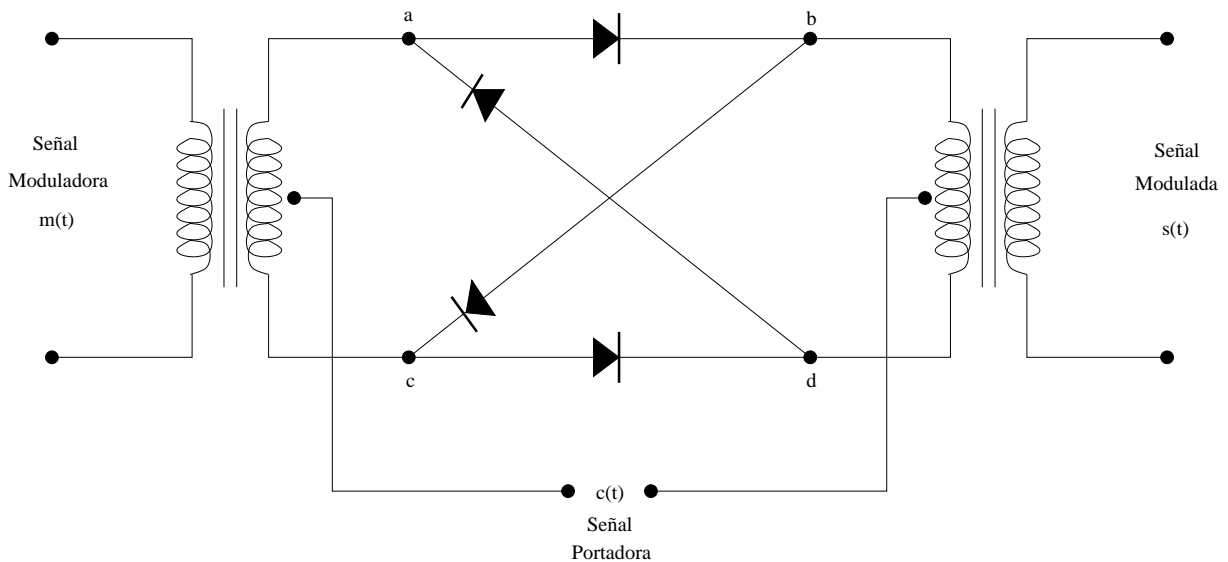


Figura 3.5: Esquema de un modulador en estrella.

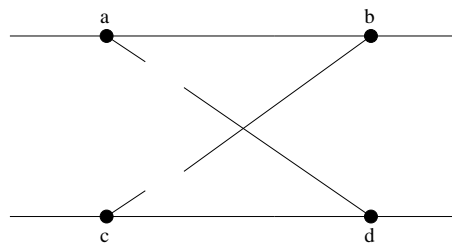


Figura 3.6: Diagrama esquemático cuando la señal $c(t)$ es positiva.

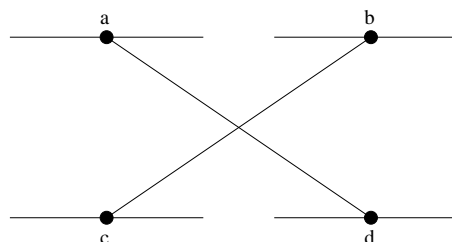


Figura 3.7: Diagrama esquemático cuando la señal $c(t)$ es negativa.

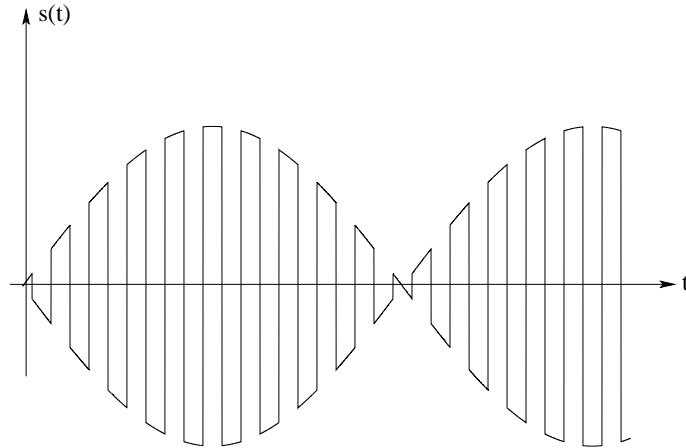


Figura 3.8: Señal salida del modulador en estrella para cuando la moduladora es sinusoidal.

Por tanto, el modulador en estrella, de forma ideal, es un modulador producto que multiplica la señal $c(t)$ por $m(t)$. La señal $c(t)$ se puede descomponer en serie de Fourier según

$$c(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos[2\pi f_c t(2n-1)], \quad (3.5)$$

entonces la señal salida del modulador en estrella viene dada por

$$s(t) = c(t)m(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos[2\pi f_c t(2n-1)]m(t). \quad (3.6)$$

Esta señal se puede ver en el dominio del tiempo para cuando la moduladora es sinusoidal en la figura 3.8.

Como puede deducirse de la ecuación (3.6) o de la figura 3.8 no tenemos componente portadora a la salida. Es decir, la salida del modulador en estrella consiste únicamente en productos de intermodulación. El modulador en estrella se suele llamar también **doblemente balanceado** debido a que está balanceado con respecto a la señal portadora así como con respecto a la señal moduladora (en la salida se han eliminado tanto la señal moduladora como la señal portadora, ambas presentes a la entrada del modulador).

Si la señal moduladora $m(t)$ está limitada a la banda de frecuencias $|f| \leq W$ en la figura 3.9 podemos ver el espectro de la señal a la salida del modulador en estrella. Este espectro consiste en bandas laterales en los armónicos impares de la frecuencia de la portadora f_c . La señal deseada corresponde a primeras bandas laterales a las frecuencias $\pm f_c$ que se puede extraer fácilmente mediante un filtro paso banda con frecuencia central la de la portadora f_c y de ancho de banda $2W$, siempre que se cumpla que $f_c > W$.

3.3. Detección Coherente de DSB

3.3.1. Características Generales

La señal banda base $m(t)$ se puede recuperar de forma única de una señal DSB $s(t)$ multiplicando dicha señal por una señal sinusoidal generada de forma local y después filtrando el resultado como puede verse en

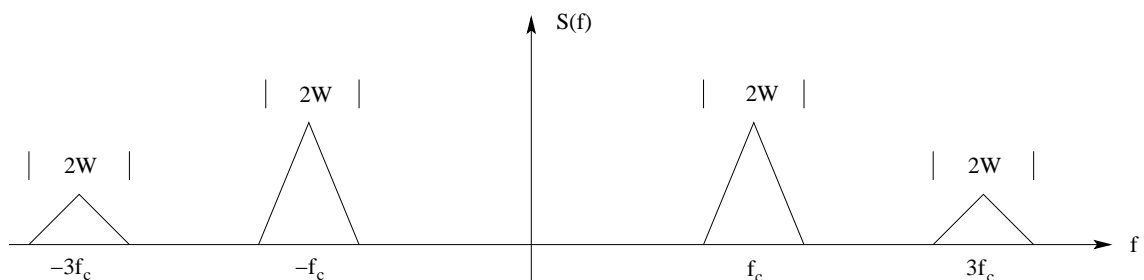


Figura 3.9: Espectro de la señal a la salida del modulador en estrella.

la figura 3.10, donde se supone que el oscilador local está completamente sincronizado o es coherente tanto en frecuencia como en fase con la señal portadora $c(t)$. Este método de detección se denomina **coherente** o **síncrono**.

Es útil derivar la detección coherente como un caso particular de un proceso de demodulación más general que utiliza una señal de un oscilador de la misma frecuencia pero de una fase diferente arbitraria ϕ , medida con respecto a la portadora $c(t)$. Por lo tanto, denotando la señal del oscilador local como $A'_c \cos(2\pi f_c t + \phi)$, la salida del modulador producto de la figura 3.10 viene dada según

$$\begin{aligned} v(t) &= A'_c \cos(2\pi f_c t + \phi) s(t) = A_c A'_c \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t + \phi) m(t) \\ &= \frac{1}{2} A_c A'_c \cos(4\pi f_c t + \phi) m(t) + \frac{1}{2} A_c A'_c \cos(\phi) m(t). \end{aligned} \quad (3.7)$$

En esta expresión el primer término representa una señal DSB con una frecuencia portadora $2f_c$, mientras que el segundo término es proporcional a $m(t)$. En la figura 3.11 puede verse gráficamente el espectro de esta señal para el caso en el que la señal moduladora $m(t)$ está limitada a la banda de frecuencias $|f| < W$.

A partir del espectro de la figura 3.11 se deduce que se puede extraer una señal proporcional a la señal moduladora mediante un filtro paso bajo de ancho de banda W . La señal a la salida de dicho filtro es entonces

$$v_0(t) = \frac{1}{2} A_c A'_c \cos(\phi) m(t). \quad (3.8)$$

De esta forma la señal $v_0(t)$ es proporcional a $m(t)$ cuando el error de fase sea constante. La amplitud de la señal demodulada será máxima para $\phi = 0$ y mínima para $\phi = \pm \frac{\pi}{2}$. Para $\phi = \pm \frac{\pi}{2}$ la señal a la salida es nula. Esto se conoce como **efecto nulo en cuadratura** del detector coherente. La señal a la salida va a venir atenuada por un factor $\cos(\phi)$. Mientras el error de fase sea constante, la salida del detector da lugar a una versión no distorsionada de la señal moduladora original. En la práctica, el error de fase varía de forma aleatoria debido a variaciones aleatorias del canal de comunicaciones. El resultado es que a la salida del detector el factor $\cos(\phi)$ varía también de forma aleatoria con el tiempo. Por todo ello, el detector debe proveer un mecanismo para que el oscilador local esté en **perfecto sincronismo** tanto en frecuencia como en fase con la señal portadora. Esta mayor complejidad del detector es el coste asociado por no transmitir la portadora para ahorrar potencia transmitida.

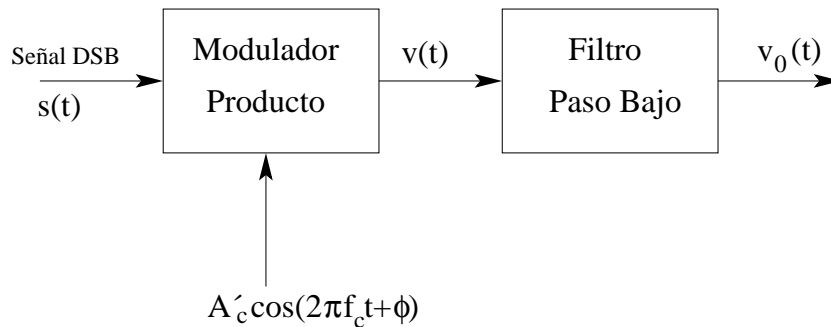


Figura 3.10: Esquema de un detector coherente.

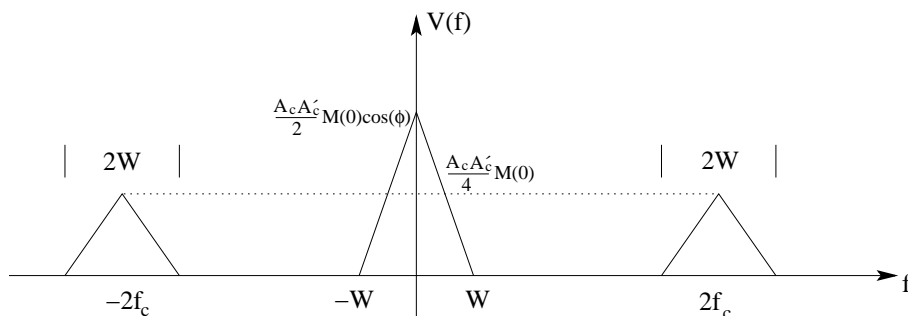


Figura 3.11: Espectro de la señal a la salida del modulador producto.

3.3.2. Caso de Moduladora Sinusoidal

Vamos a suponer que la señal moduladora $m(t)$ sinusoidal tiene una frecuencia f_m y una amplitud A_m según

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t). \quad (3.9)$$

Entonces la señal modulada viene dada por

$$s(t) = A_c A_m \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t) = \frac{1}{2} A_c A_m \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \frac{1}{2} A_c A_m \cos[2\pi(f_c - f_m)t]. \quad (3.10)$$

La transformada de Fourier de la señal modulada dada por la ecuación (3.10) viene dada por

$$S(f) = \frac{1}{4} A_c A_m [\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m) + \delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)] \quad (3.11)$$

que corresponde a deltas a las frecuencias $-f_c \pm f_m$ y $f_c \pm f_m$, es decir, las dos bandas laterales sin componente portadora.

Si usamos un detector coherente con la portadora perfectamente sincronizada en frecuencia y fase se puede llegar al desarrollo

$$\begin{aligned} v(t) &= A'_c \cos(2\pi f_c t) \left\{ \frac{1}{2} A_c A_m \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \frac{1}{2} A_c A_m \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \right\} \\ &= \frac{1}{4} A'_c A_c A_m \{ \cos[2\pi(2f_c - f_m)t] + \cos[2\pi(2f_c + f_m)t] + \cos(2\pi f_m t) + \cos(2\pi f_m t) \} \end{aligned} \quad (3.12)$$

para la señal a la salida del modulador producto del detector coherente. Los términos a las frecuencias $2f_c \pm f_m$ son eliminados mediante el filtro paso bajo. Como puede verse los otros dos términos corresponden a la señal buscada. Uno procede de la banda lateral superior y el otro de la banda lateral inferior. Por lo tanto, se puede concluir que sólo es necesaria una de las bandas laterales para recuperar la información transmitida, usando un detector coherente y siempre que la portadora esté en perfecto sincronismo tanto en frecuencia como en fase.

3.3.3. Bucle de Costas

Un método para obtener un sistema receptor síncrono adecuado para demodular DSB se denomina **buclé de costas**. Un esquema de dicho receptor se puede ver en la figura 3.12. El sistema está formado por dos detectores coherentes que tienen como entrada la señal modulada $s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) m(t)$, pero cuyas portadoras procedentes de un oscilador local están en cuadratura. La frecuencia de dicho oscilador está ajustada para que sea la misma que la de la frecuencia portadora f_c . La fase en un principio no está sincronizada, presentando un desfase ϕ . El sistema superior se denomina detector coherente en fase o **canal I** y el sistema inferior detector coherente en cuadratura o **canal Q**. Estos dos detectores se han acoplado para mantener el sistema realimentado de forma que el oscilador local logre el sincronismo en fase con la señal portadora de la señal modulada.

Vamos a suponer que el desfase del oscilador local sea $\phi = 0$. En este caso, según las señales presentes en la figura 3.12 la salida del canal I es proporcional a la señal moduladora $m(t)$, mientras que la salida del canal Q es cero, debido al efecto nulo en cuadratura en este caso. Si ahora el oscilador cambia su fase ϕ radianes, siendo ϕ un valor pequeño, la salida del canal I se mantiene prácticamente constante puesto que $\cos(\phi) \approx 1$, siempre que ϕ sea pequeño. Sin embargo, en el canal Q aparece una señal distinta de cero puesto que $\sin(\phi) \approx \phi$, siempre que ϕ sea pequeño. Además el canal Q tiene igual polaridad que el I cuando $\phi > 0$ y polaridad inversa cuando $\phi < 0$. Combinando ambos canales mediante un **discriminador de fase** que es un multiplicador seguido de un filtro paso bajo, aparece a la salida una componente continua que permite corregir el error de fase del oscilador local.

Si la señal moduladora fuese cero durante cierto periodo de tiempo el control de la fase se pierde temporalmente. En cuanto la señal moduladora comience a ser de nuevo distinta de cero el enganche de fase vuelve a establecerse. Este problema no es demasiado importante en el caso de señales de voz, puesto que el proceso de enganche de fase es suficientemente rápido como para que no se aprecie distorsión en la señal del canal I.

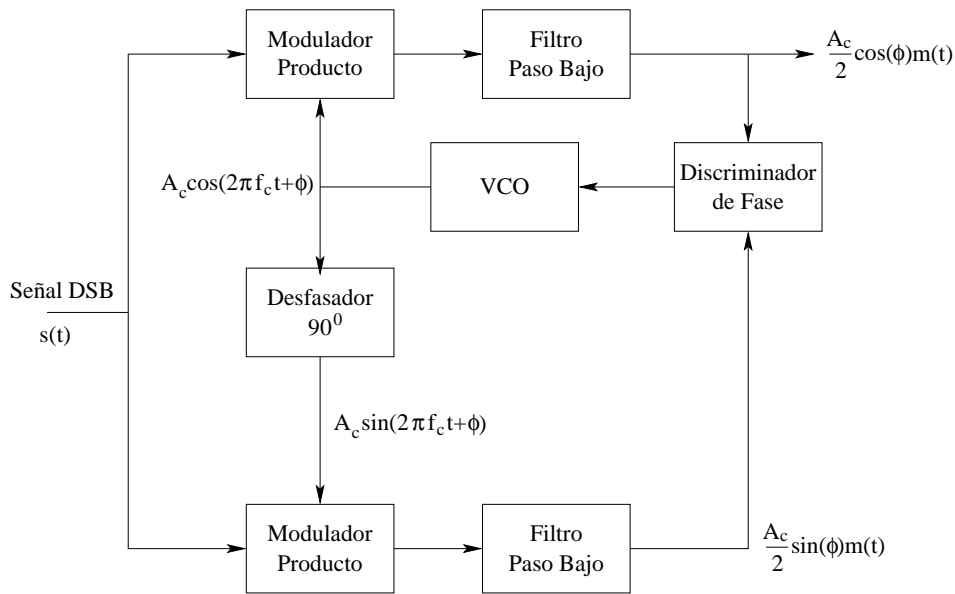


Figura 3.12: Esquema del bucle de costas.

3.3.4. Bucle Cuadrático

Otra forma de generar una señal portadora de referencia en el receptor a partir de una señal DSB es utilizar un **bucle cuadrático** como el que se muestra esquemáticamente en la figura 3.13. A la entrada existe un dispositivo con ley cuadrática dada por $y(t) = s^2(t)$ por lo que si a la entrada tenemos la señal modulada $s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)m(t)$ a la salida de dicho dispositivo se tiene para la señal $y(t)$ la expresión

$$y(t) = A_c^2 \cos(2\pi f_c t)m^2(t) = \frac{A_c^2}{2} m^2(t)[1 + \cos(4\pi f_c t)]. \quad (3.13)$$

Ahora esta señal $y(t)$ se aplica a la entrada de un filtro paso banda muy estrecho y de frecuencia central $2f_c$ como el que se muestra en la figura 3.14. El ancho de banda de dicho filtro Δf es muy pequeño. Entonces

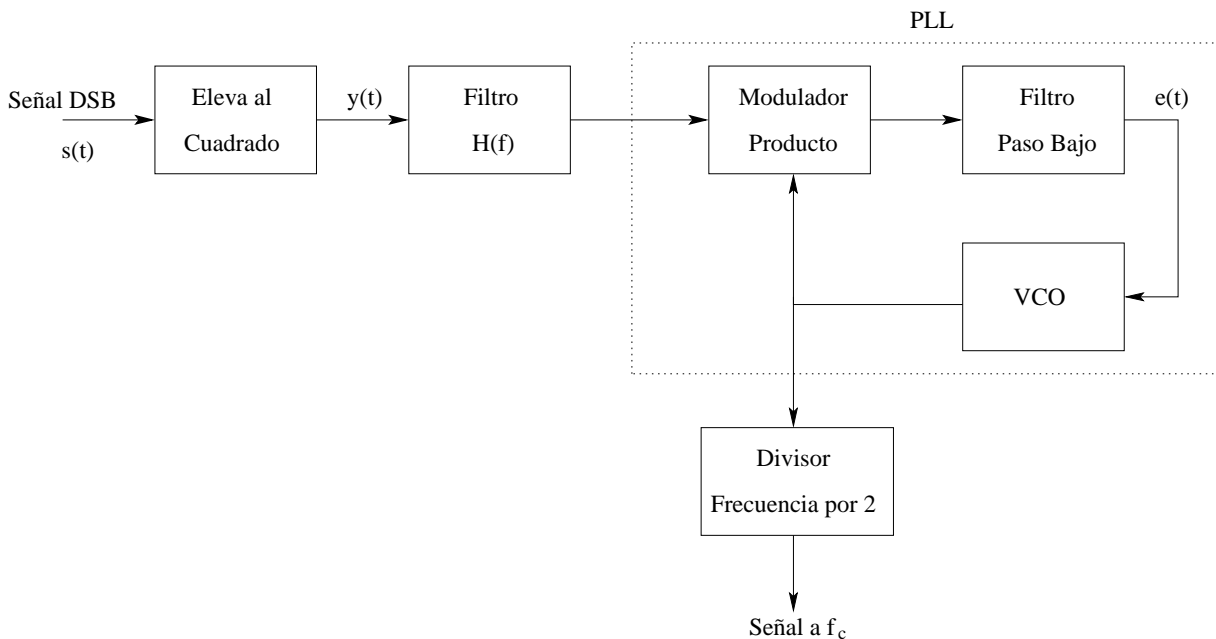


Figura 3.13: Esquema del bucle cuadrático.

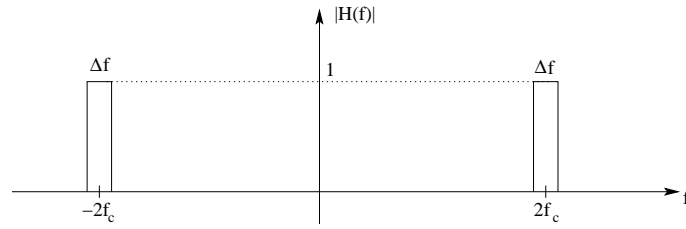


Figura 3.14: Respuesta en frecuencia del filtro empleado en el bucle cuadrático.

la señal a la salida de dicho filtro es aproximadamente sinusoidal según

$$v(t) \approx \frac{A_c^2}{2} E \Delta f \cos(4\pi f_c t), \quad (3.14)$$

donde E es la energía de la señal moduladora $m(t)$. El resultado es una señal sinusoidal a dos veces la frecuencia de la portadora que sirve de entrada a un bucle enganchado en fase (**PLL**: Phase Locked Loop). Éste consiste en un multiplicador, un filtro paso bajo y un oscilador controlado por tensión (**VCO**: Voltage Control Oscillator) conectado en configuración realimentada. A la salida del multiplicador tendremos dos términos uno que depende de la diferencia de frecuencias y fases de las señales de entrada al multiplicador y otro que depende de su suma. El término que depende de la suma de frecuencias y fases se elimina mediante el filtro paso bajo. La señal error $e(t)$, que depende de la diferencia de frecuencias y fases de las señales a la entrada del multiplicador, se aplica a la entrada del VCO haciendo que la frecuencia del VCO a la salida coincida con la de la señal $v(t)$ a la entrada del PLL y que la fase esté en cuadratura con respecto a la de la señal $v(t)$ a la entrada del PLL de forma que la señal error $e(t)$ se anule. Además el VCO puede seguir los posibles cambios en frecuencia y fase de la señal de entrada $v(t)$ del PLL, debidos posiblemente a variaciones aleatorias del canal.

Finalmente, la señal a la salida del PLL, que es también la señal a la salida del VCO, se divide su frecuencia por dos para dar lugar a la señal portadora deseada (estará en cuadratura, por lo que será necesario desfazarla 90°) adecuada para poderla utilizar en un detector coherente de DSB. Debido al divisor de frecuencia, tenemos una ambigüedad de fase de π . Esto es debido a que un cambio de fase de 2π a la entrada del divisor de frecuencia produce un cambio de fase de π a la salida. La salida puede ser por tanto $\cos(2\pi f_c t)$ o bien $-\cos(2\pi f_c t)$. Si se utiliza la fase incorrecta se invierte la polaridad de la señal de salida, pero en el caso de señales de voz esto no da lugar a distorsión.

Ya que en la modulación DSB no se transmite la portadora, esto va a dar lugar a que el transmisor sea mucho más barato que el caso de AM. Sin embargo el precio que es necesario pagar es la mayor complejidad y por tanto coste el receptor. Se empleará modulación DSB cuando tengamos un transmisor y un receptor, por ejemplo, en enlaces punto a punto.

Capítulo 4

Modulación de Amplitud en Cuadratura (QAM)

La modulación o multiplexación de amplitud en cuadratura permite que dos señales moduladas DSB de dos fuentes independientes, pero con características de ancho de banda similares, ocupen el mismo ancho de banda de transmisión y se puedan separar en el extremo receptor. Es, por tanto, un esquema que ahorra ancho de banda.

En la figura 4.1 podemos ver un esquema del transmisor. Como se puede ver, se utilizan dos moduladores producto por separado, uno para cada señal, cuyas portadoras están desfasadas 90° . En este caso se dispone de dos señales moduladoras $m_1(t)$ y $m_2(t)$ independientes, pero con el mismo ancho de banda W . Estas señales son las que se van a transmitir de forma conjunta por un ancho de banda común $B_T = 2W$ centrado en f_c . La expresión de la señal transmitida o modulada viene dada por

$$s(t) = A_c m_1(t) \cos(2\pi f_c t) + A_c m_2(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (4.1)$$

Puesto que la señal modulada $s(t)$ es una señal paso banda, comparando la ecuación (4.1) con la forma canónica de una señal paso banda se tiene que la componente en fase de la señal $s(t)$ viene dada por

$$s_c(t) = A_c m_1(t) \quad (4.2)$$

y la componente en cuadratura por

$$s_s(t) = -A_c m_2(t). \quad (4.3)$$

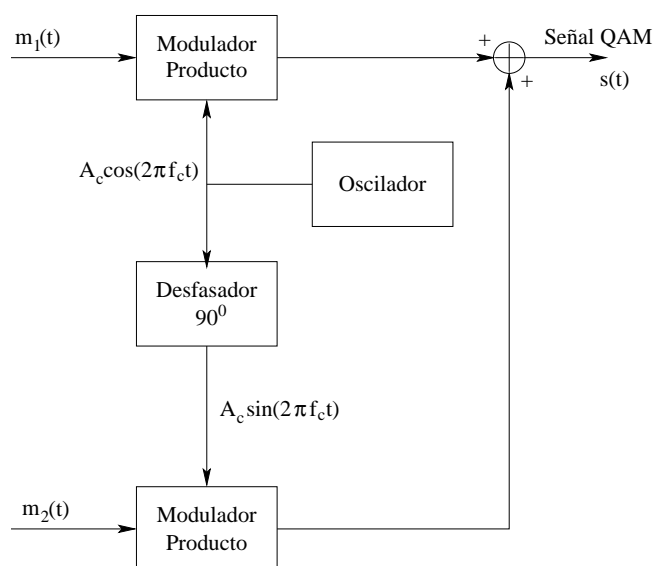


Figura 4.1: Esquema de un modulador QAM.

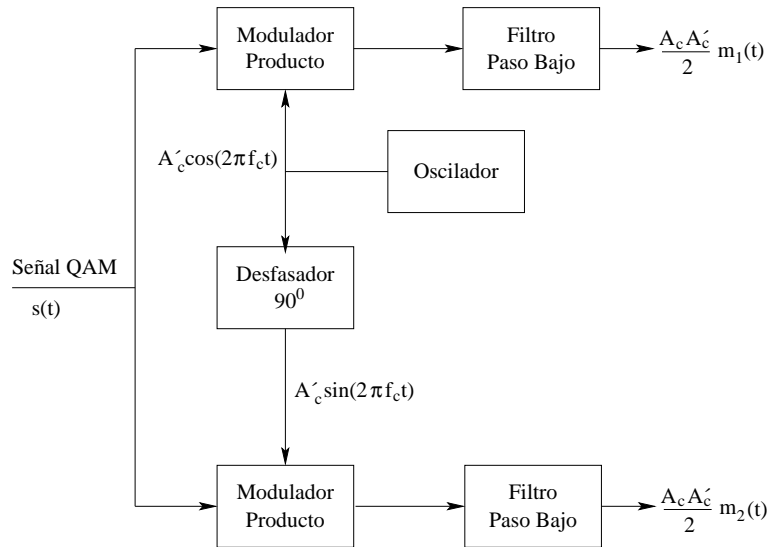


Figura 4.2: Esquema de un demodulador QAM.

En la figura 4.2 se puede ver el esquema del receptor de QAM. La señal modulada $s(t)$ se aplica a dos moduladores producto cuyas portadoras están desfasadas 90° . A la salida de dichos moduladores producto hay componentes a $2f_c$ que se pueden eliminar fácilmente con un filtro paso bajo, obteniéndose finalmente a la salida la señal dada por

$$v_c(t) = \frac{1}{2} A_c A'_c m_1(t) \quad (4.4)$$

para el canal en fase I y la dada por

$$v_s(t) = \frac{1}{2} A_c A'_c m_2(t) \quad (4.5)$$

para el canal en cuadratura Q. Para que el sistema funcione correctamente es importante mantener la frecuencia y fase de la portadora generada localmente en el receptor en perfecto sincronismo con la portadora de la señal modulada recibida.

La técnica QAM se utiliza por ejemplo para difusión de TV en color. La señal RGB (tres componentes) se descompone en una señal de luminancia y dos de crominancia. Las dos señales moduladoras corresponden a estas dos señales de crominancia, que tienen características espectrales similares. Además se envían pulsos temporales de sincronismo junto con la señal QAM para mantener la portadora generada localmente en el receptor en perfecto sincronismo tanto en frecuencia como en fase.

Capítulo 5

Modulación Banda Lateral Única (SSB)

5.1. Generación de una Señal SSB

Las modulaciones AM y DSB desperdician ancho de banda debido a que requieren el doble ancho de banda que el ancho de banda de la señal moduladora paso bajo a transmitir. Además la mitad del ancho de banda ocupado por la señal modulada se utiliza para transmitir la banda lateral inferior y la otra mitad para la banda lateral superior. Sin embargo estas bandas laterales están relacionadas de forma única debido a su simetría con respecto a la frecuencia de la portadora. Es decir, conocidos el módulo y fase de una de las bandas laterales se puede determinar la otra de forma única. En definitiva, cada banda lateral lleva la misma información referente a la señal moduladora original, por lo que sólo es necesario transmitir una de las dos bandas laterales. Si se transmite una única banda lateral sin portadora no se está perdiendo información referente a la señal moduladora. En este caso sería necesario el mismo ancho de banda de transmisión que el ocupado por la señal moduladora original, no el doble como en AM o DSB. Este tipo de modulación se denomina *banda lateral única* (**SSB**: Single SideBand).

La descripción precisa en el dominio de la frecuencia depende de cuál de las dos bandas laterales se elija para su transmisión. Sea $M(f)$ la transformada de Fourier de la señal moduladora $m(t)$, con un ancho de banda W como puede verse en la figura 5.1. Para llegar a la señal SSB se parte de una señal DSB $s(t)$ obtenida multiplicando la señal moduladora $m(t)$ por la portadora $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$. El espectro $S(f)$ de esta señal DSB puede verse en la figura 5.2.

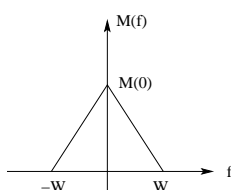


Figura 5.1: Espectro de una señal moduladora limitada en banda.

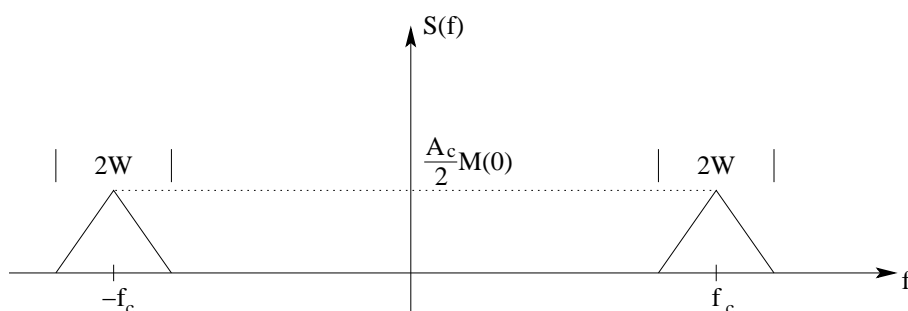


Figura 5.2: Espectro de la señal DSB.

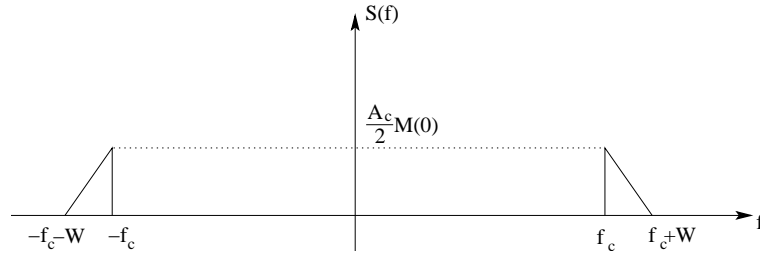


Figura 5.3: Espectro de la señal SSB empleando la banda lateral superior.

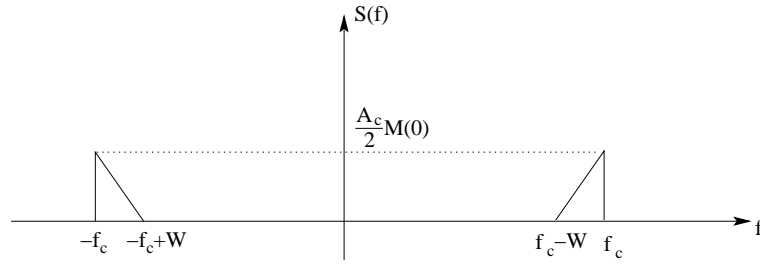


Figura 5.4: Espectro de la señal SSB empleando la banda lateral inferior.

En el caso de que la señal SSB emplee la banda lateral superior el espectro de la señal modulada SSB será en este caso el que se puede ver gráficamente en la figura 5.3. Si en lugar de la banda lateral superior se emplea la inferior resulta el espectro de la figura 5.4 para la señal modulada SSB.

La función esencial de un modulador SSB es trasladar el espectro de la señal moduladora, con o sin inversión, a una nueva posición en el dominio de la frecuencia. Ahora en ancho de banda de transmisión $B_T = W$ es la mitad que en caso AM o DSB. La eficiencia en potencia en este caso es igual que en DSB que era $\eta = 1$. La ventaja de la modulación SSB es el ahorro de potencia transmitida y ancho de banda. El coste a pagar es la mayor complejidad del transmisor y del receptor.

Para describir una señal SSB en el dominio del tiempo usaremos la representación equivalente paso bajo para una señal paso banda. De acuerdo con esta representación, podemos expresar la señal SSB $s(t)$ en el dominio del tiempo empleando la forma canónica según

$$s(t) = s_c(t) \cos(2\pi f_c t) - s_s(t) \sin(2\pi f_c t), \quad (5.1)$$

donde $s_c(t)$ es la componente en fase de la señal SSB y $s_s(t)$ es la componente en cuadratura. La componente en fase $s_c(t)$, excepto por un factor de escala, puede deducirse directamente de $s(t)$ multiplicando por $\cos(2\pi f_c t)$ y filtrando paso bajo. De forma similar, la componente en cuadratura $s_s(t)$ se puede obtener multiplicando $s(t)$ por $\sin(2\pi f_c t)$ y filtrando paso bajo.

En el dominio de la frecuencia la relación entre la transformada de Fourier de la componente en fase, $S_c(f)$ y la transformada de Fourier de la señal modulada, $S(f)$, viene dada por

$$S_c(f) = \begin{cases} S(f - f_c) + S(f + f_c) & |f| < W \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (5.2)$$

En el caso de la transformada de Fourier de la componente en cuadratura, $S_s(f)$, se tiene

$$S_s(f) = \begin{cases} j[S(f - f_c) - S(f + f_c)] & |f| < W \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (5.3)$$

En ambos casos W es el ancho de banda de la señal moduladora $m(t)$.

Si consideramos el caso en el que sólo se transmite la banda lateral superior, el espectro $S(f)$ de la señal modulada se puede ver gráficamente en la figura 5.3. Esta señal desplazada f_c hacia la derecha, es decir, $S(f - f_c)$, se puede ver en la figura 5.5 y hacia la izquierda, $S(f + f_c)$, en la figura 5.6. Aplicando ahora las ecuaciones (5.2) y (5.3) se pueden obtener los fácilmente los espectros de la componente en fase, $S_c(f)$ y de la componente en cuadratura, $S_s(f)$, dando como resultado el de la figura 5.7 y 5.8, respectivamente.



Figura 5.5: Espectro de la señal modulada desplazado hacia la derecha.



Figura 5.6: Espectro de la señal modulada desplazado hacia la izquierda.

En el caso de la componente en fase y ayudándonos de la figura 5.7 se puede ver que esta componente viene dada simplemente por

$$S_c(f) = \frac{1}{2} A_c M(f) \quad (5.4)$$

o haciendo la transformada inversa por

$$s_c(t) = \frac{1}{2} A_c m(t). \quad (5.5)$$

En el caso de la componente en cuadratura y observando en este caso la figura 5.8 se puede poner para ella la expresión

$$S_s(f) = \begin{cases} -\frac{j}{2} A_c M(f) & f > 0 \\ 0 & f = 0 \\ \frac{j}{2} A_c M(f) & f < 0, \end{cases} \quad (5.6)$$

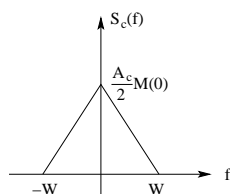


Figura 5.7: Espectro de la componente en fase de la señal modulada.

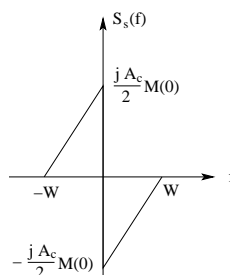


Figura 5.8: Espectro de la componente en cuadratura de la señal modulada.

por lo que

$$S_s(f) = -\frac{j}{2}A_c \operatorname{sgn}(f)M(f), \quad (5.7)$$

donde $\operatorname{sgn}(f)$ vale 1 para frecuencias positivas, 0 en el origen y -1 para frecuencias negativas. Sin embargo, se sabe que la transformada de Fourier de la transformada de Hilbert de la señal moduladora, $\hat{M}(f)$ se puede poner según

$$\hat{M}(f) = -j \operatorname{sgn}(f)M(f). \quad (5.8)$$

Finalmente, se tiene para la componente en cuadratura que

$$S_s(f) = \frac{1}{2}A_c \hat{M}(f) \quad (5.9)$$

en el dominio de la frecuencia, o equivalentemente

$$s_s(t) = \frac{1}{2}A_c \hat{m}(t) \quad (5.10)$$

en el dominio del tiempo, donde $\hat{m}(t)$ es la transformada de Hilbert de la señal moduladora $m(t)$.

Juntando las ecuaciones (5.1), (5.5) y (5.10) se tiene en definitiva que

$$s(t) = \frac{1}{2}A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2}A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (5.11)$$

para la forma canónica de la señal SSB cuando se emplea la banda lateral superior.

Siguiendo un procedimiento similar al anterior partiendo en este caso de una señal SSB que emplee banda lateral inferior como la de la figura 5.4 y usando las ecuaciones (5.2) y (5.3), que por otro lado son completamente generales, se puede llegar fácilmente a la forma canónica para banda lateral inferior dada por

$$s(t) = \frac{1}{2}A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (5.12)$$

Como puede apreciarse la componente en fase $s_c(t)$ es la misma que en el caso de banda lateral superior y la componente en cuadratura está cambiada de signo.

5.2. Modulación de un Tono Simple

Consideremos una señal moduladora $m(t)$ sinusoidal de amplitud A_m y frecuencia f_m , es decir, vendría dada por

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t). \quad (5.13)$$

La transformada de Hilbert de dicha señal, $\hat{m}(t)$ vendría dada por

$$\hat{m}(t) = A_m \sin(2\pi f_m t). \quad (5.14)$$

Si la modulación SSB utiliza la banda lateral superior, sustituyendo $m(t)$ y $\hat{m}(t)$ en la ecuación (5.11) se tiene

$$s(t) = \frac{1}{2}A_c A_m [\cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t) - \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)] = \frac{1}{2}A_c A_m \cos[2\pi(f_c + f_m)t], \quad (5.15)$$

que corresponde a las componentes frecuenciales $f_c + f_m$ y $-f_c - f_m$, es decir, la banda lateral superior. Si ahora la modulación SSB utiliza la banda lateral inferior, sustituyendo $m(t)$ y $\hat{m}(t)$ en la ecuación (5.12) se tiene

$$s(t) = \frac{1}{2}A_c A_m [\cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_m t) + \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_m t)] = \frac{1}{2}A_c A_m \cos[2\pi(f_c - f_m)t], \quad (5.16)$$

que corresponde a las componentes frecuenciales $f_c - f_m$ y $-f_c + f_m$, es decir, la banda lateral inferior.

5.3. Esquemas Moduladores de SSB

Vamos a describir dos métodos utilizados de forma general para generar señales SSB: discriminador en frecuencia y discriminador en fase. El primero de estos métodos se basa en el dominio de la frecuencia, mientras que el segundo de ellos en el dominio del tiempo, respectivamente.

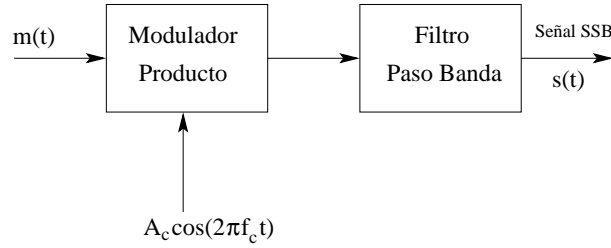


Figura 5.9: Esquema de un modulador de SSB usando discriminación en frecuencia.

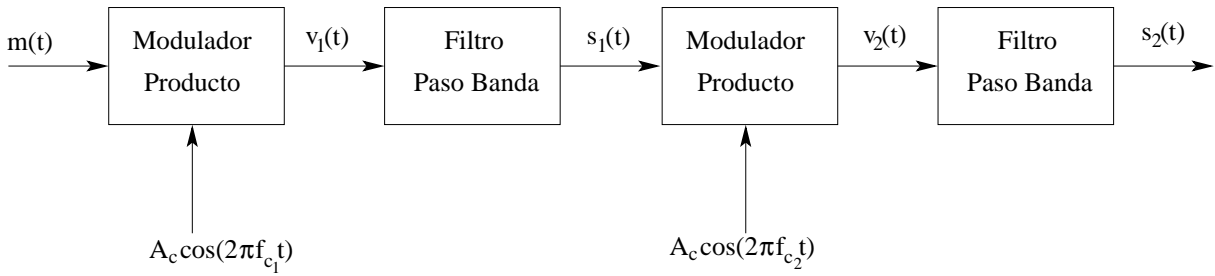


Figura 5.10: Esquema de un modulador de SSB usando discriminación en frecuencia con dos etapas de modulación y filtrado.

5.3.1. Método Discriminador en Frecuencia

Este método se puede utilizar para generar una señal SSB cuando la señal banda base está restringida en frecuencia a una banda $W_1 < |f| < W_2$, o lo que es lo mismo, la señal banda base no tiene componentes por debajo de una cierta frecuencia W_1 . Bajo estas condiciones la banda lateral deseada aparecerá separada de la banda lateral no deseada y se podrá obtener la señal SSB mediante filtrado. Un modulador de SSB basado en el dominio de la frecuencia estará formado por un modulador producto (por ejemplo un modulador en estrella) que genere una señal DSB, seguido de un filtro paso banda que deje pasar la banda deseada y elimine la otra. En la figura 5.9 se puede ver el esquema de este tipo de modulador.

El requisito más severo de este método proviene de la banda lateral no deseada: la componente en frecuencia más cercana de la banda no deseada a la deseada está separada dos veces la menor componente de la señal moduladora, es decir $2W_1$. El filtro debe cumplir dos requisitos:

- La banda de paso del filtro ocupa la misma banda de frecuencias que la banda lateral deseada.
- El ancho de la banda de transición del filtro, que separa la banda de paso de la banda de corte del filtro, debe ser como mucho dos veces la menor componente frecuencial de la señal moduladora, $2W_1$.

En general, ya que la frecuencia portadora f_c es muy grande comparada con $2W_1$, es muy difícil diseñar un filtro que deje pasar la banda deseada y rechace la no deseada. En este caso es necesario utilizar el esquema mostrado en la figura 5.10. Como se puede ver, se requieren dos etapas de modulación. La salida del primer filtro se utiliza como señal moduladora del segundo modulador, dando lugar a otra señal DSB cuyo espectro será simétrico con respecto a f_{c2} . Ahora la separación entre la banda lateral superior y la inferior es $2f_{c1}$, permitiendo que la banda no deseada se pueda eliminar de forma sencilla mediante filtrado.

5.3.2. Método Discriminador en Fase

En la figura 5.11 se puede ver esquemáticamente el modulador SSB usando discriminación en fase. Se requieren dos procesos de modulación simultáneos separados y después combinar adecuadamente sus salidas. El esquema de la figura 5.11 sigue directamente la expresión

$$s(t) = \frac{1}{2}A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) \pm \frac{1}{2}A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t), \quad (5.17)$$

que es la forma canónica de la señal SSB en el dominio del tiempo.

Los moduladores producto A y B utilizan señales portadoras en cuadratura. La señal moduladora $m(t)$ se aplica al modulador producto A, dando lugar a una señal DSB que contiene las dos bandas laterales

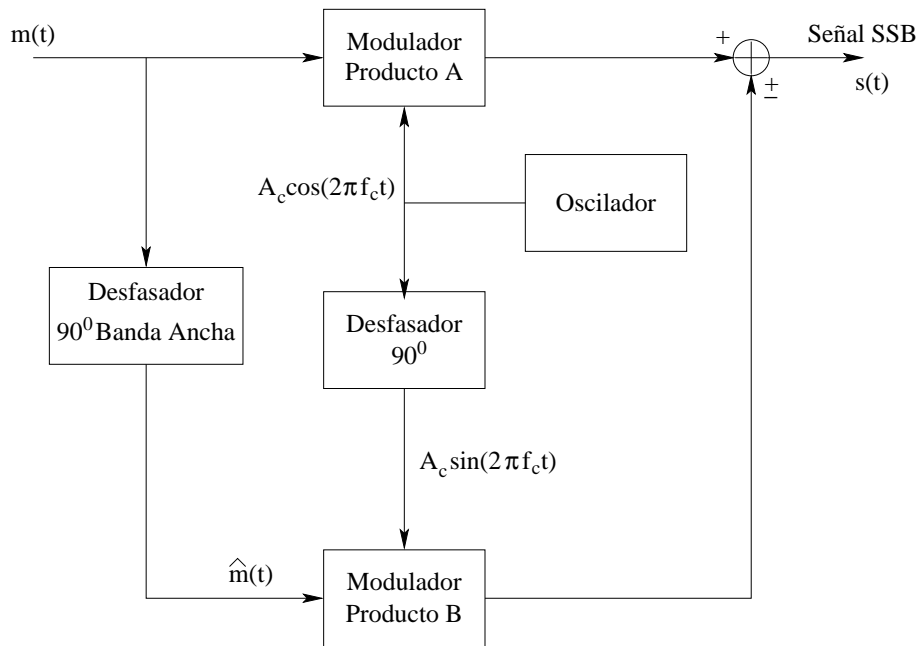


Figura 5.11: Esquema de un modulador de SSB usando discriminación en fase.

colocadas de forma simétrica con respecto a f_c con referencia de fase. La transformada de Hilbert de la señal moduladora, $\hat{m}(t)$, se aplica al modulador producto B, dando lugar a una segunda señal DSB que contiene las mismas bandas laterales con la misma amplitud que en el canal en fase, pero con una fase tal que si se suman las dos señales DSB se cancela una de las bandas laterales y se refuerza la otra. En el caso de que se sumen, tendríamos una señal SSB con banda lateral inferior. Si se restan, la señal SSB sería con banda lateral superior. Este tipo de modulador se denomina **modulador Hartley**.

Para generar la señal $\hat{m}(t)$ en cuadratura con respecto a la señal moduladora original $m(t)$ se necesita una red que desfase 90° cada componente frecuencial de $m(t)$, pero que deje su amplitud sin modificar. En

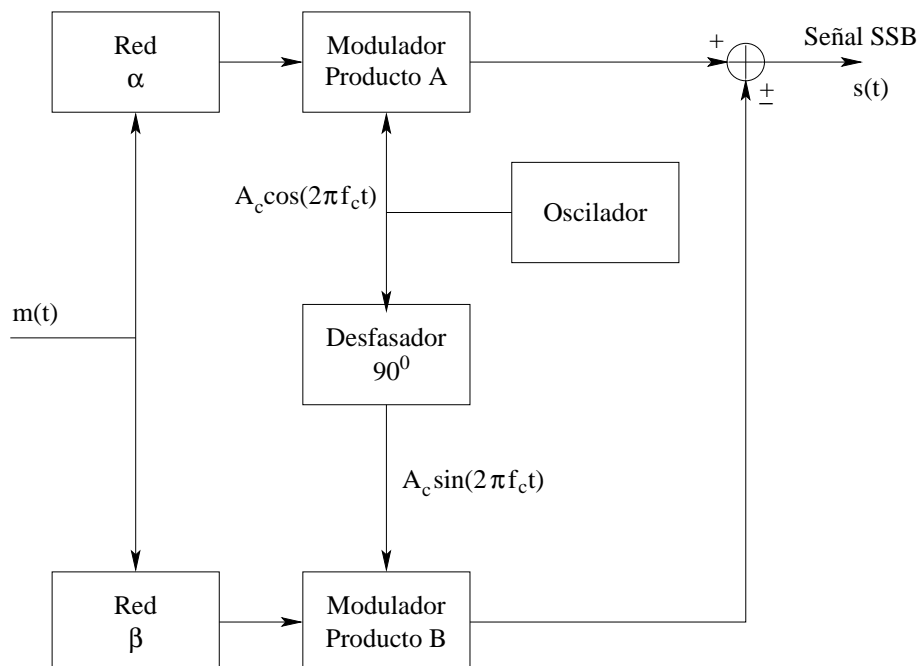


Figura 5.12: Esquema de un modulador de SSB usando discriminación en fase empleando dos redes desfasadoras de banda ancha.

la práctica, es difícil diseñar una red de este tipo para un margen de frecuencias de $m(t)$ suficientemente amplio como para que sea útil en aplicaciones reales. Sin embargo, si se incluye una red desfasadora en ambos canales, se puede mantener un desfase constante de 90° entre ambos canales para cualquier rango de frecuencias con una cierta tolerancia. En este caso el diseño de la figura 5.11 pasaría a ser el de la figura 5.12. Las redes desfasadoras vienen caracterizadas por los desfases α y β , respectivamente. Estos desfases α y β están relacionados mediante

$$\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}. \quad (5.18)$$

Debido a que este tipo de diseño no requiere ninguna etapa de filtrado que requiera una zona de transición muy estrecha, como en el caso del método discriminador en frecuencia, es posible general la señal SSB con un único cambio de frecuencia, independientemente de lo grande que sea la frecuencia f_c final. Sin embargo, el grado en el que se suprime la banda lateral no deseada va a depender de varios factores:

- La precisión de los moduladores balanceados.
- La precisión en la cuadratura de las señales portadoras.
- La precisión de las redes desfasadoras α y β .

Es fácil conseguir una supresión de 20 dB, razonable conseguir una de 30 dB y bastante difícil lograr más allá de 40 dB utilizando este método.

5.4. Demodulación de SSB

Para recuperar la señal banda base $m(t)$ a partir de la señal modulada SSB $s(t)$ se necesita desplazar el espectro $\pm f_c$ para llevar la banda lateral transmitida de nuevo al dominio banda base. Esto se puede lograr utilizando un detector coherente como el de la figura 5.13 que consiste en un modulador producto alimentado por señal sinusoidal generada de forma local sincronizada en frecuencia y fase con la portadora seguido de un filtro paso bajo.

Si se transmitió una señal SSB que emplea la banda lateral superior según

$$s(t) = \frac{1}{2}A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2}A_c \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t), \quad (5.19)$$

la salida del modulador producto vendrá dada por

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{1}{2}A_c A'_c \cos(2\pi f_c t) [m(t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)] \\ &= \frac{1}{4}A_c A'_c m(t) + \frac{1}{4}A_c A'_c [m(t) \cos(4\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(4\pi f_c t)]. \end{aligned} \quad (5.20)$$

En la figura 5.14 se puede ver el espectro de la señal dada por la ecuación (5.20). Los términos no deseados, a frecuencia $2f_c$, se pueden eliminar fácilmente mediante un filtro paso bajo, dando lugar a la señal banda base deseada.

Para que este método sea realizable, debe haber en el receptor una señal sinusoidal a la frecuencia adecuada f_c y con la fase correcta, para poder demodular correctamente la señal SSB. Esto se puede lograr transmitiendo una señal piloto a la frecuencia de la portadora junto con la señal SSB o utilizando

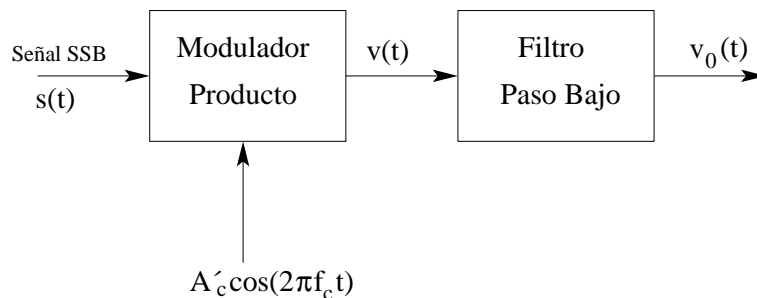


Figura 5.13: Esquema de un detector coherente para demodular SSB.

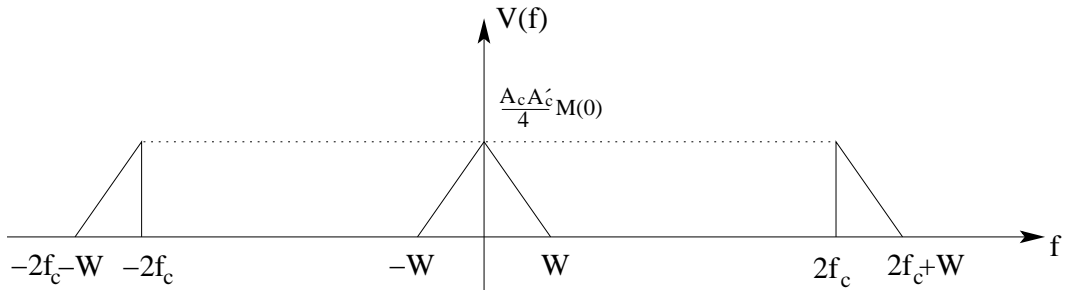


Figura 5.14: Espectro de la señal a la salida del modulador producto del detector coherente.

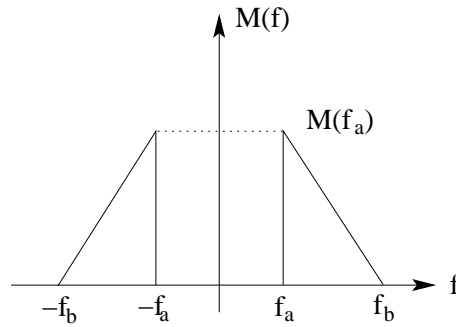


Figura 5.15: Espectro de la señal moduladora original.

un oscilador local muy estable. Cualquier error en la frecuencia o fase del oscilador local del receptor con respecto a la señal portadora original, dará lugar a una distorsión en la señal demodulada. Para evaluar esta distorsión vamos a suponer que la señal generada localmente en el receptor viene dada por

$$A'_c \cos[2\pi(f_c + \Delta f)t]. \quad (5.21)$$

En este caso se puede comprobar fácilmente que la salida del detector coherente viene dada por

$$v_0(t) = \frac{1}{4} A_c A'_c [m(t) \cos(2\pi\Delta f t) + \hat{m}(t) \sin(2\pi\Delta f t)], \quad (5.22)$$

que corresponde a una señal SSB con frecuencia portadora Δf .

Supongamos que el espectro de la señal moduladora original $m(t)$ es el que puede verse gráficamente en la figura 5.15. La señal demodulada dada por la ecuación (5.22) se puede interpretar según los siguientes dos casos:

- Si la señal SSB $s(t)$ es banda lateral superior y Δf es negativo o si la señal SSB tiene banda lateral inferior y Δf es positivo, las componentes de la señal a la salida del demodulador están separadas $|\Delta f|$ hacia las altas frecuencias con respecto a la señal moduladora original, según se puede ver en la figura 5.16.

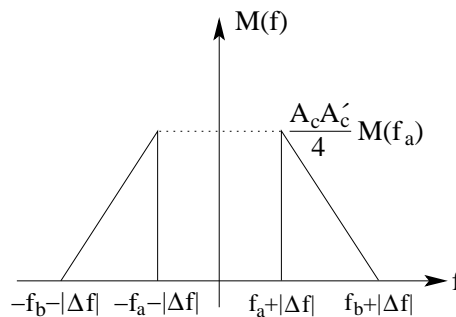


Figura 5.16: Espectro de la señal demodulada en el primer caso.

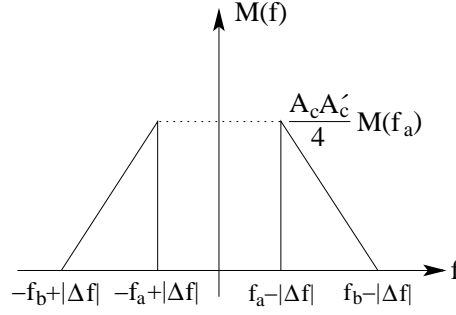


Figura 5.17: Espectro de la señal demodulada en el segundo caso.

- Si la señal SSB $s(t)$ es banda lateral superior y Δf es positivo o si la señal SSB tiene banda lateral inferior y Δf es negativo, las componentes de la señal a la salida del demodulador están separadas $|\Delta f|$ hacia las bajas frecuencias con respecto a la señal moduladora original, según se puede ver en la figura 5.17.

Este tipo de error sólo se da en el caso de modulación SSB. Para reducir el efecto de distorsión debido a un error en la frecuencia del oscilador local del receptor es necesario restringir Δf al rango ± 2 a ± 5 Hz. Esto requiere osciladores muy estables y precisos en ambos extremos si la frecuencia f_c es elevada.

Vamos a considerar ahora el efecto de un error en la fase ϕ en el oscilador local con respecto a la portadora. En este caso la señal sinusoidal generada localmente en el receptor vendrá dada por

$$A'_c \cos(2\pi f_c t + \phi). \quad (5.23)$$

Se puede comprobar fácilmente que la salida del detector coherente viene dada por

$$v_0(t) = \frac{1}{4} A_c A'_c [m(t) \cos(\phi) + \hat{m}(t) \sin(\phi)]. \quad (5.24)$$

Como se puede ver en la ecuación (5.24) aparece una componente no deseada $\hat{m}(t) \sin(\phi)$ que no se puede eliminar mediante filtrado. Vamos a ver que esta distorsión corresponde a una distorsión de fase. La transformada de Fourier de la ecuación (5.24) es

$$V_0(f) = \frac{1}{4} A_c A'_c [M(f) \cos(\phi) + \hat{M}(f) \sin(\phi)]. \quad (5.25)$$

Teniendo en cuenta que se cumple

$$\hat{M}(f) = -j \operatorname{sgn}(f) M(f) \quad (5.26)$$

se tiene en definitiva

$$V_0(f) = \frac{1}{4} A_c A'_c M(f) \cdot \begin{cases} \exp(-j\phi) & f > 0 \\ \exp(j\phi) & f < 0. \end{cases} \quad (5.27)$$

Un error de fase ϕ en el oscilador local da lugar a una distorsión de fase donde cada componente frecuencial de la señal $m(t)$ sufre un desfase constante a la salida del demodulador. Este desfase no suele ser un problema en el caso de señales de voz debido a que el oído suele ser relativamente insensible a la distorsión de fase. En el caso de señales musicales o señales de vídeo, la distorsión de fase es un error no tolerable.

La modulación SSB es la de menor potencia y ancho de banda. Se empleará para la transmisión de forma conjunta de múltiples señales de voz por cable a larga distancia. En este caso se puede separar mucho el receptor del transmisor de forma que quede compensado el mayor coste tanto del transmisor como del receptor. Para evitar la atenuación de la señal debido a la gran separación entre el receptor y el transmisor se emplean repetidores que consisten básicamente en un amplificador de banda ancha que da ganancia de forma conjunta a todas las señales de voz transmitidas por el cable.

Capítulo 6

Modulación Banda Lateral Residual (VSB)

La modulación SSB es buena para el caso de voz en donde no tenemos componentes a baja frecuencia de forma que se puede demodular la señal de forma sencilla. Cuando la señal moduladora $m(t)$ tiene componentes a frecuencias extremadamente bajas (como en el caso de señales de TV), la banda lateral superior e inferior se juntan a la frecuencia de la portadora. Por ello, la modulación SSB no es apropiada debido a la dificultad de aislar una de las bandas laterales. Esto sugiere otro tipo de modulación: la banda lateral residual (**VSB**: Vestige SideBand), que establece un compromiso entre SSB y DSB. En este tipo de modulación se transmite casi completamente una de las bandas laterales, mientras que la otra sólo se transmite una parte muy pequeña (la banda residual). Para el caso de una señal moduladora con ancho de banda W como la de la figura 6.1, el espectro de la señal VSB usando banda residual superior se muestra en la figura 6.2. La cantidad de banda lateral no deseada transmitida (superior) compensa a la cantidad de banda lateral deseada eliminada (inferior).

El ancho de banda requerido para la transmisión de la señal VSB viene dado por

$$B_T = W + f_\nu, \quad (6.1)$$

donde W es el ancho de banda de la señal moduladora $m(t)$ y f_ν es el ancho de la banda residual.

La modulación VSB se puede generar usando el método de discriminación en frecuencia pasando una señal con modulación DSB a través de un filtro $H(f)$ como se muestra en la figura 6.3. El espectro de la

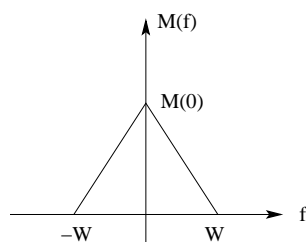


Figura 6.1: Espectro de una señal moduladora limitada en banda.

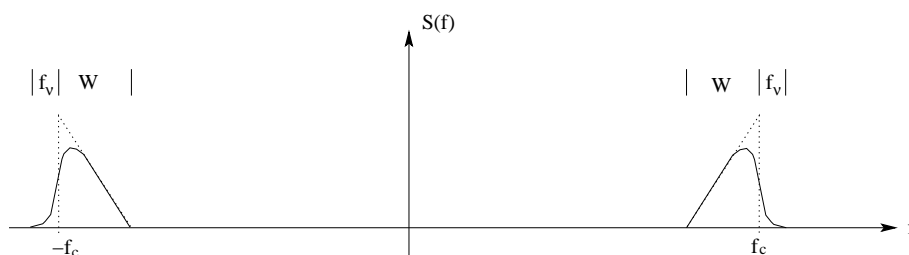


Figura 6.2: Espectro de la señal VSB con banda residual superior.

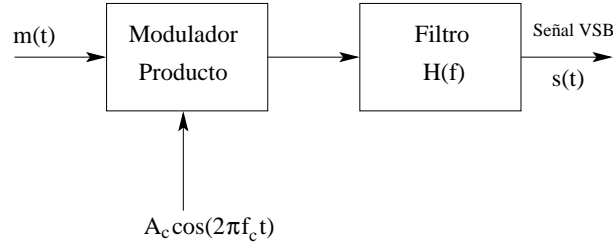


Figura 6.3: Esquema de un modulador VSB usando discriminación en frecuencia.

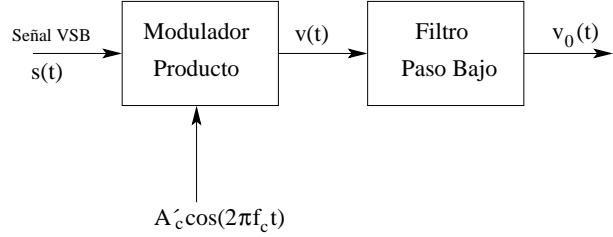


Figura 6.4: Esquema de un detector coherente empleado como demodulador de VSB.

señal VSB modulada $s(t)$ viene dado entonces por

$$S(f) = \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)]H(f). \quad (6.2)$$

Es necesario especificar la función de transferencia del filtro $H(f)$ de modo que $S(f)$ sea la señal VSB deseada. Para hacer esto, la señal modulada se debe poder demodular empleando un detector coherente como el de la figura 6.4. Es necesario, por tanto, determinar que condición tiene que cumplir $H(f)$ de forma que la señal de salida $v_0(t)$ sea proporcional a la señal moduladora original $m(t)$.

La señal a la salida del modulador producto del detector de la figura 6.4 viene dada por

$$v(t) = A'_c \cos(2\pi f_c t) s(t) \quad (6.3)$$

en el dominio del tiempo y por

$$\begin{aligned} V(f) &= \frac{A'_c}{2} [S(f - f_c) + S(f + f_c)] = \frac{A_c A'_c}{4} M(f) [H(f - f_c) + H(f + f_c)] \\ &+ \frac{A_c A'_c}{4} [M(f - 2f_c)H(f - f_c) + M(f + 2f_c)H(f + f_c)] \end{aligned} \quad (6.4)$$

en el de la frecuencia.

En la figura 6.5 se puede ver el espectro deseado de la señal a la salida del modulador producto según la ecuación (6.4). El segundo término de la ecuación (6.4) representa una señal VSB a la frecuencia $2f_c$ y se puede eliminar fácilmente mediante el filtro paso bajo presente en el detector coherente tras el modulador producto según la figura 6.4. Por tanto el espectro de la señal a la salida de dicho filtro paso bajo vendrá dado por

$$V_0(f) = \frac{A_c A'_c}{4} M(f) [H(f - f_c) + H(f + f_c)] \quad (6.5)$$

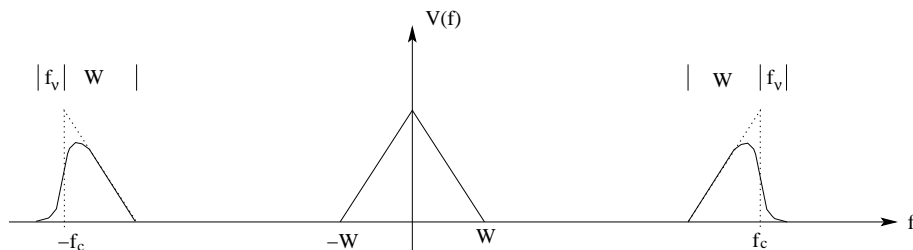


Figura 6.5: Espectro de la señal a la salida del modulador producto.

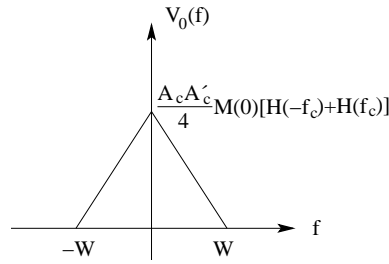


Figura 6.6: Espectro de la señal a la salida del filtro paso bajo.

y por la figura 6.6.

Como la señal a la salida del detector coherente debe ser proporcional a la señal moduladora $m(t)$, para que no haya distorsión el filtro $H(f)$ debe satisfacer

$$H(f - f_c) + H(f + f_c) = 2H(f_c) = k, \quad (6.6)$$

siendo k una constante arbitraria. Como el espectro $M(f)$ de la señal moduladora es cero fuera del intervalo $|f| < W$ sólo es necesario que la restricción dada por la ecuación (6.6) se cumpla en el intervalo frecuencial $|f| < W$.

En la figura 6.7 podemos ver un caso particular del módulo del espectro de dicho filtro en el caso de banda residual inferior para frecuencias positivas. La magnitud de este filtro está normalizada de modo que para $\pm f_c$ valga 0,5. El filtro debe tener simetría impar en el intervalo $|f - f_c| < f_\nu$ en torno al valor 0,5 de modo que cualquier par de frecuencias en torno a f_c la suma de amplitudes de $H(f)$ sea unidad. En el intervalo $f_\nu < f - f_c < W$ la amplitud del filtro debe ser unidad y para frecuencias mayores que W da igual, puesto que la señal DSB a filtrar es cero. La fase de $H(f)$ debe tener igualmente simetría impar con respecto a $\pm f_c$. Para no tener distorsión la fase debe ser lineal en el intervalo $|f - f_c| < W$ y valer cero en $\pm f_c$. Así no tendremos distorsión de fase, sino únicamente un retardo.

Vamos a analizar ahora la señal VSB en el dominio del tiempo, calculando las componentes en fase, $s_c(t)$, y cuadratura, $s_s(t)$, de la señal modulada $s(t)$. Usando la expresión

$$S_c(f) = \begin{cases} S(f - f_c) + S(f + f_c) & |f| < W \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (6.7)$$

se tiene que

$$S_c(f) = \frac{A_c}{2} M(f) [H(f - f_c) + H(f + f_c)] \quad (6.8)$$

para el espectro de la componente en fase. Teniendo ahora en cuenta la restricción para $H(f)$ dada por la ecuación (6.6) y si fijamos $H(\pm f_c) = 0,5$ se tiene

$$S_c(f) = \frac{A_c}{2} M(f) \quad (6.9)$$

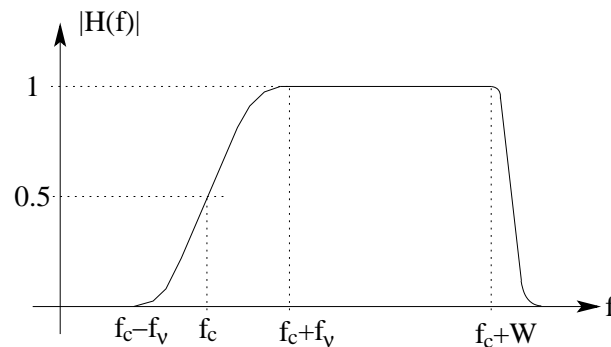


Figura 6.7: Un caso particular del módulo del espectro del filtro $H(f)$ para banda residual inferior.

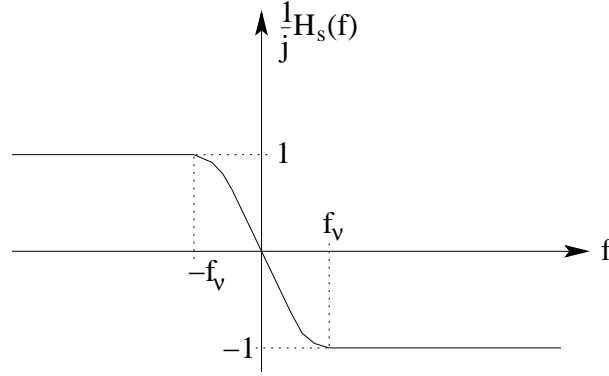


Figura 6.8: Un caso particular del filtro $H_s(f)$ empleado para determinar la componente en cuadratura de la señal modulada.

en el dominio de la frecuencia y

$$s_c(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \quad (6.10)$$

en el dominio del tiempo, respectivamente, para la componente en fase $s_c(t)$ de la señal modulada.

Para determinar ahora la componente en cuadratura $s_s(t)$ de la señal modulada usando la expresión

$$S_s(f) = \begin{cases} j[S(f - f_c) - S(f + f_c)] & |f| < W \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (6.11)$$

se tiene

$$S_s(f) = \frac{j}{2} A_c M(f) [H(f - f_c) - H(f + f_c)] \quad (6.12)$$

para su espectro. La ecuación (6.12) nos sugiere que se puede generar la componente en cuadratura $s_s(t)$ de la señal modulada, salvo por un factor de escala, pasando la señal moduladora $m(t)$ por el filtro $H_s(f)$ dado por

$$H_s(f) = j[H(f - f_c) - H(f + f_c)]. \quad (6.13)$$

Para el caso del filtro $H(f)$ de la figura 6.7, este filtro $H_s(f)$ puede verse en la figura 6.8. Como puede verse es impar en el intervalo $|f| < f_v$. Fuera del intervalo $|f| < W$ puede valer cualquier cosa puesto que $M(f)$ es cero.

Ahora empleando este filtro $H_s(f)$ definido según la ecuación (6.13) se tiene que

$$S_s(f) = \frac{A_c}{2} M(f) H_s(f) = \frac{A_c}{2} M_s(f) \quad (6.14)$$

en el dominio de la frecuencia y

$$s_s(t) = \frac{A_c}{2} m_s(t) \quad (6.15)$$

en el dominio del tiempo, respectivamente, para la componente en cuadratura $s_s(t)$ de la señal modulada, siendo $m_s(t)$ y $M_s(f)$ la señal moduladora a la salida del filtro $H_s(f)$ en el dominio del tiempo y de la frecuencia, respectivamente, cuando la entrada de dicho filtro es $m(t)$.

Usando las ecuaciones (6.10) y (6.15) se puede poner la expresión de la señal modulada $s(t)$ en forma canónica según

$$s(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2} A_c m_s(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (6.16)$$

para el caso de banda residual inferior. La ecuación (6.16) nos da lugar a proponer otro esquema de generación de una señal VSB empleando en este caso discriminación en fase, según la figura 6.9. Al igual que ocurría con SSB el canal en cuadratura y el canal en fase no son independientes. Ambos generan a su salida dos señales DSB, pero que sumadas o restadas permiten eliminar parte de la banda lateral deseada y en su mayor parte la banda residual dando lugar a la señal VSB. En cualquier caso tanto VSB como SSB se pueden demodular empleando detección coherente.

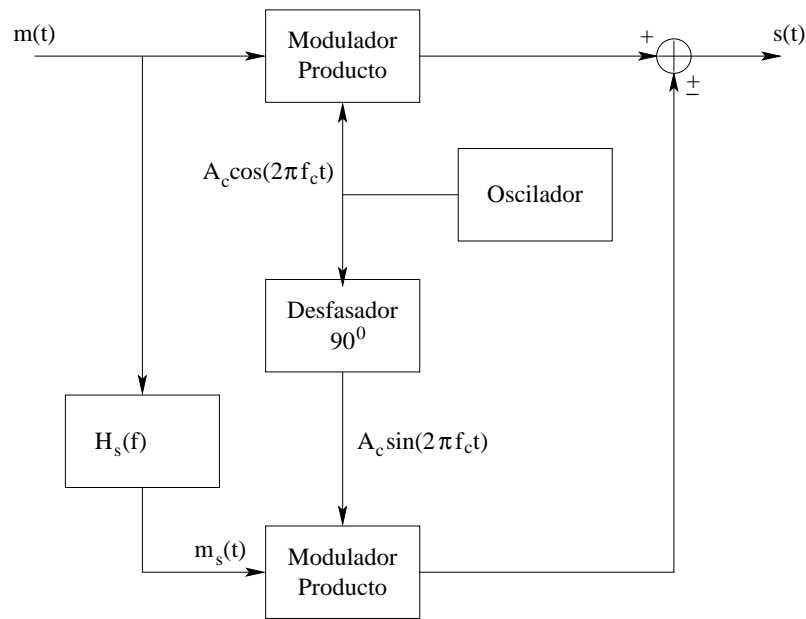


Figura 6.9: Esquema de un modulador VSB usando discriminación en fase.

Si empleamos la banda residual superior en lugar de la inferior para generar la señal VSB es necesario cambiar el signo menos por más en la ecuación (6.16) dando lugar en este caso a

$$s(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} A_c m_s(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (6.17)$$

Si la banda residual se aumenta podemos llegar a que $m_s(t) \approx 0$ por lo que la señal a la salida del esquema de la figura 6.9 es una señal DSB. Por otro lado, si se reduce la banda residual hasta cero, se tiene que $m_s(t) \approx \hat{m}(t)$ y la señal a la salida es una señal SSB. La modulación VSB casi mantiene el ancho de banda de SSB mientras que simultáneamente permite transmitir señales con información hasta frecuencia cero como también permite DSB, pero no SSB. Es un estándar para la transmisión de TV y para señales donde haya componentes a muy baja frecuencia importantes y donde el uso de DSB no sea rentable debido tener un ancho de banda elevado.

En la transmisión de TV no se transmite una señal VSB directamente debido a que la región de transición del filtro $H(f)$ no se controla de forma rígida. En su lugar se inserta el filtro $H(f)$ a la entrada del receptor. El comportamiento global es similar, salvo que se desperdicia algo de ancho de banda y potencia transmitida. En la figura 6.10 se puede ver el filtro $H(f)$ empleado para TV en el receptor.

En el caso de señales de TV para evitar el uso de un detector coherente, que siempre es costoso debido a la necesidad de sincronismo en frecuencia y fase de la portadora generada localmente en el receptor,

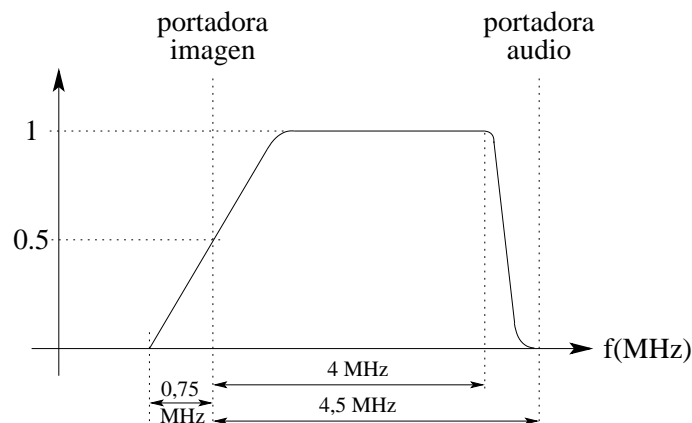


Figura 6.10: Filtro $H(f)$ empleado para recepción VSB de TV.

junto con la señal VSB se transmite la portadora para poder demodular la señal empleando un detector de envolvente sencillo. En concreto, la expresión de la señal modulada $s(t)$ puesta en forma canónica viene dada en este caso por

$$s(t) = A_c \left[1 + \frac{1}{2}k_a m(t) \right] \cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{2}A_c k_a m_s(t) \sin(2\pi f_c t). \quad (6.18)$$

La envolvente natural de la señal modulada dada por la ecuación (6.18) viene dada por

$$a(t) = A_c \sqrt{\left[1 + \frac{1}{2}k_a m(t) \right]^2 + \left[\frac{1}{2}k_a m_s(t) \right]^2} = A_c \left[1 + \frac{1}{2}k_a m(t) \right] \sqrt{1 + \left[\frac{\frac{1}{2}k_a m_s(t)}{1 + \frac{1}{2}k_a m(t)} \right]^2}. \quad (6.19)$$

Como se puede ver el término encerrado bajo la raíz en la última línea de la expresión anterior es un término de distorsión debido a la presencia de la señal $m_s(t)$. Esta distorsión se puede reducir:

- Reduciendo k_a y por tanto el factor de modulación.
- Incrementando el ancho de banda residual, y por tanto reduciendo $m_s(t)$.

En el caso de TV se fija el ancho de la banda residual en $f_\nu = 0,75$ MHz, como puede verse en la figura 6.10, para que la distorsión sea aceptable aunque el tanto por ciento de modulación sea próximo a 100.

Capítulo 7

Traslación en Frecuencia

En algunos casos va a ser necesario trasladar una señal ya modulada de una banda frecuencial a otra. Esto se puede lograr usando un multiplicador o modulador producto seguido de un filtro paso banda. Vamos a considerar la señal DSB dada por

$$s(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t), \quad (7.1)$$

donde $m(t)$ está limitada en banda en el intervalo $|f| < W$. En la figura 7.1 podemos ver esquemáticamente el espectro de la señal DSB.

Vamos a suponer que deseamos modificar la frecuencia f_c a otra nueva f_0 de forma que $f_0 < f_c$. Para lograr esto multiplicamos la señal modulada $s(t)$ por una señal sinusoidal a la frecuencia f_l usando un modulador producto obteniéndose el desarrollo

$$v_1(t) = A'_c \cos(2\pi f_l t) s(t) = A_c A'_c \cos(2\pi f_l t) \cos(2\pi f_c t) m(t) = \frac{A_c A'_c}{2} \cos[2\pi(f_c - f_l)t] + \frac{A_c A'_c}{2} \cos[2\pi(f_c + f_l)t]. \quad (7.2)$$

El espectro de esta señal a la salida del modulador producto se puede ver esquemáticamente en la figura 7.2. Si ahora hacemos que $f_0 = f_c - f_l$, ya tenemos la señal deseada, $v_0(t)$, a la salida de un filtro paso banda de frecuencia central f_0 y ancho de banda $2W$ según

$$v_0(t) = \frac{A_c A'_c}{2} m(t) \cos[2\pi(f_c - f_l)t] = \frac{A_c A'_c}{2} m(t) \cos(2\pi f_0 t) \quad (7.3)$$

en el dominio del tiempo y la figura 7.3 en el dominio de la frecuencia.

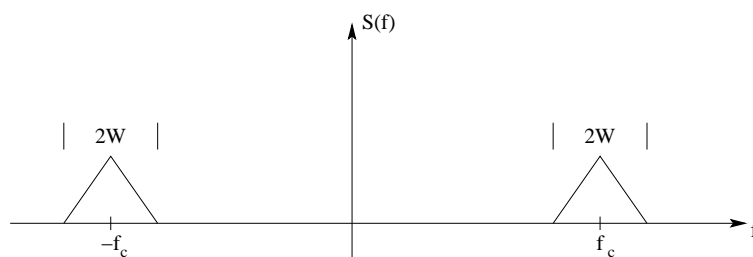


Figura 7.1: Espectro de una señal DSB.

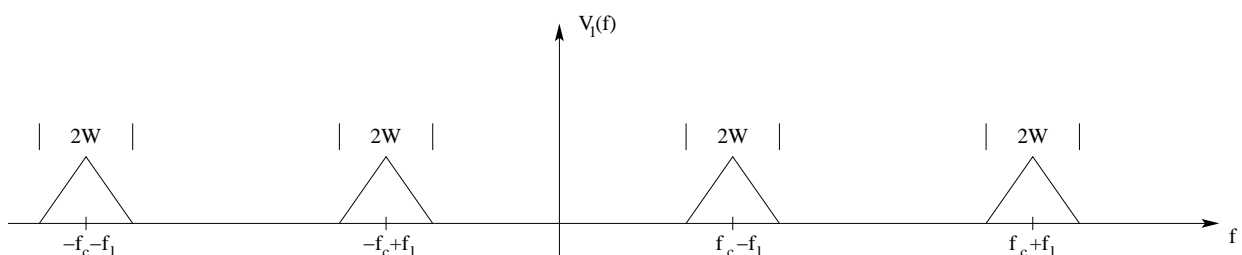


Figura 7.2: Espectro de la señal a la salida del modulador producto.

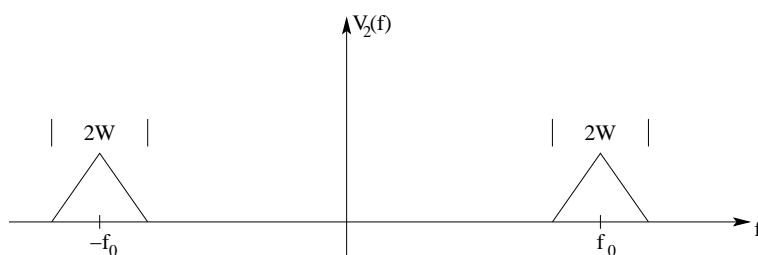


Figura 7.3: Espectro de la señal tras el filtro paso banda.

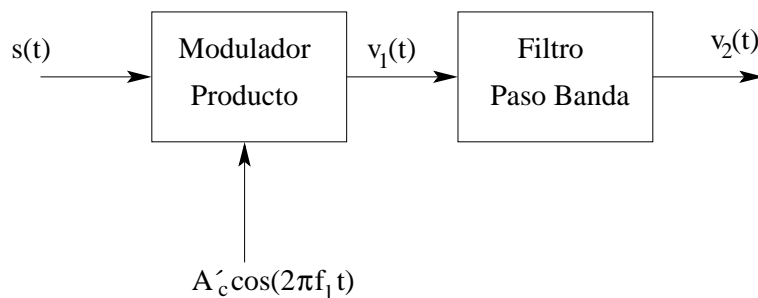


Figura 7.4: Esquema de un mezclador.

La única condición necesaria para que este proceso funcione es que $f_l > W$ para que las componentes de la ecuación (7.2) o equivalentemente de la figura 7.2 no se solapen en frecuencia.

El dispositivo que lleva a cabo este proceso de traslación en frecuencia se denomina **mezclador** (multiplicación y filtrado paso banda). En la figura 7.4 podemos ver un esquema de este dispositivo. El proceso de mezclado es una operación lineal, pues conserva la relación entre frecuencias en las bandas laterales con relación a la portadora, siempre que no se produzca solapamiento frecuencial. En el caso de que se desee trasladar la señal una cantidad f_l más pequeña que el ancho de banda W de la señal moduladora original $m(t)$, se puede llevar a cabo en dos etapas de mezclado que eviten solapamiento. En la primera etapa se lleva a cabo una traslación a una frecuencia auxiliar (mayor o menor que la original una cantidad mayor que W) y posteriormente en la segunda etapa se traslada la señal a la banda deseada.

Capítulo 8

Multiplexación en Frecuencia (FDM)

La multiplexación es el proceso por el cual varias señales independientes de características similares se pueden combinar de algún modo para transmitir las de forma conjunta por el mismo canal de comunicaciones. Existen varios tipos de multiplexación. Los más empleados son multiplexación en tiempo (**TDM**: Time Division Multiplexion) y multiplexación en frecuencia (**FDM**: Frequency Division Multiplexion). En el caso de modulaciones analógicas el único que se puede emplear el FDM.

Se supone que queremos transmitir N señales moduladoras con características similares por el mismo canal de comunicaciones. En la figura 8.1 podemos ver un esquema de FDM. Cada una de las señales moduladoras se pasa por un filtro paso bajo para asegurar que están limitadas en banda en el intervalo $|f| < W$. En el caso de que las señales moduladoras originales ya estén limitadas en banda se podrían suprimir estos filtros paso bajo. Una vez que tenemos las señales moduladoras limitadas en banda se modulan cada una de dichas señales moduladoras por separado usando el mismo esquema de modulación pero de forma que las señales moduladas resultantes no se solapen en frecuencia. Para conseguir esto es necesario tener una portadora diferente para cada señal moduladora. Estas portadoras se obtienen en un módulo generador de portadoras. Las frecuencias de estas portadoras se deben elegir para que las señales moduladas resultantes no se solapen en frecuencia como ya se ha dicho. Si el tipo de modulación empleado es DSB, la separación mínima entre las portadoras será de $2W$. Si se emplea SSB, dicha separación será de W . Tras cada etapa de modulación se emplea un filtro paso banda para limitar la banda de las señales moduladas a su rango específico (para tener mayor seguridad de que no se solapan en frecuencia). En caso de que dichas señales moduladas ya estén limitadas en banda, estos filtros paso banda se podrían eliminar. Las señales así moduladas y filtradas se suman para transmitir las de forma conjunta por el canal de comunicaciones.

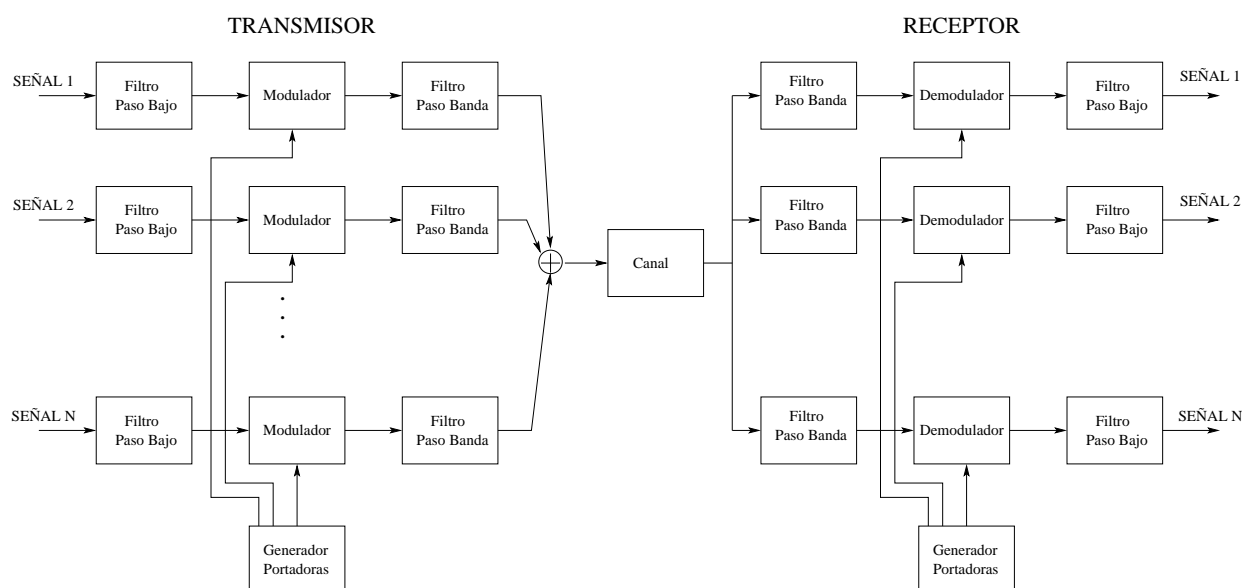


Figura 8.1: Esquema de un sistema FDM.

En recepción se utilizan los mismos filtros paso banda que en transmisión para separar cada una de las N señales moduladas a partir de la señal suma proveniente del canal de comunicaciones. Una vez que se han separado las señales moduladas se demodulan empleando detección coherente usando las mismas portadoras y en el mismo orden que las empleadas en el transmisor obtenidas localmente en un generador de portadoras (salvo que se emplee modulación AM y detector de envolvente). Dichas portadoras deberán estar sincronizadas en frecuencia y fase con las del transmisor.

Este tipo de esquema se emplea en radiodifusión de AM. En este caso las frecuencias portadoras pueden estar en el rango de 535 KHz a 1605 KHz. El canal de transmisión sería aéreo. En enlaces punto a punto se tiene FDM para varias señales procedentes de distintas comunicaciones empleando modulación DSB. En el caso varias conversaciones telefónicas se emplean canales FDM empleando modulación SSB para su transmisión tanto radioeléctrica como por cable. Para radiodifusión de TV se emplea la técnica FDM para transmitir varios canales de TV tanto en VHF como en UHF empleando modulación VSB para cada uno de ellos. Finalmente, en radiodifusión de FM, se emplea FDM en el rango de frecuencias de 88 a 108 MHz.

Si se emplea modulación SSB se puede ahorrar mucha potencia y ancho de banda para la señal FDM, sin embargo, el sistema extremo a extremo se complica debido a la necesidad de sincronismo de portadora (para cada una de las N portadoras) para los detectores coherentes del receptor. Un método utilizado habitualmente para conseguir este sincronismo consiste en transmitir una **frecuencia piloto**. La frecuencia piloto sufrirá los mismos desfases y cambios de frecuencia a lo largo del canal que la señal FDM. Esta frecuencia piloto sincronizada con la señal FDM se utiliza para modular a un conjunto de N osciladores locales en el receptor y así obtener las N portadoras necesarias. Este método cancela todos los desfases y cambios frecuenciales introducidos a lo largo del canal de comunicaciones, pero sigue dependiendo de los errores debidos a los N osciladores locales del receptor, que modulan la frecuencia piloto. Este error se suele mantener dentro de unos límites aceptables para señales de voz (conversaciones telefónicas) empleando osciladores de cristal suficientemente exactos.