
ANÁLISIS DE LA CALIDAD EN MODULACIONES ANALÓGICAS.

Marcos Martín Fernández

E. T. S. de Ingenieros de Telecomunicación

Universidad de Valladolid.

CONTENIDOS

INDICE DE FIGURAS	vii
1. SNR Y FOM.	1
2. ANÁLISIS DEL RUIDO EN MODULACIONES DE AMPLITUD.	3
2.1. Receptores de AM y Modelo Funcional.	3
2.2. SNR y FOM para Detección Coherente de DSB.	6
2.3. SNR y FOM para Detección Coherente de SSB.	10
2.4. SNR y FOM para Detección de Envolvente en AM.	14
3. ANÁLISIS DEL RUIDO EN FM.	21
3.1. Receptores de FM y Modelo Funcional.	21
3.2. SNR y FOM en Receptores de FM para CNR elevado.	23
3.3. Caso Moduladora Sinusoidal para CNR Elevado.	29
3.4. Efecto Captura.	30
3.5. Efecto Umbral en FM.	30
3.6. Reducción del Umbral.	36
3.7. Redes de Pre-énfasis y De-énfasis.	38
4. COMPARACIÓN DE LA CALIDAD DE LOS SISTEMAS.	41

INDICE DE FIGURAS

Capítulo 1

- 1.1. Modelo empleado para determinar la SNR del canal. 1

Capítulo 2

- 2.1. Receptor de AM heterodino. 3
2.2. Modelo funcional de receptor de amplitud empleado para el análisis del ruido. 4
2.3. Respuesta en amplitud del filtro IF equivalente. 5
2.4. Densidad espectral del ruido a la entrada del demodulador. 5
2.5. Modelo funcional de receptor cuando el demodulador es un detector coherente. 6
2.6. Densidad espectral de potencia de la señal moduladora. 6
2.7. Densidad espectral de potencia de la señal modulada. 7
2.8. Densidad espectral de la componente en fase y cuadratura del ruido. 9
2.9. Densidad espectral del ruido a la entrada del demodulador para SSB. 12
2.10. Densidad espectral de la componente en fase y cuadratura del ruido para SSB. 12
2.11. Densidad espectral de $n'_c(t)$ y de $n'_s(t)$. 13
2.12. Modelo funcional de receptor cuando el demodulador es un detector de envolvente. 14
2.13. Diagrama fasorial de la señal a la entrada del detector de envolvente para CNR elevado. 16
2.14. Diagrama fasorial de la señal a la entrada del detector de envolvente para CNR pequeño. 18

Capítulo 3

- 3.1. Receptor de FM heterodino. 21
3.2. Modelo funcional de receptor de FM empleado para el análisis del ruido. 22
3.3. Respuesta en amplitud del filtro IF equivalente. 22
3.4. Densidad espectral del ruido a la salida del filtro IF equivalente. 23
3.5. Diagrama fasorial para la señal a la salida del filtro IF equivalente. 25
3.6. Densidad espectral de la componente en fase y cuadratura del ruido. 27
3.7. Densidad espectral de la componente ruidosa $n_d(t)$ a la entrada del filtro de postdetección. 28
3.8. Densidad espectral de la componente ruidosa $n_o(t)$ a la salida del filtro de postdetección. 28
3.9. Diagrama fasorial para la señal a la salida del filtro IF equivalente para la portadora sin modular. 31
3.10. Un caso particular para la fase de la resultante donde se pueden apreciar saltos instantáneos de fase. 32
3.11. Señal a la salida del discriminador de frecuencias con clicks. 32
3.12. Señal a la salida del receptor con clicks. 32
3.13. SNR a la salida en función del valor de CNR. 35
3.14. Efecto en la SNR a la salida en un receptor con extensión o reducción del umbral. 36
3.15. Diagrama de bloques de un demodulador empleando FMFB. 37
3.16. Densidad espectral de potencia de ruido a la salida de un receptor de FM. 38
3.17. Densidad espectral de potencia típica para la señal moduladora. 38
3.18. Redes de pre-énfasis y de-énfasis en FM. 39
3.19. Ejemplo de filtro de pre-énfasis muy utilizado en la práctica. 40

3.20. Ejemplo de filtro de de-énfasis muy utilizado en la práctica. 40

Capítulo 4

4.1. Representación de la SNR a la salida del receptor en función de la SNR del canal para los diferentes tipos de modulación. 42

SNR Y FOM.

Una medida útil de la calidad o fidelidad de un receptor es la **relación señal a ruido** (**SNR**: Signal to Noise Ratio) a la salida definida según la ecuación (1.1), siendo W el ancho de banda de la señal moduladora $m(t)$.

$$\text{SNR}_O = \frac{\text{Potencia media de señal demodulada a la salida del receptor}}{\text{Potencia media de ruido a la salida del receptor en el ancho de banda } W} \quad (1.1)$$

La definición de la SNR a la salida no es ambigua siempre que la señal y ruido aparezcan sumados a la salida del receptor. Este requerimiento se satisface de forma exacta en el caso de receptores lineales (como es el caso del detector coherente) y de forma aproximada en el caso de receptores no lineales (como es el caso del detector de envolvente), siempre que la potencia de ruido sea pequeña comparada con la potencia de señal a la entrada, en este segundo caso.

El valor de SNR a la salida depende de varios factores como por ejemplo del tipo de modulación empleada en el transmisor y del tipo de demodulación utilizada en el receptor. Sería deseable poder comparar valores de SNR para diferentes esquemas de modulación y demodulación. Vamos a poder hacer esta comparación teniendo en cuenta que el sistema de lugar a la misma potencia de señal modulada y el mismo ruido en el ancho de banda W en el canal. Se define por tanto la SNR del canal según la ecuación (1.2).

$$\text{SNR}_C = \frac{\text{Potencia media de señal modulada a la entrada del receptor}}{\text{Potencia media de ruido a la entrada del receptor en el ancho de banda } W} \quad (1.2)$$

La SNR dada por la ecuación (1.2) se puede ver como la que resulta de transmitir la señal moduladora $m(t)$ directamente por el canal sin modular, según puede verse gráficamente en la figura 1.1. Es decir, se está suponiendo que:

- La potencia de la señal de información $m(t)$ a la entrada del filtro paso bajo es la misma que la potencia de la señal modulada.

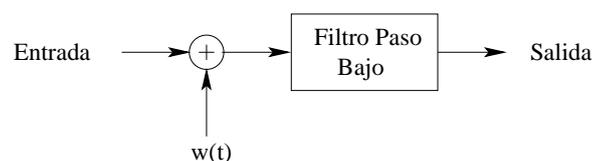


Figura 1.1 Modelo empleado para determinar la SNR del canal.

- El filtro paso bajo deja pasar la señal de información $m(t)$ sin modificarla y elimina todo el ruido fuera del ancho de banda W .

Para poder comparar las prestaciones frente al ruido de diferentes sistemas de modulación y demodulación, vamos a normalizar la SNR a la salida entre la SNR del canal, obteniéndose así el valor **FOM** (Figure of Merit) según la ecuación (1.3). Cuanto mayor sea el valor FOM mayor calidad frente al ruido tendrá nuestro sistema de comunicaciones.

$$\text{FOM} = \frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_C} \quad (1.3)$$

Finalmente, otra SNR de interés es la SNR a la entrada del receptor definida según la ecuación (1.4), donde B_T es el ancho de banda de la señal modulada.

$$\text{SNR}_I = \frac{\text{Potencia media de señal modulada a la entrada del receptor}}{\text{Potencia media de ruido a la entrada del receptor en el ancho de banda } B_T} \quad (1.4)$$

La relación entre la SNR a la salida y la SNR a la entrada, según la ecuación (1.5), me va a dar la ganancia en SNR del receptor empleado.

$$\frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_I} \quad (1.5)$$

Como ya veremos, en el caso de receptores no lineales siempre va a ser necesario realizar una aproximación para poder separar a la salida del receptor la señal y el ruido. Para ello habrá que suponer que la potencia de ruido es pequeña con respecto a la de señal. Una medida que nos va a determinar esta relación en potencias que permita separar señal y ruido a la salida de un receptor no lineal es la **relación portadora a ruido** (**CNR**: Carrier to Noise Ratio) definida por la ecuación (1.6).

$$\rho = \text{CNR} = \frac{\text{Potencia media de portadora}}{\text{Potencia media de ruido a la entrada del receptor en el ancho de banda } B_T} \quad (1.6)$$

ANÁLISIS DEL RUIDO EN MODULACIONES DE AMPLITUD.

El análisis de los efectos del ruido en el funcionamiento del receptor es uno de los temas de estudio más comunes en sistemas de comunicación, de forma que se puedan utilizar estos resultados para diseñar el sistema mejor. Otro aspecto importante es poder comparar el funcionamiento frente al ruido de los diferentes esquemas de modulación y demodulación existentes. Usando las definiciones de SNR y la CNR definidos en el capítulo 1 se puede hacer esto de forma sencilla.

Se va a suponer que el ruido introducido en el canal de comunicaciones es blanco, estacionario, Gaussiano y con media cero. Esta suposición además de ser analíticamente manejable, nos va a permitir entender de qué modo afecta el ruido a nuestro sistema.

En primer lugar vamos a analizar cómo es un receptor real en el caso de modulaciones de amplitud para proponer el modelo funcional simplificado que aplicaremos en nuestro caso. A continuación vamos a analizar las modulaciones DSB y SSB con detección coherente y AM con detector de envolvente.

2.1 RECEPTORES DE AM Y MODELO FUNCIONAL.

El receptor que vamos a utilizar recibe el nombre de **heterodino** que tiene dos etapas de cambio de frecuencia frente al **homodino** con una única etapa. En la figura 2.1 podemos esquemáticamente este tipo de receptor. Este receptor consiste en una sección de **radiofrecuencia** (**RF**: Radio Frequency), un mezclador y un oscilador local que constituyen un conversor de frecuencia, una sección de **frecuencia intermedia** (**IF**: Intermediate Frequency) y el demodulador propiamente dicho.

Los parámetros correspondientes a AM comercial son los siguientes:

- Rango RF: 535 a 1605 KHz.
- Frecuencia IF: 455 KHz.
- Ancho de banda señal moduladora W : 10 KHz.

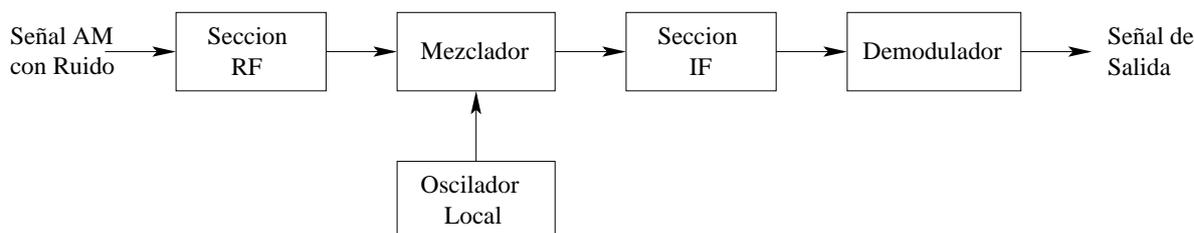


Figura 2.1 Receptor de AM heterodino.

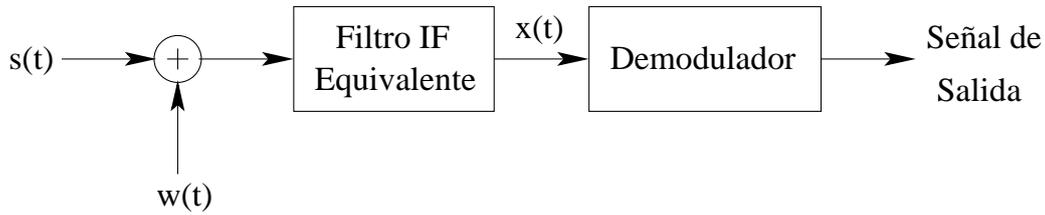


Figura 2.2 Modelo funcional de receptor de amplitud empleado para el análisis del ruido.

La señal modulada en amplitud se capta mediante una antena. Esta señal se amplifica y filtra en la sección RF, que está sintonizada a la frecuencia de la portadora (filtro paso banda). Puesto que esta frecuencia portadora es variable esta sección también lo es.

El mezclador, junto con el oscilador local variable, convierte la frecuencia portadora de entrada RF de valor variable en una frecuencia portadora de salida IF de valor fijo menor que la de RF. Esta conversión se realiza sin modificar la señal modulada (portadora y bandas laterales). La relación entre las frecuencias portadoras y la del oscilador local viene dada por la ecuación (2.1), donde f_{RF} es la frecuencia portadora de RF, f_{IF} es la frecuencia portadora de IF y f_{LO} es la frecuencia del oscilador local (LO: Local Oscillator).

$$f_{IF} = f_{RF} - f_{LO} \quad (2.1)$$

En muchas ocasiones al conversor de frecuencias se le denomina **primer detector** y al demodulador **segundo detector** (para distinguir este receptor del homodino con una única etapa de detección).

La sección IF consiste en uno o más amplificadores sintonizados (filtro paso banda) con un ancho de banda B_T según corresponda al tipo de modulación empleada. Como en la sección IF la frecuencia portadora es fija, esta sección es la que proporciona mayor ganancia y selectividad (es mucho más sencillo hacer esto a una frecuencia fija que a una variable). La salida de esta sección se aplica al demodulador que permite obtener una señal proporcional a la moduladora $m(t)$. En el caso de que se emplee un detector coherente se debe proporcionar a este detector una señal sinusoidal sincronizada en frecuencia y fase a la frecuencia IF. La última etapa del receptor es un amplificador de la señal banda base demodulada.

La señal de salida del conversor de frecuencia es la señal de entrada al conversor desplazada $\pm f_{IF}$ respecto a la frecuencia del oscilador local f_{LO} cuando $f_{LO} > f_{IF}$ o desplazada $\pm f_{LO}$ respecto a la frecuencia f_{IF} cuando $f_{LO} < f_{IF}$. Es decir, dos señales de entrada al conversor con frecuencias $|f_{LO} \pm f_{IF}|$ darán lugar dos señales a la frecuencia f_{IF} a la salida que no se podrán separar en la sección IF. Las señales correspondientes RF estarán separadas $2f_{IF}$ cuando $f_{LO} > f_{IF}$ ó $2f_{LO}$ cuando $f_{LO} < f_{IF}$. Por eso es necesario utilizar una sección RF mínimamente selectiva a la frecuencia f_{RF} , para eliminar de las dos señales que pasan a través del mezclador y la sección IF la denominada **banda imagen** de la banda de interés. Esta señal imagen si no se elimina adecuadamente en la sección RF, dará lugar a distorsión de la señal demodulada. Cuanto más selectivo sea el filtro de RF, menor cantidad de señal imagen estará presente a la entrada del demodulador.

Para el análisis del ruido vamos a proponer un modelo funcional de receptor como el de la figura 2.2. Consiste en un filtro de IF equivalente seguido del demodulador. El filtro IF equivalente representa la combinación de la sección de RF, el mezclador y la sección IF colocadas en cascada. A la entrada de este filtro tenemos la suma de la señal modulada $s(t)$ trasladada en frecuencia a la banda IF y amplificada. Esta señal modulada viene perturbada por la presencia del ruido $w(t)$ a la entrada del receptor. Este ruido se va a suponer, por consideraciones analíticas, que es aditivo, blanco, Gaussiano (**AWGN**: Additive White Gaussian Noise), con media cero y densidad espectral de potencia dada por la ecuación (2.2). N_0 representa la potencia media de ruido por unidad de ancho de banda a la entrada del receptor.

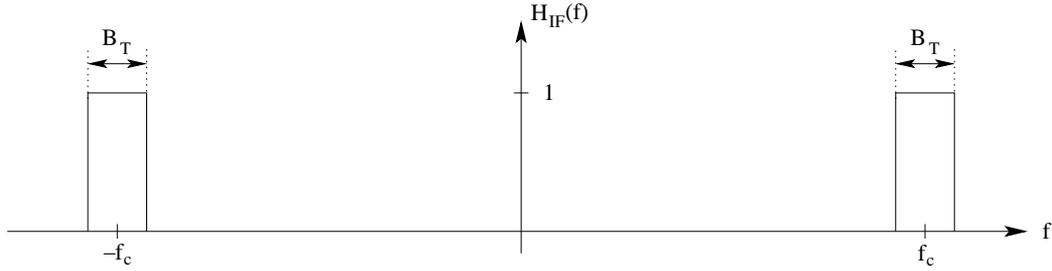


Figura 2.3 Respuesta en amplitud del filtro IF equivalente.

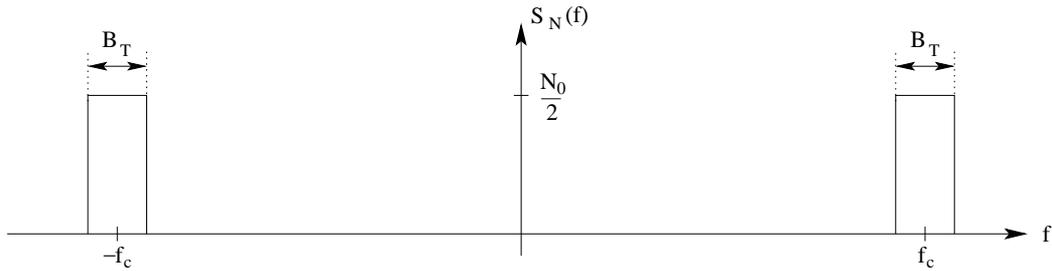


Figura 2.4 Densidad espectral del ruido a la entrada del demodulador.

$$S_W(f) = \frac{N_0}{2} \quad (2.2)$$

El filtro IF equivalente tiene como ancho de banda B_T , es decir, el ancho de banda de la señal modulada $s(t)$ para dejar pasar a ésta sin distorsión y eliminar la mayor cantidad de ruido posible. Excepto para SSB la frecuencia central del filtro coincide con la de la portadora f_c de la banda IF. Teóricamente este filtro debería ser la combinación de las respuestas de los filtros de RF e IF, pero por simplicidad se va a suponer que el filtro IF equivalente es ideal de forma que su respuesta en amplitud sea la que se puede ver en la figura 2.3.

La señal $x(t)$ a la salida del filtro IF equivalente viene dada por la ecuación (2.3), donde $n(t)$ es el ruido a la salida del filtro IF equivalente cuando a la entrada tenemos el ruido blanco $w(t)$. Podemos poner la densidad espectral de potencia del ruido filtrado $n(t)$ (excepto para SSB) según la ecuación (2.4) y la figura 2.4. Este ruido se puede considerar de banda estrecha, puesto que el ancho de banda B_T suele ser bastante menor que la frecuencia de la portadora f_c en la banda IF.

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (2.3)$$

$$S_N(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & f_c - \frac{B_T}{2} \leq |f| \leq f_c + \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (2.4)$$

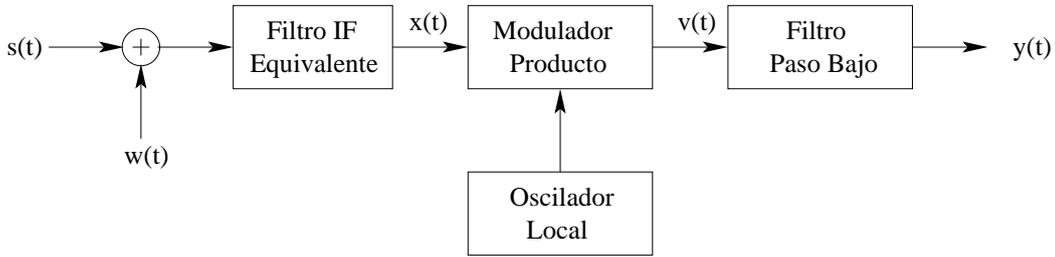


Figura 2.5 Modelo funcional de receptor cuando el demodulador es un detector coherente.

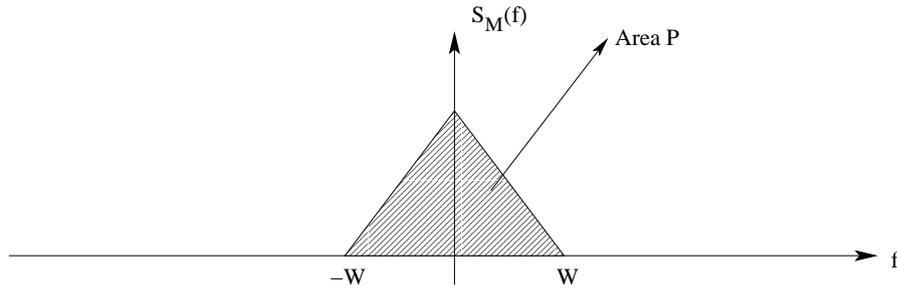


Figura 2.6 Densidad espectral de potencia de la señal moduladora.

2.2 SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE DSB.

La detección coherente consistía en multiplicar la señal IF $x(t)$ por una señal sinusoidal generada localmente $\cos(2\pi f_c t)$ y pasar el resultado por un filtro paso bajo de ancho de banda W , el de la señal moduladora $m(t)$. Vamos a suponer que mediante algún procedimiento hemos conseguido que la señal sinusoidal a frecuencia f_c generada localmente guarde perfecto sincronismo de frecuencia y fase con la de la señal modulada $s(t)$. Puesto que no va a influir (afecta por igual a señal y a ruido) vamos a suponer que la amplitud de esta señal es unidad. El modelo funcional del receptor para este caso se puede ver en la figura 2.5.

La componente de señal a la salida del receptor va a ser proporcional a la señal moduladora $m(t)$. Además la componente de ruido a la salida siempre aparece sumada a la componente de señal y no afecta a ésta última, independientemente del nivel de CNR que tengamos en el canal. Esto es característico del detector coherente ya que es un detector lineal.

La expresión para la señal DSB es la dada por la ecuación (2.5), con $m(t)$ la señal moduladora y $A_c \cos(2\pi f_c t)$ la portadora.

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) m(t) \quad (2.5)$$

Vamos a suponer que $m(t)$ es una función muestra de un proceso estacionario $M(t)$ de media cero, ancho de banda W y densidad espectral de potencia $S_M(f)$ dada por la figura 2.6. La potencia de la señal moduladora P viene dada por el área debajo de su densidad espectral según la ecuación (2.6).

$$P = \int_{-W}^W S_M(f) df \quad (2.6)$$

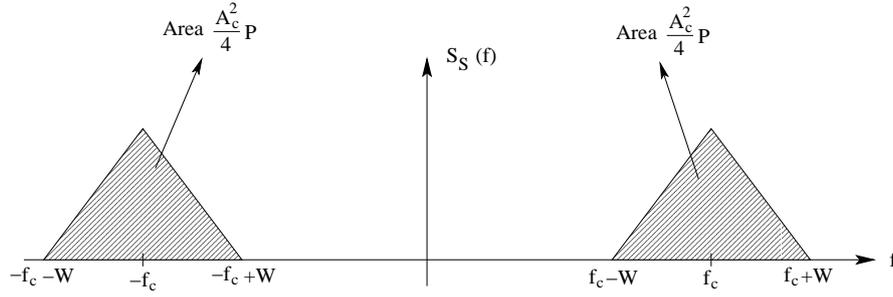


Figura 2.7 Densidad espectral de potencia de la señal modulada.

La señal portadora se puede considerar también una señal muestra de un proceso. En este caso la aleatoriedad viene dada por medio de la fase inicial de la portadora. La fase inicial se supone que es una variable aleatoria uniforme distribuida en el intervalo $[-\pi, \pi]$. Además esta fase aleatoria es independiente de la señal moduladora $M(t)$. Entonces se puede comprobar que la densidad espectral de la señal modulada $S_S(f)$ viene dada por la ecuación (2.7). En la figura 2.7 podemos ver la densidad espectral de potencia de la señal modulada.

$$S_S(f) = \frac{A_c^2}{4} [S_M(f - f_c) + S_M(f + f_c)] \quad (2.7)$$

A partir de la figura 2.7 se puede determinar la potencia de la señal a la entrada P_{S_I} obteniéndose la ecuación (2.8). Además, la potencia de ruido en el ancho de banda W de la señal moduladora $m(t)$ (potencia de ruido del canal P_{N_C}) viene dada por la ecuación (2.9). Dividiendo ambas potencias obtenemos la SNR del canal según la ecuación (2.10).

$$P_{S_I} = \frac{A_c^2 P}{2} \quad (2.8)$$

$$P_{N_C} = W N_0 \quad (2.9)$$

$$\text{SNR}_C = \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2 P}{2 W N_0} \quad (2.10)$$

El ancho de banda de la señal modulada $s(t)$ viene dado por la ecuación (2.11), por lo que la potencia de ruido en el ancho de banda B_T de la señal modulada (potencia de ruido a la entrada P_{N_I}) viene dada por la ecuación (2.12). Ahora podemos calcular la SNR a la entrada según la ecuación (2.13).

$$B_T = 2W \quad (2.11)$$

$$P_{N_I} = B_T N_0 = 2W N_0 \quad (2.12)$$

$$\text{SNR}_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2 P}{4WN_0} \quad (2.13)$$

La potencia de portadora P_C viene dada por la ecuación (2.14). La CNR viene dada entonces por la ecuación (2.15).

$$P_C = \frac{A_c^2}{2} \quad (2.14)$$

$$\rho = \text{CNR} = \frac{P_C}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{4WN_0} \quad (2.15)$$

Ahora vamos a determinar la señal a la salida del receptor para poder calcular los parámetros que nos faltan. El ruido $n(t)$ como es de banda estrecha se puede poner en forma canónica según la ecuación (2.16), donde $n_c(t)$ es la componente en fase y $n_s(t)$ es la componente en cuadratura. Además ya que en DSB la frecuencia portadora f_c está situada en la mitad del ancho de banda de transmisión B_T , la frecuencia central del ruido coincide con f_c según la ecuación (2.16).

$$n(t) = n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (2.16)$$

La señal $x(t)$ a la entrada del detector coherente viene dada por la ecuación (2.17). La señal $v(t)$ a la salida del modulador producto de la figura 2.5 viene dada por la ecuación (2.18).

$$x(t) = s(t) + n(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) m(t) + n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (2.17)$$

$$v(t) = x(t) \cos(2\pi f_c t) = \frac{1}{2} A_c m(t) + \frac{1}{2} n_c(t) + \frac{1}{2} [A_c m(t) + n_c(t)] \cos(4\pi f_c t) - \frac{1}{2} n_s(t) \sin(4\pi f_c t) \quad (2.18)$$

El filtro paso bajo del detector coherente elimina las componentes a alta frecuencia, por lo que la salida del receptor viene dada por la ecuación (2.19).

$$y(t) = \frac{1}{2} A_c m(t) + \frac{1}{2} n_c(t) \quad (2.19)$$

La ecuación (2.19) indica que la señal moduladora $m(t)$ y la componente en fase del ruido $n_c(t)$, aparecen sumados a la salida del receptor. El detector coherente rechaza la componente en cuadratura del ruido $n_s(t)$. La potencia de la componente de señal a la salida P_{S_O} viene dada por la ecuación (2.20).

$$P_{S_O} = \frac{A_c^2}{4} P \quad (2.20)$$

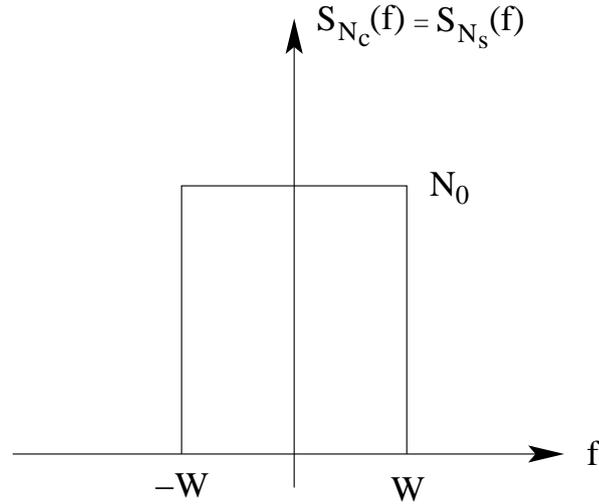


Figura 2.8 Densidad espectral de la componente en fase y cuadratura del ruido.

Para determinar la potencia de la componente de ruido a la salida es necesario determinar la densidad espectral de potencia de la componente en fase. La densidad espectral de potencia de la componente en fase es igual que la de la componente en cuadratura según la ecuación (2.21). Teniendo en cuenta que la densidad espectral de potencia del ruido paso banda viene dada por la ecuación (2.4) o por la figura 2.4, la densidad espectral de la componente en fase y de la componente en cuadratura viene dada por la ecuación (2.22) o por la figura 2.8

$$S_{N_C}(f) = S_{N_S}(f) = \begin{cases} S_N(f - f_c) + S_N(f + f_c) & |f| < \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (2.21)$$

$$S_{N_C}(f) = S_{N_S}(f) = \begin{cases} N_0 & |f| \leq W \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (2.22)$$

Ahora se puede determinar la potencia de la componente de ruido de la salida del receptor P_{N_O} , obteniéndose la ecuación (2.23). La SNR a la salida viene dada por la ecuación (2.24).

$$P_{N_O} = \frac{1}{2}WN_0 \quad (2.23)$$

$$\text{SNR}_O = \frac{P_{S_O}}{P_{N_O}} = \frac{A_c^2 P}{2WN_0} \quad (2.24)$$

Finalmente, el valor FOM viene dado por la ecuación (2.25) y la relación entre la SNR a la salida y a la entrada por la ecuación (2.26). Es decir, el sistema es equivalente al de la figura 1.1 o lo que es lo mismo a transmitir la señal sin modular. La modulación DSB simplemente traslada la señal a una banda diferente. Además el receptor tiene doble SNR a la salida que a la entrada debido fundamentalmente a que el detector coherente es capaz de eliminar la componente en cuadratura del ruido, en este caso.

$$\text{FOM} = \frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_C} = 1 \quad (2.25)$$

$$\frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_I} = 2 \quad (2.26)$$

2.3 SNR Y FOM PARA DETECCIÓN COHERENTE DE SSB.

En este caso vamos a emplear también un receptor coherente, por lo que el modelo funcional sigue siendo el dado por la figura 2.5. Vamos a suponer que se transmite la banda lateral inferior (todo el proceso que sigue se puede repetir para banda lateral superior, obteniéndose los mismos resultados). En este caso, la expresión para la señal modulada viene dada por la ecuación (2.27).

$$s(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(2\pi f_c t) + \frac{A_c}{2} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (2.27)$$

Se pueden hacer las siguientes observaciones:

- Las componentes $m(t)$ y $\hat{m}(t)$ son ortogonales. Entonces, si $m(t)$ tiene media cero, se sigue que $m(t)$ y $\hat{m}(t)$ son incorreladas, de modo que sus densidades espectrales de potencia son aditivas.
- La transformada de Hilbert de $m(t)$ se calcula pasando la señal $m(t)$ por un filtro cuya función de transferencia es $-j\text{sgn}(f)$. La respuesta en amplitud de este sistema es unidad. Por lo tanto, la densidad espectral de potencia de $m(t)$ y de $\hat{m}(t)$ es la misma.

El primer término de la ecuación (2.27) es una señal DSB cuya potencia es $A_c^2 P/8$. Además, el segundo término de esta ecuación también es una señal DSB y, según lo dicho, su potencia es $A_c^2 P/8$. Como estos dos términos son incorrelados las potencias son aditivas, por lo que la potencia de la señal modulada a la entrada P_{S_I} viene dada por la ecuación (2.28). Comparando esta potencia con la de DSB dada por la ecuación (2.8), resulta ser la mitad como era de esperar ya que SSB transmite una banda lateral de las dos que tiene DSB.

$$P_{S_I} = \frac{A_c^2 P}{4} \quad (2.28)$$

La potencia de ruido en el ancho de banda W de la señal moduladora $m(t)$ (potencia de ruido del canal P_{N_C}) viene dada por la ecuación (2.29). Dividiendo ambas potencias obtenemos la SNR del canal según la ecuación (2.30).

$$P_{N_C} = W N_0 \quad (2.29)$$

$$\text{SNR}_C = \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2 P}{4 W N_0} \quad (2.30)$$

El ancho de banda de la señal modulada $s(t)$ viene dado por la ecuación (2.31), por lo que la potencia de ruido en el ancho de banda B_T de la señal modulada (potencia de ruido a la entrada P_{N_I}) viene dada por la ecuación (2.32). Ahora podemos calcular la SNR a la entrada según la ecuación (2.33). En este caso la SNR a la entrada coincide con la SNR del canal puesto que el ancho de banda de transmisión es igual al de la señal moduladora.

$$B_T = W \quad (2.31)$$

$$P_{N_I} = B_T N_0 = W N_0 \quad (2.32)$$

$$\text{SNR}_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2 P}{4W N_0} \quad (2.33)$$

La potencia de portadora P_C viene dada por la ecuación (2.34). La CNR viene dada entonces por la ecuación (2.35).

$$P_C = \frac{A_c^2}{2} \quad (2.34)$$

$$\rho = \text{CNR} = \frac{P_C}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{2W N_0} \quad (2.35)$$

En el caso de SSB, puesto que la frecuencia portadora f_c no está situada en la mitad del ancho de banda de transmisión B_T , la frecuencia mitad del ruido de banda estrecha ahora no es f_c como en DSB, sino $f_c - W/2$ (para banda lateral superior sería $f_c + W/2$). La forma canónica del ruido viene dada en este caso por la ecuación (2.36).

$$n(t) = n_c(t) \cos \left[2\pi \left(f_c - \frac{W}{2} \right) t \right] - n_s(t) \sin \left[2\pi \left(f_c - \frac{W}{2} \right) t \right] \quad (2.36)$$

Procediendo de forma similar a DSB se pueden determinar las señales $x(t)$, $v(t)$ e $y(t)$ de la figura 2.5, obteniéndose para la señal de salida $y(t)$ la ecuación (2.37). Como era de esperar el detector coherente ha eliminado la componente $\hat{m}(t)$. La componente de señal aparece sumada a las componentes ruidosas gracias a la linealidad del detector coherente. Además, en este caso el detector coherente no ha sido capaz de eliminar la componente en cuadratura del ruido. Aparecen dos términos ruidosos uno función de la componente en fase y otro de la componente en cuadratura del ruido a la entrada.

$$y(t) = \frac{1}{4} A_c m(t) + \frac{1}{2} n_c(t) \cos(\pi W t) + \frac{1}{2} n_s(t) \sin(\pi W t) \quad (2.37)$$

La potencia de la componente de señal a la salida P_{S_O} viene dada por la ecuación (2.38).

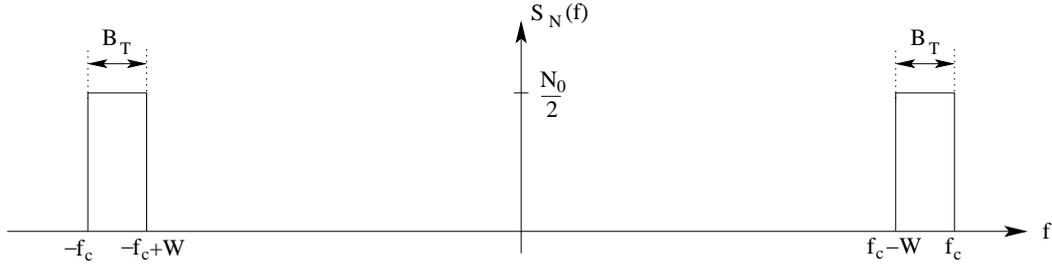


Figura 2.9 Densidad espectral del ruido a la entrada del demodulador para SSB.

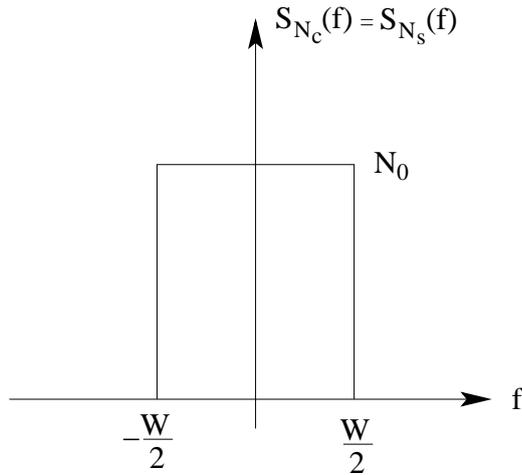


Figura 2.10 Densidad espectral de la componente en fase y cuadratura del ruido para SSB.

$$P_{S_o} = \frac{A_c^2}{16} P \quad (2.38)$$

Para determinar la potencia de la componente de ruido a la salida es necesario determinar la densidad espectral de potencia de las componentes en fase y en cuadratura. La densidad espectral de potencia de la componente en fase es igual que la de la componente en cuadratura según la ecuación (2.21). Ahora, a diferencia de DSB, la densidad espectral de potencia del ruido paso banda viene dada por la ecuación (2.39) o por la figura 2.9. La densidad espectral de la componente en fase y de la componente en cuadratura viene dada por la ecuación (2.40) o por la figura 2.10.

$$S_N(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & f_c - W \leq |f| \leq f_c \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (2.39)$$

$$S_{N_c}(f) = S_{N_s}(f) = \begin{cases} N_0 & |f| \leq \frac{W}{2} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (2.40)$$

Si definimos las componentes ruidosas de las ecuaciones (2.41) y (2.42), suponiendo que los términos sinusoidales tengan una fase aleatoria uniforme en el intervalo $[-\pi, \pi]$ se puede obtener la relación entre densidades espectrales dada por la ecuación (2.43).

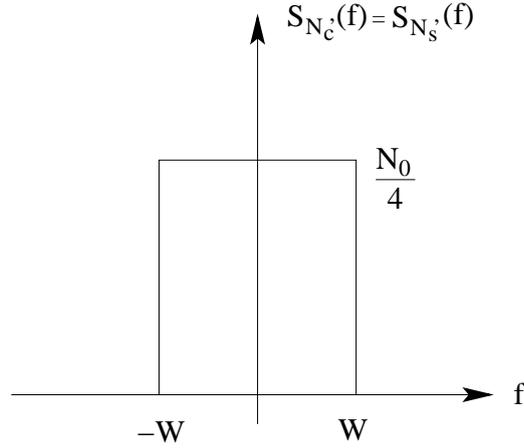


Figura 2.11 Densidad espectral de $n'_c(t)$ y de $n'_s(t)$.

$$n'_c(t) = n_c(t) \cos(\pi W t) \quad (2.41)$$

$$n'_s(t) = n_s(t) \sin(\pi W t) \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} S_{N'_c}(f) = S_{N'_s}(f) &= \frac{1}{4} \left[S_{N_c} \left(f - \frac{W}{2} \right) + S_{N_c} \left(f + \frac{W}{2} \right) \right] \\ &= \frac{1}{4} \left[S_{N_s} \left(f - \frac{W}{2} \right) + S_{N_s} \left(f + \frac{W}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

La densidad espectral de $n'_c(t)$ y de $n'_s(t)$ viene dada por la ecuación (2.44) o por la figura 2.11.

$$S_{N'_c}(f) = S_{N'_s}(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{4} & |f| \leq W \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (2.44)$$

Finalmente, puesto que la potencia de $n'_c(t)$ y de $n'_s(t)$ es aditiva, la potencia de la componente ruidosa P_{N_0} de la señal $y(t)$ a la salida del receptor dada por la ecuación (2.37) viene dada por la ecuación (2.45). La SNR a la salida viene dada por la ecuación (2.46).

$$P_{N_0} = \frac{1}{4} W N_0 \quad (2.45)$$

$$\text{SNR}_O = \frac{P_{S_O}}{P_{N_0}} = \frac{A_c^2 P}{4 W N_0} \quad (2.46)$$

El valor FOM viene dado por la ecuación (2.47) y la relación entre la SNR a la salida y a la entrada por la ecuación (2.48). Es decir, el sistema es equivalente al de la figura 1.1 o lo que es lo mismo a transmitir

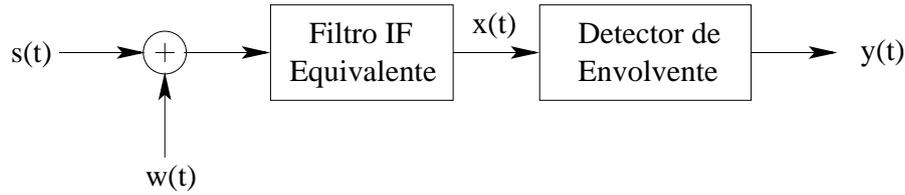


Figura 2.12 Modelo funcional de receptor cuando el demodulador es un detector de envoltente.

la señal sin modular. La modulación SSB simplemente transada la señal a una banda diferente. También va a ser equivalente a DSB. Para la misma potencia de señal modulada y para la misma cantidad de ruido dentro del ancho de banda de la señal moduladora, un receptor SSB tiene exactamente la misma SNR a la salida que para DSB, utilizando en ambos casos detección coherente. Además, el receptor tiene la misma SNR a la salida que a la entrada. Esto es debido a que en este caso la componente ruidosa a la salida depende tanto de la componente en fase del ruido como de su componente en cuadratura.

$$\text{FOM} = \frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_C} = 1 \quad (2.47)$$

$$\frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_I} = 1 \quad (2.48)$$

2.4 SNR Y FOM PARA DETECCIÓN DE ENVOLVENTE EN AM.

2.4.1 Para CNR Elevado: Caso Lineal.

En el caso de AM, la señal está formada por las dos bandas laterales y la portadora. La señal modulada $s(t)$ viene dada por la ecuación (2.49), donde $A_c \cos(2\pi f_c t)$ es la portadora, k_a es la sensibilidad en amplitud del modulador que determina el tanto por ciento de modulación y $m(t)$ la señal moduladora.

$$s(t) = A_c[1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) \quad (2.49)$$

Vamos a analizar el funcionamiento frente al ruido del receptor pero en este caso empleando un detector de envoltente en lugar de un detector coherente. Vamos a suponer que no tenemos sobremodulación (el tanto por ciento de modulación es menor que 100) y que el detector de envoltente es ideal. El modelo funcional del receptor en este caso viene dado por la figura 2.12.

Se puede determinar de forma sencilla la potencia de la señal a la entrada P_{S_I} que va a venir dada por la ecuación (2.50). Además, la potencia de ruido en el ancho de banda W de la señal moduladora $m(t)$ (potencia de ruido del canal P_{N_C}) viene dada por la ecuación (2.51). Dividiendo ambas potencias obtenemos la SNR del canal según la ecuación (2.52).

$$P_{S_I} = \frac{A_c^2}{2} (1 + k_a^2 P) \quad (2.50)$$

$$P_{N_C} = WN_0 \quad (2.51)$$

$$\text{SNR}_C = \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2(1 + k_a^2 P)}{2WN_0} \quad (2.52)$$

El ancho de banda de la señal modulada $s(t)$ viene dado por la ecuación (2.53), por lo que la potencia de ruido en el ancho de banda B_T de la señal modulada (potencia de ruido a la entrada P_{N_I}) viene dada por la ecuación (2.54). Ahora podemos calcular la SNR a la entrada según la ecuación (2.55).

$$B_T = 2W \quad (2.53)$$

$$P_{N_I} = B_T N_0 = 2WN_0 \quad (2.54)$$

$$\text{SNR}_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2(1 + k_a^2 P)}{4WN_0} \quad (2.55)$$

La potencia de portadora P_C viene dada por la ecuación (2.56). La CNR viene dada entonces por la ecuación (2.57).

$$P_C = \frac{A_c^2}{2} \quad (2.56)$$

$$\rho = \text{CNR} = \frac{P_C}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{4WN_0} \quad (2.57)$$

Ahora vamos a determinar la señal a la salida del receptor para poder calcular los parámetros que nos faltan. El ruido $n(t)$ como es de banda estrecha se puede poner en forma canónica según la ecuación (2.58), donde $n_c(t)$ es la componente en fase y $n_s(t)$ es la componente en cuadratura. Además ya que en AM la frecuencia portadora f_c está situada en la mitad del ancho de banda de transmisión B_T , la frecuencia central del ruido coincide con f_c según la ecuación (2.58).

$$n(t) = n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (2.58)$$

La señal $x(t)$ a la entrada del detector de envolvente viene dada por la ecuación (2.59).

$$x(t) = s(t) + n(t) = [A_c + A_c k_a m(t) + n_c(t)] \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (2.59)$$

En la figura 2.13 podemos ver un diagrama fasorial para la señal $x(t)$ a la entrada del detector de envolvente dada por la ecuación (2.59). A partir de este diagrama fasorial se puede obtener la envolvente

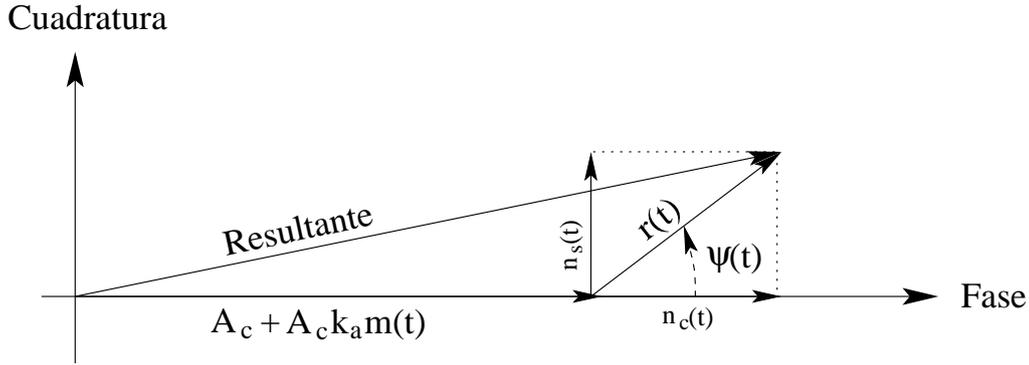


Figura 2.13 Diagrama fasorial de la señal a la entrada del detector de envolvente para CNR elevado.

de señal $y(t)$ que será la salida del detector de envolvente ideal y del receptor. Viene dada por la ecuación (2.60). La fase de $x(t)$ no nos interesa puesto que un detector de envolvente ideal es totalmente insensible a la fase.

$$y(t) = \sqrt{[A_c + A_c k_a m(t) + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)} \quad (2.60)$$

La expresión de la envolvente $y(t)$ dada por la ecuación (2.60) es compleja y no aparecen directamente términos de señal y de ruido sumados. Esto es debido a que el detector de envolvente es un detector no lineal a diferencia del detector coherente que era lineal. Será necesario aproximarla para poder continuar. Si suponemos que tenemos mucho más señal que ruido (como ya aparece reflejado en el diagrama fasorial de la figura 2.13), el término $A_c[1 + k_a m(t)]$ es mucho mayor que $n_c(t)$ y que $n_s(t)$ la mayor parte del tiempo y la ecuación (2.60) se puede aproximar por la ecuación (2.61). El valor que se utiliza para poder hacer esta aproximación es el valor de CNR. Cuando la CNR toma un valor elevado la aproximación dada por la ecuación (2.61) es adecuada. Ya diremos más adelante cual es el valor mínimo de CNR para que dicha aproximación sea buena. Esto es equivalente a sustituir la resultante del diagrama fasorial de la figura 2.13 por la suma de los fasores $A_c + A_c k_a m(t)$ y $n_c(t)$ resultando un fador horizontal. Si el ruido es muy pequeño comparado con la señal, $n_s(t)$ será también muy pequeño y el error cometido será despreciable la mayor parte del tiempo.

$$y(t) \approx A_c + A_c k_a m(t) + n_c(t) \quad (2.61)$$

En la ecuación (2.61) el primer término es debido a la demodulación de la portadora transmitida y no constituye ni término de señal (no tiene relación con la señal moduladora $m(t)$) ni término ruidoso (puesto que se puede eliminar fácilmente con un condensador de desacople), por lo tanto, se puede ignorar. La potencia de la componente de señal a la salida P_{S_o} viene dada por la ecuación (2.62).

$$P_{S_o} = A_c^2 k_a^2 P \quad (2.62)$$

Si la aproximación de la ecuación (2.61) es válida (el valor de CNR es elevado), el detector de envolvente ha eliminado la componente en cuadratura del ruido a la salida. El término ruidoso de la ecuación (2.61) sólo depende de la componente en fase del ruido a la entrada.

Para determinar la potencia de la componente de ruido a la salida es necesario determinar la densidad espectral de potencia de la componente en fase. La densidad espectral de potencia de la componente en

fase es igual que la de la componente en cuadratura según la ecuación (2.21). Teniendo en cuenta que la densidad espectral de potencia del ruido paso banda viene dada por la ecuación (2.4) o por la figura 2.4, la densidad espectral de la componente en fase y de la componente en cuadratura viene dada por la ecuación (2.22) o por la figura 2.8. Entonces se puede determinar la potencia de la componente de ruido de la salida del receptor P_{N_o} , obteniéndose la ecuación (2.63). La SNR a la salida viene dada por la ecuación (2.64).

$$P_{N_o} = 2WN_0 \quad (2.63)$$

$$\text{SNR}_O = \frac{P_{S_o}}{P_{N_o}} = \frac{A_c^2 k_a^2 P}{2WN_0} \quad (2.64)$$

Ahora, el valor FOM viene dado por la ecuación (2.65) y la relación entre la SNR a la salida y a la entrada por la ecuación (2.66). En este caso a diferencia de lo que ocurría para SSB o DSB, el valor de FOM es siempre menor que la unidad. Es decir, el sistema AM es siempre peor que el de la figura 1.1 o lo que es lo mismo es peor que transmitir la señal sin modular. También podemos decir que AM es siempre peor de DSB y SSB. Esto es debido fundamentalmente al desperdicio de potencia debido a transmitir la portadora.

$$\text{FOM} = \frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_C} = \frac{k_a^2 P}{1 + k_a^2 P} \quad (2.65)$$

$$\frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_I} = \frac{2k_a^2 P}{1 + k_a^2 P} \quad (2.66)$$

2.4.2 Para CNR Elevado con Moduladora Sinusoidal.

Si la señal moduladora $m(t)$ es sinusoidal según la ecuación (2.67), donde A_m es la amplitud de la moduladora y f_m la frecuencia, la expresión para la señal modulada $s(t)$ viene dada por la ecuación (2.68), donde μ es el índice de modulación que viene dado por la ecuación (2.69). Para no tener sobremodulación el índice de modulación μ debe ser menor que la unidad.

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \quad (2.67)$$

$$s(t) = A_c [1 + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t) \quad (2.68)$$

$$\mu = k_a A_m \quad (2.69)$$

La potencia P de la señal moduladora $m(t)$ viene dada en este caso por la ecuación (2.70). Usando las ecuaciones (2.65), (2.69) y (2.70), se tiene la ecuación (2.71) para el valor FOM.

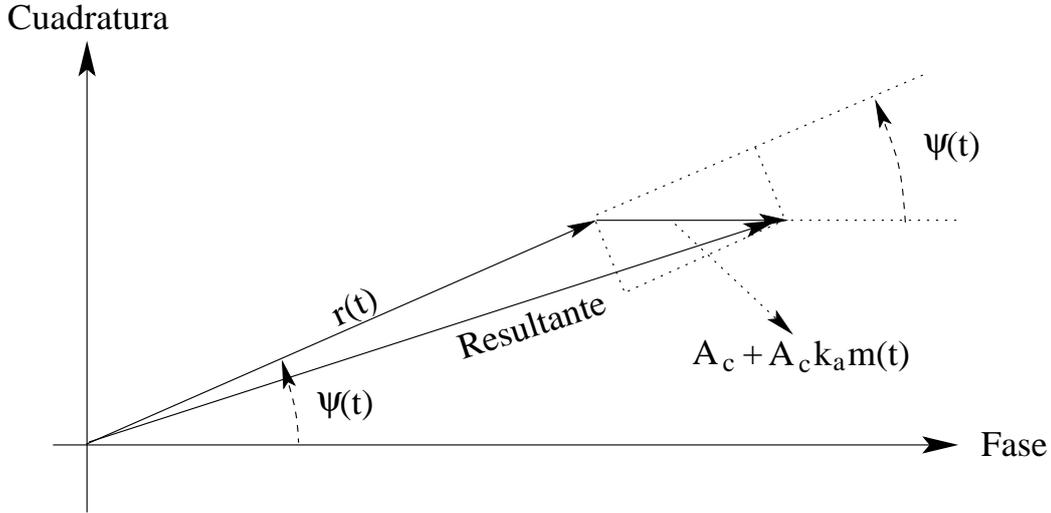


Figura 2.14 Diagrama fasorial de la señal a la entrada del detector de envolvente para CNR pequeño.

$$P = \frac{A_m^2}{2} \quad (2.70)$$

$$\text{FOM} = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2} \quad (2.71)$$

El caso más favorable es para $\mu = 1$ para el que el valor $\text{FOM} = 1/3$. Para tener la misma calidad que transmitir la señal sin modular, que DSB o que SSB es necesario transmitir la señal con tres veces más potencia en las mismas condiciones de ruido en el canal.

2.4.3 Para CNR Pequeño: Efecto Umbral en AM.

Cuando el valor de CNR es pequeño (ya diremos más adelante cuánto de pequeño), el ruido es el término que predomina y el análisis y funcionamiento del detector cambia totalmente. En este caso, es más conveniente utilizar para el ruido paso banda $n(t)$ su representación como envolvente $r(t)$ y fase $\psi(t)$ (en lugar de en función de las componentes en fase $n_c(t)$ y cuadratura $n_s(t)$). En este caso la señal $x(t)$ a la entrada del detector de envolvente viene dada por la ecuación (2.72).

$$x(t) = s(t) + n(t) = A_c[1 + k_a m(t)] \cos(2\pi f_c t) + r(t) \cos(2\pi f_c t + \psi(t)) \quad (2.72)$$

Si el valor de CNR es muy pequeño la envolvente del ruido $r(t)$ es mucho mayor que el término de señal $A_c[1 + k_a m(t)]$ la mayor parte del tiempo. En la figura 2.14 podemos ver un diagrama fasorial para la señal a la entrada del detector de envolvente $x(t)$. Como se puede ver en esta figura se ha utilizado como referencia el ruido $n(t)$, puesto que es el término que predomina. La salida $y(t)$ del detector de envolvente ideal viene dada por la resultante de sumar ambos fasores.

A partir de la figura 2.14 si el término de señal es muy pequeño, la salida $y(t)$ del detector de envolvente (la resultante) se puede aproximar por la suma de la envolvente del ruido más la proyección del término

de señal en la dirección del ruido, obteniéndose la ecuación (2.73). En definitiva estamos despreciando la componente en cuadratura de la señal con respecto al ruido.

$$y(t) \approx r(t) + A_c \cos[\psi(t)] + A_c k_a m(t) \cos[\psi(t)] \quad (2.73)$$

La ecuación (2.73) revela el hecho de que cuando el valor de CNR es pequeño, la señal detectada no tiene ningún término de señal. En el último término la señal moduladora $m(t)$ viene multiplicada por el término ruidoso $\cos[\psi(t)]$. Puesto que la fase del ruido $\psi(t)$ está uniformemente distribuida en el intervalo $[-\pi, \pi]$ tenemos una pérdida total de información. La pérdida completa de señal a la salida del detector de envolvente cuando el valor de CNR es pequeño se conoce como **efecto umbral en AM**. Por umbral se entiende el valor de CNR por debajo del cual el funcionamiento frente al ruido del detector de envolvente se deteriora mucho más rápidamente que de forma proporcional al valor de CNR.

Nos falta determinar el valor de CNR a partir del cual estamos por encima del umbral. El análisis detallado es complicado, pero se puede hacer una aproximación. Si R es la variable aleatoria obtenida observando la envolvente del ruido $r(t)$ para un instante de tiempo fijo, un detector de envolvente se espera que funcione dentro de la región umbral si la probabilidad de que R exceda la amplitud de la portadora A_c es de 0,5. Por otro lado, si esa probabilidad es de 0,01, el detector estará funcionando por encima del umbral.

La envolvente $r(t)$ de un ruido Gaussiano de banda estrecha $n(t)$ tiene distribución de tipo Rayleigh, por lo que la función densidad de probabilidad de la variable aleatoria R viene dada por la ecuación (2.74), donde σ_N^2 es la varianza del ruido $n(t)$. Esta varianza, puesto que la media del ruido es cero, coincide con la potencia del ruido a la entrada P_{N_I} por lo que se tiene la ecuación (2.75).

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma_N^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma_N^2}\right) u(r) \quad (2.74)$$

$$\sigma_N^2 = P_{N_I} = B_T N_0 = 2W N_0 \quad (2.75)$$

La probabilidad de que $R \geq A_c$ viene dada por la ecuación (2.76).

$$P(R \geq A_c) = \int_{A_c}^{\infty} f_R(r) dr = \exp\left(-\frac{A_c^2}{4W N_0}\right) \quad (2.76)$$

Teniendo en cuenta que la CNR ρ viene dada por la ecuación (2.57), la probabilidad de que $R \geq A_c$ se puede poner simplemente según la ecuación (2.77). Despejando el valor de CNR ρ se tiene la ecuación (2.78).

$$P(R \geq A_c) = \exp(-\rho) \quad (2.77)$$

$$\rho = \ln \frac{1}{P(R \geq A_c)} \quad (2.78)$$

Para cuando estamos justo en el umbral la probabilidad de que $R \geq A_c$ es 0,5 por lo que se tiene la ecuación (2.79). Para un valor de CNR de $-1,6$ dB el detector de envolvente estará en funcionamiento en el

umbral. Para cuando estamos fuera (por encima) del umbral la probabilidad de que $R \geq A_c$ es 0,01 por lo que se tiene la ecuación (2.80). Para un valor de CNR de 6,6 dB el detector de envolvente estará en funcionando por encima del umbral, por lo que serán aplicables las expresiones del apartado 2.4.1. Puesto que para tener inteligibilidad (calidad suficiente), se necesita un valor de CNR muy superior a 6,6 dB, el efecto umbral no es demasiado importante en AM con detector de envolvente ya que la zona de trabajo siempre está muy por encima del umbral.

$$\rho = \ln 2 = 0,69 \quad (-1,6 \text{ dB}) \quad (2.79)$$

$$\rho = \ln 100 = 4,6 \quad (6,6 \text{ dB}) \quad (2.80)$$

ANÁLISIS DEL RUIDO EN FM.

3.1 RECEPTORES DE FM Y MODELO FUNCIONAL.

Vamos a analizar ahora el efecto del ruido en los sistemas FM. Empezaremos estudiando los elementos de un receptor FM. Como ocurre con AM suelen ser heterodinos. La diferencia es que ahora el demodulador de AM se sustituye por un **limitador**, un discriminador de frecuencia y un filtro paso bajo como podemos ver en la figura 3.1.

Los parámetros de FM comercial son los siguientes:

- Rango RF: 88 a 108 MHz.
- Frecuencia IF: 10,7 MHz.
- Ancho de banda de transmisión B_T : 200 KHz.

En los sistemas FM, la información se transmite variando la frecuencia instantánea de una portadora sinusoidal, mientras que su amplitud se mantiene constante. Cualquier variación de la amplitud de la portadora en el extremo del receptor se debe a ruido o interferencias introducidas en el canal de comunicaciones. El limitador de amplitud tras la sección IF se utiliza para eliminar las variaciones de amplitud recortando la señal modulada casi hasta el eje horizontal (para hacer esto se puede utilizar un transistor o un amplificador trabajando en saturación). La señal cuadrada resultante se redondea utilizando un filtro paso banda que elimina los armónicos de la frecuencia de la portadora. La salida tiene forma sinusoidal con la amplitud constante e independiente de la amplitud de la señal de entrada, pero con la fase y frecuencia exactamente iguales a los de la entrada. El limitador y el filtro paso banda forman un único bloque.

El discriminador consta de:

- Un circuito pendiente o derivador con función de transferencia imaginaria pura que varía linealmente con la frecuencia. Da lugar a una modulación híbrida en amplitud y frecuencia.
- Un detector de envolvente que recupera la señal moduladora de las variaciones de la amplitud de la señal de entrada.

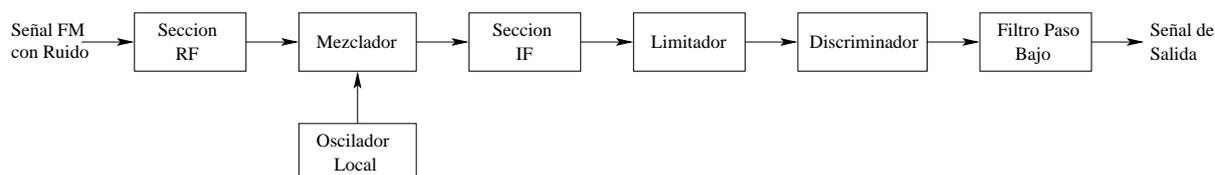


Figura 3.1 Receptor de FM heterodino.

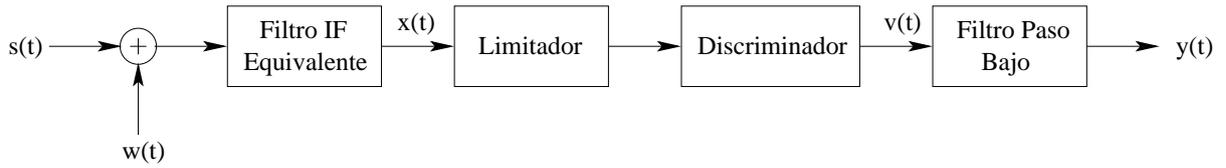


Figura 3.2 Modelo funcional de receptor de FM empleado para el análisis del ruido.

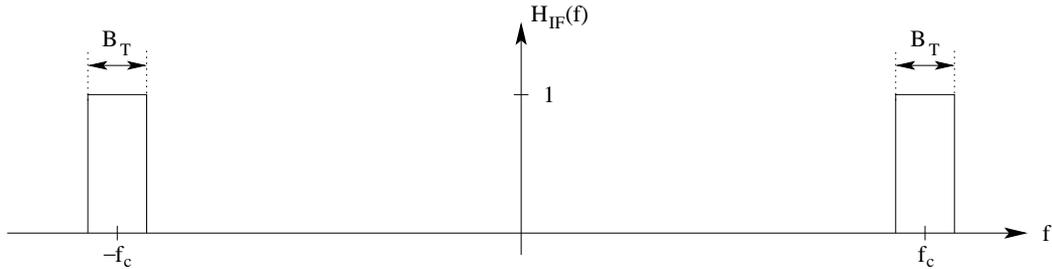


Figura 3.3 Respuesta en amplitud del filtro IF equivalente.

El circuito pendiente y el detector de envolvente suelen ir en un único bloque en modo balanceado.

El filtro paso bajo de salida se llama **filtro de postdetección** y tiene un ancho de banda W igual que el de la señal moduladora $m(t)$. Este filtro elimina las componentes fuera de banda del ruido a la salida del discriminador y mantiene el nivel de ruido a la salida lo menor posible.

Para evaluar el ruido en un receptor de FM vamos a utilizar el modelo funcional de la figura 3.2. El ruido $w(t)$ es AWGN, de media cero y densidad espectral de potencia dada por la ecuación (3.1).

$$S_w(f) = \frac{N_0}{2} \quad (3.1)$$

El filtro IF equivalente representa la combinación de la sección RF, del mezclador y de la sección IF. Vamos a suponer que es un filtro paso banda ideal con una frecuencia central f_c igual a la frecuencia IF y con ancho de banda el de transmisión B_T de forma que deje pasar la señal modulada $s(t)$ sin distorsión. En la figura 3.3 podemos ver la respuesta en amplitud de este filtro.

Se va a utilizar la representación habitual del ruido filtrado $n(t)$ en función de sus componentes en fase y cuadratura. El limitador elimina cualquier variación de la amplitud de la señal a la salida del filtro IF equivalente. El discriminador de frecuencias se supone que es ideal de modo que la salida es proporcional a la desviación de la frecuencia instantánea con respecto a la de la portadora f_c . El filtro de postdetección se supone ideal con un ancho de banda W .

La señal $x(t)$ a la salida del filtro IF equivalente viene dada por la ecuación (3.2), donde $n(t)$ es el ruido a la salida del filtro IF equivalente cuando a la entrada tenemos el ruido blanco $w(t)$. Podemos poner la densidad espectral de potencia del ruido filtrado $n(t)$ según la ecuación (3.3) y la figura 3.4. Este ruido se puede considerar de banda estrecha, puesto que el ancho de banda B_T suele ser bastante menor que la frecuencia de la portadora f_c en la banda IF.

$$x(t) = s(t) + n(t) \quad (3.2)$$

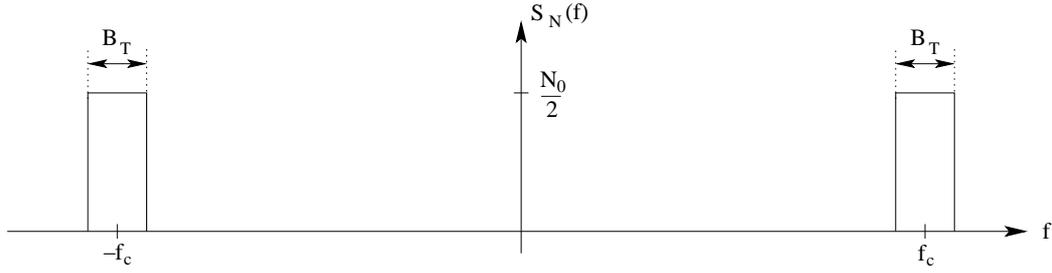


Figura 3.4 Densidad espectral del ruido a la salida del filtro IF equivalente.

$$S_N(f) = \begin{cases} \frac{N_0}{2} & f_c - \frac{B_T}{2} \leq |f| \leq f_c + \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (3.3)$$

3.2 SNR Y FOM EN RECEPTORES DE FM PARA CNR ELEVADO.

La señal de modulada $s(t)$ tras el filtro IF equivalente viene dada por la ecuación (3.4), donde A_c es la amplitud de la portadora, f_c la frecuencia de la portadora, k_f la sensibilidad en frecuencia del modulador y $m(t)$ la señal moduladora. Por conveniencia vamos a definir la fase de la señal modulada $\phi(t)$ según la ecuación (3.5), por lo que podemos poner la señal modulada $s(t)$ según la ecuación (3.6).

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int m(t) dt \right] \quad (3.4)$$

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int m(t) dt \quad (3.5)$$

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] \quad (3.6)$$

La potencia de la señal a la entrada P_{S_I} coincide con la de la portadora P_C y viene dada por la ecuación (3.7). Además, la potencia de ruido en el ancho de banda W de la señal moduladora $m(t)$ (potencia de ruido del canal P_{N_C}) viene dada por la ecuación (3.8). Dividiendo ambas potencias obtenemos la SNR del canal según la ecuación (3.9).

$$P_{S_I} = P_C = \frac{A_c^2}{2} \quad (3.7)$$

$$P_{N_C} = W N_0 \quad (3.8)$$

$$\text{SNR}_C = \frac{P_{S_I}}{P_{N_C}} = \frac{A_c^2}{2WN_0} \quad (3.9)$$

Si B_T es el ancho de banda de la señal modulada $s(t)$ la potencia de ruido en este ancho de banda (potencia de ruido a la entrada P_{N_I}) viene dada por la ecuación (3.10). Ahora podemos calcular la SNR a la entrada según la ecuación (3.11). La potencia de portadora P_C viene dada, como ya hemos dicho, por la ecuación (3.7), por lo que la CNR viene dada entonces por la ecuación (3.11), es decir, la SNR a la entrada y la CNR coinciden en FM debido a que la potencia de la señal a la entrada P_{S_I} coincide con la potencia de la portadora P_C .

$$P_{N_I} = B_T N_0 \quad (3.10)$$

$$\rho = \text{CNR} = \text{SNR}_I = \frac{P_{S_I}}{P_{N_I}} = \frac{A_c^2}{2B_T N_0} \quad (3.11)$$

El ruido de banda estrecha a la salida del filtro IF equivalente viene definido en su forma canónica en función de sus componentes en fase $n_c(t)$ y en cuadratura $n_s(t)$ según la ecuación (3.12). El ancho de banda de este ruido es el del filtro de frecuencia IF equivalente B_T que es el mismo que el ancho de banda de la señal modulada $s(t)$. Además como la frecuencia central de la banda IF coincide con la frecuencia de la portadora f_c , lo mismo ocurre para el ruido $n(t)$ según se deduce de la ecuación (3.12).

$$n(t) = n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (3.12)$$

De forma equivalente se puede expresar el ruido de banda estrecha $n(t)$ en términos de su envolvente natural $r(t)$ y su fase $\psi(t)$ según la ecuación (3.13). La componente en fase $n_c(t)$, la componente en cuadratura $n_s(t)$, la envolvente natural $r(t)$ y la fase del ruido $\psi(t)$ están relacionados mediante las ecuaciones (3.14), (3.15), (3.16) y (3.17), respectivamente.

$$n(t) = r(t) \cos(2\pi f_c t + \psi(t)) \quad (3.13)$$

$$r(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)} \quad (3.14)$$

$$\psi(t) = \text{atan} \left[\frac{n_s(t)}{n_c(t)} \right] \quad (3.15)$$

$$n_c(t) = r(t) \cos[\psi(t)] \quad (3.16)$$

$$n_s(t) = r(t) \sin[\psi(t)] \quad (3.17)$$

La envolvente natural del ruido $r(t)$ tiene distribución Rayleigh, mientras que la fase del ruido $\psi(t)$ está distribuida uniformemente en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

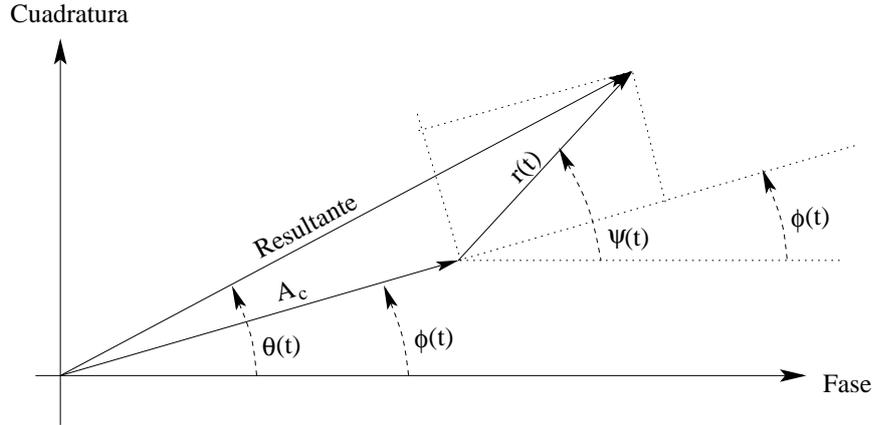


Figura 3.5 Diagrama fasorial para la señal a la salida del filtro IF equivalente.

La señal completa $x(t)$ a la salida del filtro IF equivalente viene dada por la ecuación (3.18). En la figura 3.5 podemos ver un diagrama fasorial para la señal $x(t)$. La fase $\theta(t)$ del fasor resultante se puede obtener de forma sencilla a partir del diagrama fasorial de la figura 3.5 obteniéndose la ecuación (3.19). La envolvente de $x(t)$ no nos interesa puesto que las posibles variaciones de ésta son eliminadas por el limitador.

$$x(t) = s(t) + n(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + r(t) \cos(2\pi f_c t + \psi(t)) \quad (3.18)$$

$$\theta(t) = \phi(t) + \text{atan} \left\{ \frac{r(t) \sin[\psi(t) - \phi(t)]}{A_c + r(t) \cos[\psi(t) - \phi(t)]} \right\} \quad (3.19)$$

Si suponemos que el discriminador de frecuencia es ideal la señal $v(t)$ a la salida de éste vendrá dada por la ecuación (3.20). Debido a que la expresión de la fase $\theta(t)$ de la resultante dado por la ecuación (3.19) tiene una expresión complicada, debemos hacer algún tipo de aproximación para poder continuar.

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (3.20)$$

Vamos a suponer que el valor de CNR es elevado (ya veremos cuánto de elevado). Sea R la variable aleatoria obtenida observando la envolvente natural del ruido $r(t)$ en un instante fijo del tiempo. Entonces, la mayor parte del tiempo la variable aleatoria R es pequeña comparada con la amplitud de la portadora A_c , por lo que, la expresión para la fase $\theta(t)$ dada por la ecuación (3.19) se puede simplificar, obteniéndose la ecuación (3.21).

$$\theta(t) \approx \phi(t) + \frac{r(t)}{A_c} \sin[\psi(t) - \phi(t)] \quad (3.21)$$

Usando ahora la ecuación (3.5) para la fase $\phi(t)$ de la señal modulada $s(t)$, la ecuación (3.21) pasa a ser la ecuación (3.22).

$$\theta(t) \approx 2\pi k_f \int m(t) dt + \frac{r(t)}{A_c} \sin[\psi(t) - \phi(t)] \quad (3.22)$$

La salida del discriminador $v(t)$ según la ecuación (3.20) viene dada entonces por la ecuación (3.23), donde el término ruidoso $n_d(t)$ viene dado por la ecuación (3.24).

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \approx k_f m(t) + n_d(t) \quad (3.23)$$

$$n_d(t) = \frac{1}{2\pi A_c} \frac{d}{dt} \{r(t) \sin[\psi(t) - \phi(t)]\} \quad (3.24)$$

Ahora la señal $v(t)$ se pasa por el filtro paso bajo de postdetección con ancho de banda W que es precisamente el ancho de banda de la señal moduladora $m(t)$, obteniéndose la señal $y(t)$ dada por la ecuación (3.25), donde $n_o(t)$ es la versión filtrada de la componente de ruido $n_d(t)$ a la salida del filtro de postdetección.

$$y(t) \approx k_f m(t) + n_o(t) \quad (3.25)$$

Para un valor de CNR elevado, como se deduce de la ecuación (3.25), a la salida tenemos sumados el término de señal y el término de ruido, por lo que se va a poder calcular la potencia de cada uno de ellos por separado. Con respecto a la potencia de la componente de señal a la salida P_{S_o} , viene dada por la ecuación (3.26), siendo P la potencia de la señal moduladora $m(t)$.

$$P_{S_o} = k_f^2 P \quad (3.26)$$

Con respecto a la potencia de la componente ruidosa a la salida $n_o(t)$, es necesario simplificar la ecuación (3.24) para poder continuar. En el diagrama fasorial de la figura 3.5 se puede ver que el efecto de las variaciones de la fase del ruido $\psi(t)$ aparecen referidas al término de fase de la señal $\phi(t)$. Se sabe que la fase del ruido $\psi(t)$ está uniformemente distribuida en el intervalo $[-\pi, \pi]$. Por lo tanto, se puede asumir que $\psi(t) - \phi(t)$ también está uniformemente distribuido en el intervalo $[-\pi, \pi]$. Si esto es cierto, entonces la componente ruidosa $n_d(t)$ a la salida del discriminador va a ser independiente de la señal moduladora y va a depender exclusivamente de la amplitud de la portadora A_c y del ruido de banda estrecha $n(t)$. Esta condición se puede comprobar que es justificable si el valor de CNR es elevado. Entonces, la ecuación (3.24) se puede simplificar, obteniéndose la ecuación (3.27). Además teniendo en cuenta la ecuación (3.17) se puede poner finalmente la ecuación (3.28) para la componente ruidosa $n_d(t)$ a la salida del discriminador de frecuencia. El ruido aditivo $n_d(t)$ que aparece a la salida del discriminador está determinado por la amplitud de la portadora y por la componente en cuadratura del ruido paso banda $n_s(t)$.

$$n_d(t) \approx \frac{1}{2\pi A_c} \frac{d}{dt} \{r(t) \sin[\psi(t)]\} \quad (3.27)$$

$$n_d(t) \approx \frac{1}{2\pi A_c} \frac{dn_s(t)}{dt} \quad (3.28)$$

Para determinar la potencia de la componente ruidosa tras el filtro paso bajo de postdetección, hay que tener en cuenta que la componente de ruido a la entrada de este filtro es proporcional a la derivada de

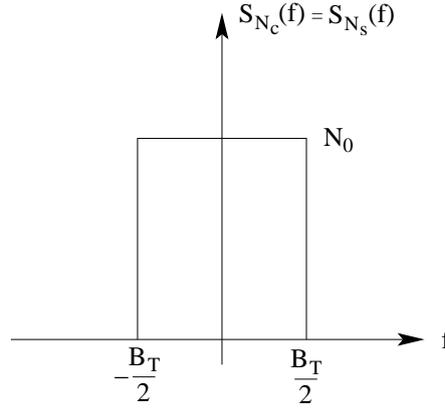


Figura 3.6 Densidad espectral de la componente en fase y cuadratura del ruido.

la componente en cuadratura $n_s(t)$ del ruido paso banda. Derivar en el dominio del tiempo es equivalente a multiplicar por $j2\pi f$ en el dominio de la frecuencia. De aquí se deduce que la señal ruidosa $n_d(t)$ se puede determinar pasando la componente en cuadratura del ruido $n_s(t)$ por un sistema con función de transferencia $H(f)$ dada por la ecuación (3.29). Entonces, la relación entre las densidades espectrales de $n_d(t)$ y $n_s(t)$ viene dada por la ecuación (3.30).

$$H(f) = \frac{j2\pi f}{2\pi A_c} = \frac{jf}{A_c} \quad (3.29)$$

$$S_{N_D}(f) = S_{N_S}(f)|H(f)|^2 = \frac{f^2}{A_c^2} S_{N_S}(f) \quad (3.30)$$

Lo primero que hay que hacer es calcular la densidad espectral de potencia de la componente en cuadratura del ruido $n_s(t)$. La densidad espectral de potencia de la componente en fase $n_c(t)$ es igual que la de la componente en cuadratura $n_s(t)$ según la ecuación (3.31). Teniendo en cuenta que la densidad espectral de potencia del ruido paso banda $n(t)$ viene dada por la ecuación (3.3) o por la figura 3.4, la densidad espectral de la componente en fase y de la componente en cuadratura viene dada por la ecuación (3.32) o por la figura 3.6.

$$S_{N_C}(f) = S_{N_S}(f) = \begin{cases} S_N(f - f_c) + S_N(f + f_c) & |f| < \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (3.31)$$

$$S_{N_C}(f) = S_{N_S}(f) = \begin{cases} N_0 & |f| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (3.32)$$

La densidad espectral de la componente ruidosa $n_d(t)$ viene ahora dada por la ecuación (3.33) o por la figura 3.7.

$$S_{N_D}(f) = \begin{cases} \frac{N_0 f^2}{A_c^2} & |f| \leq \frac{B_T}{2} \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (3.33)$$

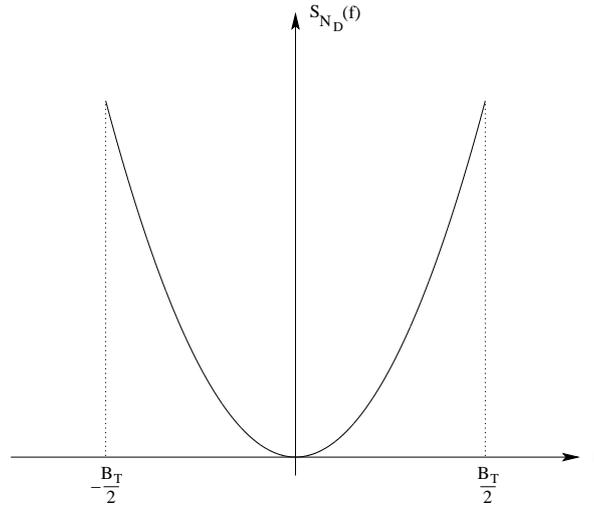


Figura 3.7 Densidad espectral de la componente ruidosa $n_d(t)$ a la entrada del filtro de postdetección.

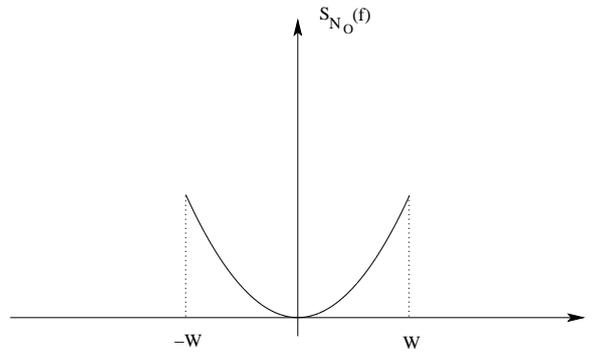


Figura 3.8 Densidad espectral de la componente ruidosa $n_o(t)$ a la salida del filtro de postdetección.

La componente ruidosa $n_o(t)$ a la salida del filtro de postdetección tendrá la misma densidad espectral que $n_d(t)$ pero con un ancho de banda W , puesto que las componentes frecuenciales entre W y $B_T/2$ son eliminadas por el filtro paso bajo. La densidad espectral de potencia de la componente ruidosa a la salida $n_o(t)$ viene dada por la ecuación (3.34) o por la figura 3.8.

$$S_{N_o}(f) = \begin{cases} \frac{N_0 f^2}{A_c^2} & |f| \leq W \\ 0 & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (3.34)$$

Ahora ya se puede calcular la potencia de ruido a la salida del receptor P_{N_o} , obteniéndose la ecuación (3.35). La potencia de la portadora P_C dada por la ecuación (3.7) aparece en el denominador de la potencia de ruido a la salida del receptor P_{N_o} , por lo que al aumentar la potencia de portadora disminuye la potencia de ruido a la salida. La SNR a la salida viene dada por la ecuación (3.36).

$$P_{N_o} = \int_{-\infty}^{\infty} S_{N_o}(f) df = \frac{N_0}{A_c^2} \int_{-W}^W f^2 df = \frac{2N_0 W^3}{2A_c^2} \quad (3.35)$$

$$\text{SNR}_O = \frac{P_{S_O}}{P_{N_O}} = \frac{3A_c^2 k_f^2 P}{2W^3 N_0} \quad (3.36)$$

Finalmente, el valor FOM viene dado por la ecuación (3.37) y la relación entre la SNR a la salida y a la entrada por la ecuación (3.38).

$$\text{FOM} = \frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_C} = \frac{3k_f^2 P}{W^2} \quad (3.37)$$

$$\frac{\text{SNR}_O}{\text{SNR}_I} = \frac{3B_T k_f^2 P}{W^3} \quad (3.38)$$

La desviación máxima en frecuencia Δf es proporcional a la sensibilidad en frecuencia k_f . La relación de desviación D es igual al cociente entre la desviación máxima en frecuencia Δf y el ancho de banda W de la señal moduladora $m(t)$. Además, en FM de banda ancha el ancho de banda de transmisión B_T es proporcional a la relación de desviación D , por lo que el valor de FOM es una función cuadrática del ancho de banda de transmisión B_T según la ecuación (3.39). Cuando el valor de CNR es alto, un incremento en el ancho de banda de transmisión B_T va a dar lugar a un incremento cuadrático en la SNR a la salida o consecuentemente en el valor FOM.

$$\text{FOM} \propto B_T^2 \quad (3.39)$$

3.3 CASO MODULADORA SINUSOIDAL PARA CNR ELEVADO.

Si la señal moduladora $m(t)$ es sinusoidal según la ecuación (3.40), donde A_m es la amplitud de la moduladora y f_m la frecuencia, la expresión para la señal modulada $s(t)$ viene dada por la ecuación (3.41), donde Δf es la desviación máxima de frecuencia que viene dada por la ecuación (3.42).

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \quad (3.40)$$

$$s(t) = A_c \cos \left[2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t) \right] \quad (3.41)$$

$$\Delta f = k_f A_m \quad (3.42)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (3.42) la potencia P de la señal moduladora $m(t)$ viene dada por la ecuación (3.43). Usando las ecuaciones (3.36), (3.37), (3.42) y (3.43), se tiene la ecuación (3.44) para la SNR a la salida y la ecuación (3.45) para el valor FOM, donde β es el índice de modulación dado por

la ecuación (3.46) y teniendo en cuenta que en este caso $W = f_m$. Como se puede ver el valor FOM es cuadrático con el índice de modulación.

$$P = \frac{A_m^2}{2} = \frac{(\Delta f)^2}{2k_f^2} \quad (3.43)$$

$$\text{SNR}_O = \frac{3A_c^2\beta^2}{4N_0W} \quad (3.44)$$

$$\text{FOM} = \frac{3}{2}\beta^2 \quad (3.45)$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} \quad (3.46)$$

El caso más favorable en AM era para índice de modulación $\mu = 1$ para el que el valor FOM=1/3. En FM si el índice de modulación β toma un valor elevado se puede mejorar mucho el caso de AM. De hecho para índice de modulación $\beta = 0,47$, el valor FOM=1/3 y FM coincide con AM. Entonces, cuando el índice de modulación β es mayor que 0,47, FM tiene mejor calidad que AM. Puesto que para índice de modulación menor que $\beta = 0,47$ estábamos en el caso de FM de banda estrecha, esto nos confirma el hecho de que FM de banda estrecha es equivalente a AM. Para FM de banda ancha la calidad es muy superior a AM.

Comparando con DSB o SSB para los que el valor FOM=1, para el índice de modulación $\beta = 0,81$, el valor FOM=1. Por tanto, para índices de modulación β superiores a 0,81, FM tiene mejor calidad que DSB o SSB.

3.4 EFECTO CAPTURA.

Un sistema FM tiene la habilidad de minimizar los efectos de señales no deseadas como el ruido, pero esto también se puede aplicar a interferencias producidas por otras señales FM con frecuencia portadora cercana a la frecuencia portadora de interés. La eliminación de la interferencia funciona siempre que esta interferencia sea más débil que la señal deseada. Cuando la interferencia es más potente, el sistema se engancha siempre a la frecuencia portadora correspondiente a la señal FM más potente y elimina a la más débil. Cuando a la entrada del receptor hay varias señales cercanas a la frecuencia portadora de interés igualmente potentes, el receptor fluctúa entre ellas (demodulará aquella que en ese instante de tiempo sea algo más potente). Este fenómeno se conoce con el nombre de **efecto captura**.

3.5 EFECTO UMBRAL EN FM.

La SNR a la salida dada por la ecuación (3.36) sólo es válida para cuando el CNR toma un valor elevado, medido a la entrada salida del filtro IF equivalente. Se puede observar experimentalmente que según se va incrementando el ruido, o lo que es lo mismo, según disminuye el valor de CNR, el receptor de FM deja de funcionar. Primero se oyen unos "clicks" y si la CNR decrece aún más, los clicks se convierten en un algo totalmente ruidoso. Cerca del punto donde el sistema empieza a fallar, la fórmula de la SNR a la salida dada por la ecuación (3.36) da un valor mayor del real. Este fenómeno se conoce con el nombre de **efecto umbral en FM**. El umbral se define como el mínimo valor de CNR que da lugar a una SNR a la salida no demasiado diferente al valor obtenido mediante la ecuación (3.36).

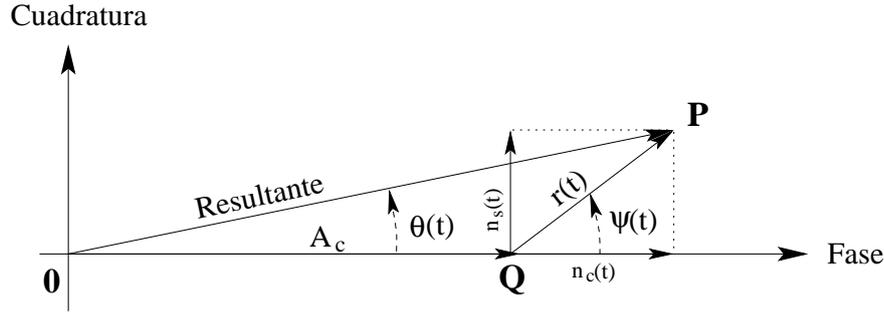


Figura 3.9 Diagrama fasorial para la señal a la salida del filtro IF equivalente para la portadora sin modular.

Para una análisis cuantitativo del efecto umbral, vamos a considerar el caso para el que no hay modulación, es decir, se transmite la portadora sin modular. En este caso la señal tras el filtro IF equivalente va a venir dada por la ecuación (3.47), donde $n_c(t)$ y $n_s(t)$ son, respectivamente, las componentes en fase y cuadratura del ruido de banda estrecha $n(t)$, con respecto a la frecuencia portadora f_c a la salida del filtro IF equivalente y A_c es la amplitud de la portadora.

$$x(t) = [A_c + n_c(t)] \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t) \quad (3.47)$$

En la figura 3.9 podemos ver un diagrama fasorial para la señal $x(t)$ a la salida del filtro IF equivalente cuando se transmite la portadora sin modular. Como la componente en fase $n_c(t)$ y en cuadratura $n_s(t)$ del ruido cambian con el tiempo de forma aleatoria, el punto P varía de forma aleatoria en torno al punto Q en la figura 3.9. Cuando el valor de CNR es grande, $n_c(t)$ y $n_s(t)$ son mucho más pequeños que la amplitud de la portadora A_c la mayor parte del tiempo y el punto P siempre va a estar en un entorno cercano al punto Q . La fase de la resultante $\theta(t)$ viene dada aproximadamente por la ecuación (3.48) dentro del intervalo $[-\pi, \pi]$.

$$\theta(t) \approx \frac{n_s(t)}{A_c} \quad (3.48)$$

Según disminuimos el valor de CNR, el punto P ocasionalmente pasará alrededor del origen haciendo que la fase de la resultante $\theta(t)$ se incremente de golpe en $\pm 2\pi$ radianes. En la figura 3.10 podemos ver un caso particular para la fase de la resultante $\theta(t)$ donde se pueden apreciar saltos de fase de $\pm 2\pi$ radianes.

La señal a la salida del discriminador de frecuencias $v(t)$ viene dada por la ecuación (3.49).

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (3.49)$$

En la figura 3.11 se puede ver la señal $v(t)$ a la salida del discriminador de frecuencias para la fase $\theta(t)$ de la figura 3.10. Los saltos de fase de la figura 3.10 han dado lugar a impulsos en la señal $v(t)$ como se puede ver en la figura 3.11. El área de estos impulsos es aproximadamente igual a $\pm 2\pi$ y la altura puede variar dependiendo de cómo de cerca pase el punto P del origen en la figura 3.9.

Ahora la señal $v(t)$ pasa a través del filtro de postdetección, que es un filtro paso bajo de ancho de banda W igual al de la señal moduladora $m(t)$, obteniéndose la señal a la salida del receptor $y(t)$. En la figura 3.12, podemos ver la señal $y(t)$ a la salida del receptor para cuando la señal $v(t)$ a la entrada del

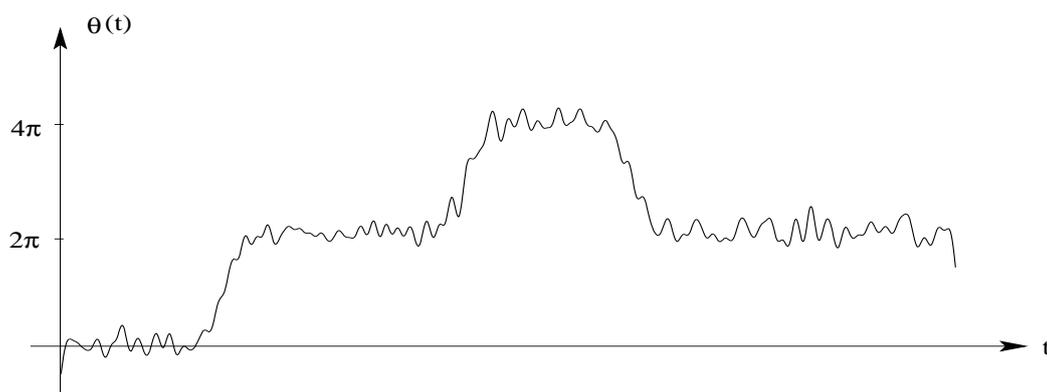


Figura 3.10 Un caso particular para la fase de la resultante donde se pueden apreciar saltos instantáneos de fase.

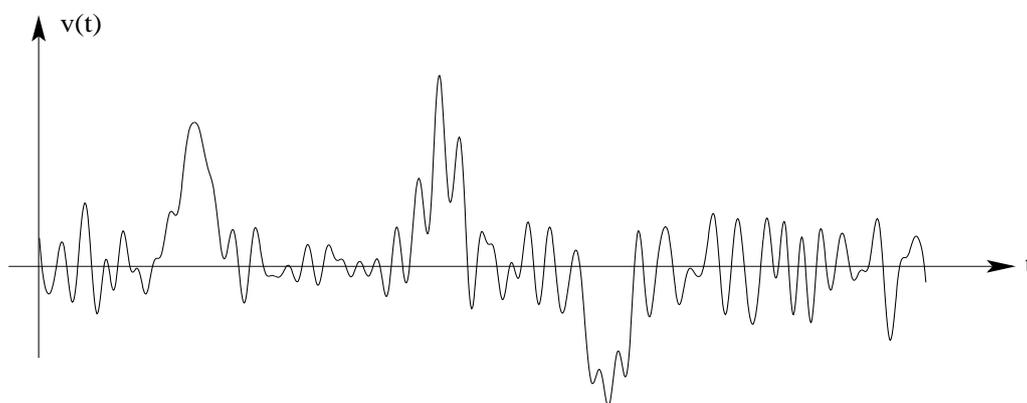


Figura 3.11 Señal a la salida del discriminador de frecuencias con clicks.

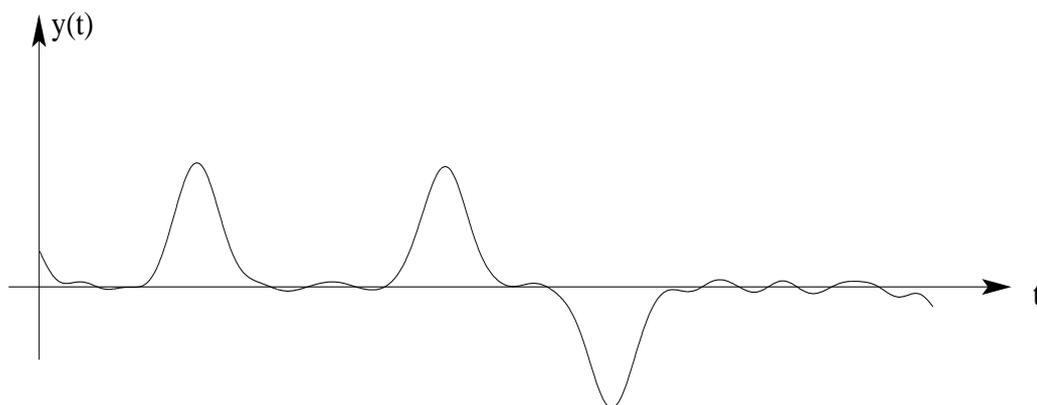


Figura 3.12 Señal a la salida del receptor con clicks.

filtro de postdetección es la de la figura 3.11. Como se puede ver, el ruido de fondo se ha eliminado, pero los impulsos de la figura 3.11 no se han eliminado, sólo se han ensanchado. Estos impulsos a la salida del receptor corresponden a los clicks que ya hemos mencionado. Se producirá un click cada vez que el punto P de la figura 3.9 pase por detrás del origen, o lo que es lo mismo, cada vez que la fase $\theta(t)$ cambie bruscamente $\pm 2\pi$ radianes.

Del diagrama fasorial de la figura 3.9 se pueden deducir las condiciones de click positivo, que será cuando la envolvente natural del ruido $r(t)$ y la fase del ruido $\psi(t)$ satisfagan simultáneamente:

- $r(t) > A_c$,
- $\psi(t) < \pi < \psi(t) + d\psi(t)$ y
- $\frac{d\psi(t)}{dt} > 0$.

Estas condiciones aseguran que la fase resultante $\theta(t)$ cambia 2π radianes en dt , mientras la fase del ruido incrementa su valor $d\psi(t)$. Para click negativo, las condiciones son ahora:

- $r(t) > A_c$,
- $\psi(t) > -\pi > \psi(t) + d\psi(t)$ y
- $\frac{d\psi(t)}{dt} < 0$.

Según el valor de CNR va decreciendo, la probabilidad de que el punto P de la figura 3.9 pase por detrás del origen va aumentando, por lo que el número medio de clicks por unidad de tiempo va creciendo. Cuando el número de clicks es suficientemente significativo estamos en el umbral.

En el caso de que se transmita la portadora sin modular, el número medio de clicks positivos por segundo, N_+ , será el mismo que el número medio de clicks negativos por segundo, N_- . Se puede comprobar que se cumple la ecuación (3.50), donde ρ es el valor de CNR dado por la ecuación (3.11) y la función $\text{erfc}(x)$ es la función **error complementario** dada por la ecuación (3.51). La ecuación (3.50) nos dice que el número de clicks es directamente proporcional al ancho de banda de transmisión B_T e inversamente proporcional a la CNR (la función $\text{erfc}(x)$ es decreciente ya que el intervalo de integración va disminuyendo según aumenta x).

$$N_+ = N_- = \frac{B_T}{4\sqrt{3}} \text{erfc}(\sqrt{\rho}) \quad (3.50)$$

$$\text{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-z^2) dz \quad (3.51)$$

La SNR a la salida se calcula ahora como sigue:

- Para determinar la potencia media de señal a la salida del receptor se considera que no tenemos ruido a la entrada del receptor. Además se supone que la señal moduladora es sinusoidal con desviación máxima de frecuencia Δf igual a la mitad del ancho de banda de transmisión B_T , es decir, se cumple la ecuación (3.52), de forma que la frecuencia instantánea varía hacia adelante y hacia atrás en todo el ancho de banda B_T .

$$\Delta f = \frac{B_T}{2} \quad (3.52)$$

- La potencia media de ruido a la salida se calcula cuando se transmite la portadora sin modular, pero sin restricciones en el valor de CNR.

Haciendo esto, el valor obtenido para la SNR a la salida viene dado por la ecuación (3.53). Según el valor de CNR va aumentando, el denominador de la ecuación (3.53) tiende a la unidad por lo que esta ecuación

se puede aproximar por la ecuación (3.54), para CNR elevado. Ya que se cumple la ecuación (3.52), el índice de modulación en este caso viene dado por la ecuación (3.55). Teniendo en cuenta la ecuación (3.11) para el valor de CNR y la ecuación (3.55) para el índice de modulación, se puede ver que la aproximación dada por la ecuación (3.54) para la SNR a la salida es exactamente igual a la ecuación (3.44) para la SNR a la salida con moduladora sinusoidal y CNR elevado.

$$\text{SNR}_O = \frac{3\rho \left(\frac{B_T}{2W}\right)^3}{1 + 4\sqrt{3}\rho \left(\frac{B_T}{2W}\right)^2 \text{erfc}(\sqrt{\rho})} \quad (3.53)$$

$$\text{SNR}_O \approx 3\rho \left(\frac{B_T}{2W}\right)^3 \quad (3.54)$$

$$\beta = \frac{\Delta f}{W} = \frac{B_T}{2W} \quad (3.55)$$

En la figura 3.13 podemos ver tres curvas de SNR a la salida en función del valor de CNR ambas en unidades logarítmicas, para índice de modulación $\beta = 5$. La explicación de cada una de las curvas es la siguiente:

- La curva I corresponde a la aproximación dada por la ecuación (3.44) o equivalentemente por la ecuación (3.54) bajo la suposición de un valor de CNR elevado. Como podemos ver esta curva es lineal en escala logarítmica.
- La curva II viene dada por la ecuación (3.53). Esta curva se desvía de la curva lineal I para valores de CNR inferiores de 10 dB. Para valores mayores de CNR coincide exactamente con la curva I lineal. Esta curva está calculada, como ya hemos dicho, bajo las suposiciones de que la potencia de señal a la salida del receptor esté calculada para moduladora sinusoidal con desviación máxima de frecuencia dada por la ecuación (3.52) y la potencia del ruido para cuando se transmita la portadora sin modular.
- La curva III ha sido calculada teóricamente cuando a la salida está presente tanto el ruido como la señal (usando siempre moduladora sinusoidal). La presencia del ruido tiende a reducir la potencia de señal una pequeña cantidad, sin embargo esta reducción es prácticamente despreciable y se puede tomar como potencia de señal la misma que la usada para la curva II. Por otro lado, la potencia de ruido depende de la presencia de la señal de una forma mucho más marcada. De hecho la curva III se desvía acusadamente de la curva II debido fundamentalmente a este efecto. Según el valor de CNR va decreciendo, la SNR a la salida se desvía apreciablemente de la curva I lineal y también de la curva II a partir de unos 11 dB.

Cuando la señal está siempre presente aumenta el número de clicks por segundo. Experimentalmente se empiezan a oír clicks para valores de CNR en torno a 13 dB, que es un valor ligeramente superior al determinado teóricamente a partir de las curvas de la figura 3.13. Para las curvas II y III se desviaban de la curva I lineal en torno a 10 y 11 dB, respectivamente. Además como hemos visto para valores de CNR por debajo de este valor, la curva III cae más rápidamente que la II.

Se puede terminar diciendo que el efecto umbral en FM se evitará siempre que el valor de CNR esté por encima de 13 dB, que en unidades naturales es 20. Puesto el valor de CNR viene dado por la ecuación (3.11), si este tiene que ser mayor que 20, se puede poner la ecuación (3.56), siendo $P_C = P_{S_I}$ la potencia de la señal portadora que es igual a la potencia transmitida de señal modulada.

$$P_C = P_{S_I} \geq 20B_T N_0 \quad (3.56)$$

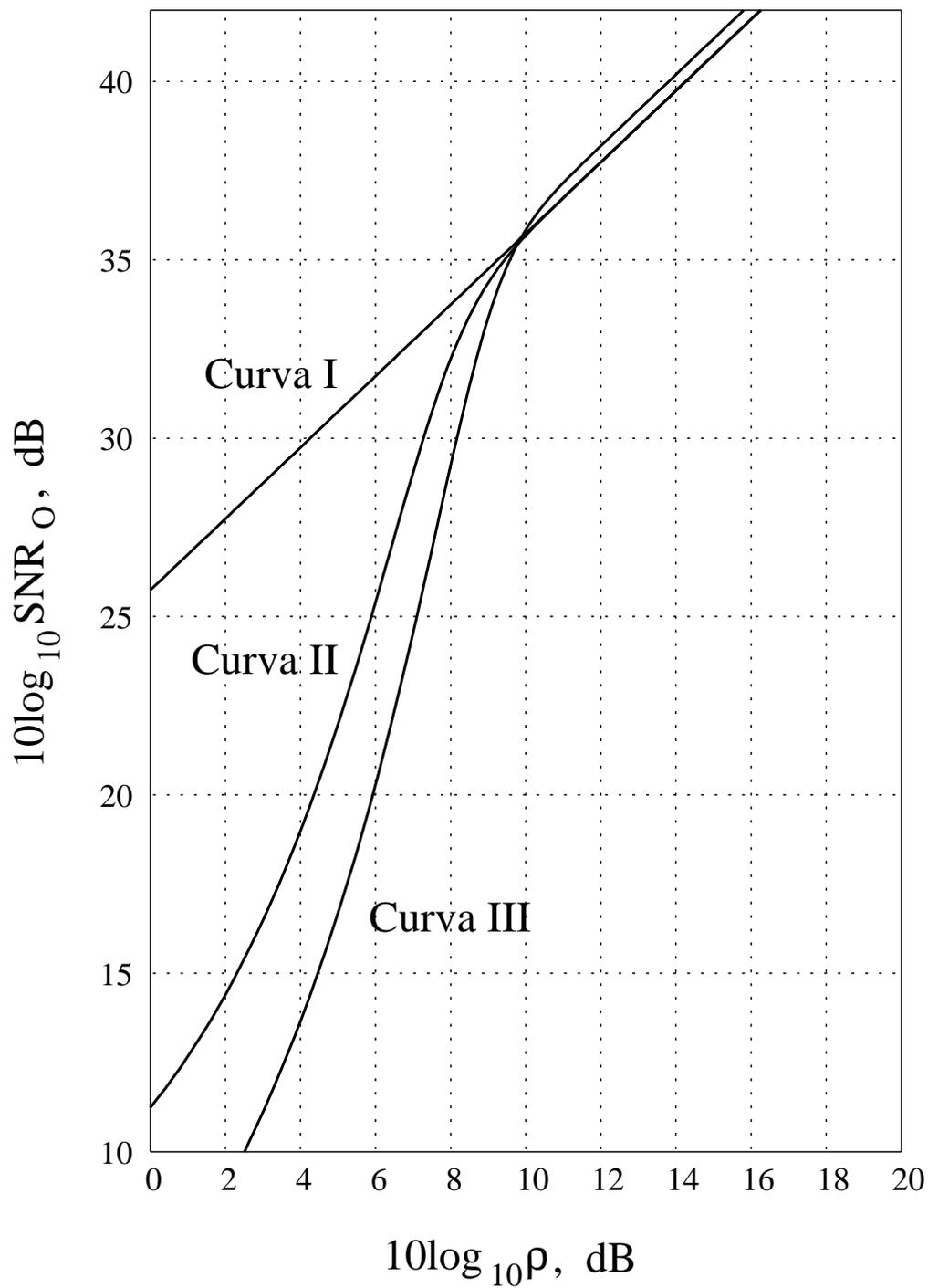


Figura 3.13 SNR a la salida en función del valor de CNR.

Se puede deducir que:

- Conociendo el índice de modulación β , o la relación de desviación D y el ancho de banda W de la señal moduladora, se puede utilizar la regla de Carson o la del 1% para calcular el ancho de banda de transmisión B_T .

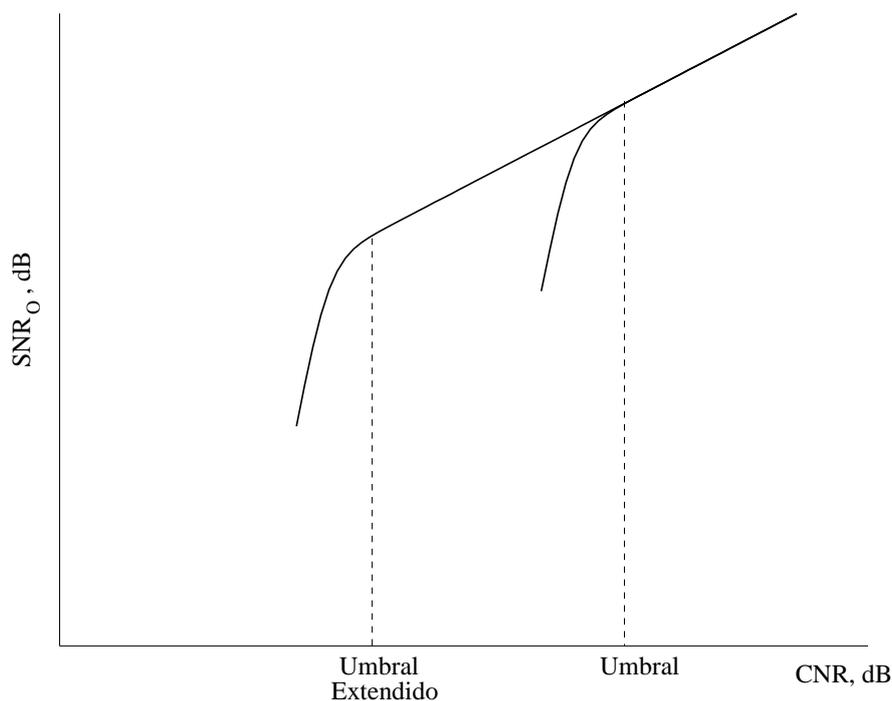


Figura 3.14 Efecto en la SNR a la salida en un receptor con extensión o reducción del umbral.

- Para un valor dado de densidad espectral de potencia de ruido N_0 en el canal (potencia de ruido por unidad de ancho de banda), la potencia mínima de señal transmitida necesaria P_{S_t} para trabajar por encima del umbral, según la ecuación (3.56), es $20B_T N_0$, o lo que es lo mismo 20 veces la potencia de ruido en el ancho de banda B_T de la señal modulada, (20 veces P_{N_f} dada por la ecuación (3.10)).

3.6 REDUCCIÓN DEL UMBRAL.

En ciertas aplicaciones como en las comunicaciones vía satélite, hay un interés particular por reducir el umbral de ruido en un receptor de FM de modo que funcione con el mínimo de potencia de señal transmitida posible. La reducción del umbral en los receptores de FM se puede lograr utilizando un demodulador de FM con **realimentación negativa (FMFB: FM Feedback)** o utilizando un demodulador PLL (Phase Locked Loop). Estos dispositivos se suelen denominar **demoduladores con extensión del umbral**. En la figura 3.14 podemos ver gráficamente el efecto de extender o reducir el umbral con respecto al umbral del receptor basado en el discriminador de frecuencia.

En la figura 3.15 podemos ver un esquema de FMFB. En este caso se ha reemplazado el oscilador convencional que sirve de entrada al mezclador por un VCO cuya frecuencia instantánea a la salida viene controlada por la señal a su entrada. Para comprender el funcionamiento de este receptor, supongamos que eliminamos el VCO del circuito y la línea de realimentación la dejamos abierta.

Supongamos que una señal FM de banda ancha se aplica a la entrada del receptor y una segunda señal FM de la misma fuente pero con índice de modulación ligeramente inferior, se aplica como segunda entrada al mezclador (en lugar del oscilador convencional). La señal a la salida del mezclador viene dada por la diferencia frecuencial de las dos entradas, puesto que las componentes frecuenciales suma se eliminan mediante el filtro IF equivalente. La desviación en frecuencia de la señal a la salida del mezclador será pequeña, aunque la desviación en ambas entradas del mezclador sea grande, puesto que la diferencia entre ambas es pequeña. Es decir, los índices de modulación se restan y la señal FM resultante tendrá un índice de modulación pequeño.

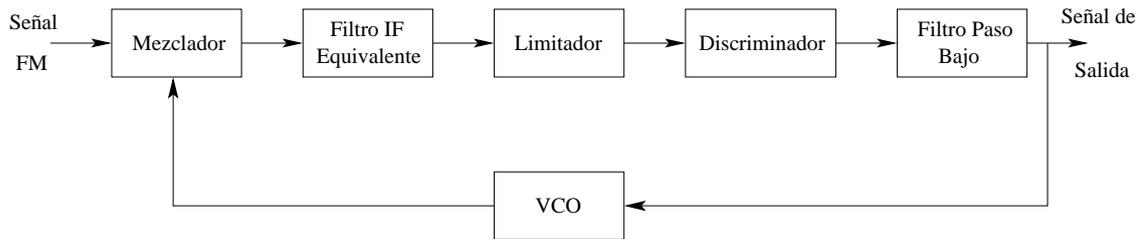


Figura 3.15 Diagrama de bloques de un demodulador empleando FMFB.

La señal FM con índice de modulación reducido se pasa a través del filtro IF cuyo ancho de banda será sólo una fracción del requerido para la señal FM de banda ancha y después se demodula en frecuencia. La segunda señal FM de banda ancha que se aplica al mezclador se puede obtener realimentando la salida del demodulador a través del VCO.

Vamos a ver ahora como cuando el valor de CNR a la entrada es alto el receptor FMFB tiene el mismo valor de SNR a la salida que el receptor de FM convencional para el mismo valor de CNR o la misma SNR a la entrada.

Si no tenemos realimentación y tenemos una portadora sin modular $A_c \cos(2\pi f_c t)$ y un ruido de banda estrecha $n(t) = n_c(t) \cos(2\pi f_c t) - n_s(t) \sin(2\pi f_c t)$, la fase de la señal suma $x(t)$ a la entrada del demodulador (limitador y discriminador) es aproximadamente igual a $n_s(t)/A_c$ si el valor de CNR es elevado. La envolvente de la señal $x(t)$ no nos interesa puesto que el limitador elimina cualquier variación de ésta. La señal a la entrada del discriminador es una señal modulada en fase por la componente en cuadratura del ruido $n_s(t)$. Además puesto que el valor de CNR es elevado, $n_s(t)$ es pequeña y por tanto el índice de modulación de fase será pequeño. Cuando aplicamos la realimentación, el VCO genera una señal que reduce el índice de modulación de fase aún más. Cuando el valor de CNR es elevado demodula de la misma forma tanto la señal de interés $m(t)$ como la derivada de la componente en cuadratura del ruido $n_s(t)$, mientras que elimina la componente en fase del ruido. Al aplicar la realimentación la señal y el ruido se reducen de la misma forma, por lo que el valor de SNR a la salida permanece constante.

Sin embargo, el receptor de FMFB puede desplazar el umbral, puesto que a diferencia del receptor FM convencional, utiliza información *a priori*: aunque la señal FM a la entrada tenga desviación en frecuencia elevada, la velocidad de cambio viene dada por la velocidad de la señal banda base al reducir el ancho de banda de transmisión B_T al ancho de banda de FM de banda estrecha que es $2W$ siendo W el ancho de banda de la señal moduladora $m(t)$. Un demodulador FMFB es básicamente un filtro de seguimiento (Tracking Filter) que puede seguir únicamente las variaciones lentas de la señal FM de banda ancha de entrada, y de forma similar, responde únicamente al ruido de banda estrecha centrado en la frecuencia portadora (recordar que el número de clicks por unidad de tiempo dado por la ecuación (3.50) era directamente proporcional al ancho de banda, por lo que reducir el ancho de banda a la entrada del demodulador va a reducir la posición del umbral). El ancho de banda de ruido al cual el receptor FMFB responde es precisamente la banda de ruido que el VCO puede seguir. El resultado es que un receptor FMFB es capaz de reducir el umbral de 5 a 7 dB, lo que significa una mejora considerable para sistemas diseñados para trabajar con potencia de transmisión mínima.

El demodulador PLL tiene propiedades de reducción del umbral similares al sistema FMFB. Como el FMFB, el PLL también se puede considerar un filtro de seguimiento que deja pasar únicamente la banda del ruido que precisamente el VCO es capaz de seguir. Los mecanismos por los que ambos detectores reducen el umbral son similares, sin embargo tienen detalles diferentes. En muchos casos el funcionamiento y las prestaciones de ambos sistemas son muy similares, pero se decide emplear el PLL puesto que es más sencillo de construir.

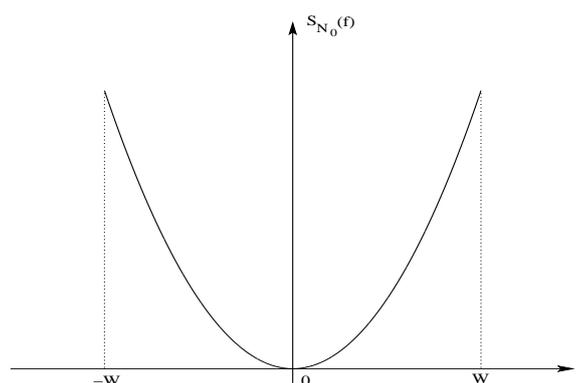


Figura 3.16 Densidad espectral de potencia de ruido a la salida de un receptor de FM.

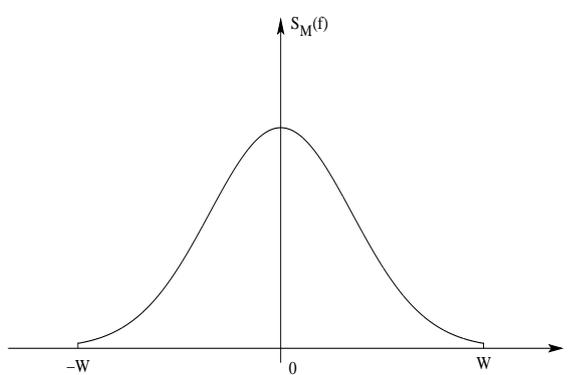


Figura 3.17 Densidad espectral de potencia típica para la señal moduladora.

3.7 REDES DE PRE-ÉNFASIS Y DE-ÉNFASIS.

El ruido a la salida de un detector FM, como ya hemos dicho, tiene dependencia cuadrática con respecto a la frecuencia (crece rápidamente con la frecuencia) según podemos ver en la figura 3.16, mientras que la densidad espectral de potencia típica de una señal moduladora de audio o vídeo, como puede verse en la figura 3.17, cae apreciablemente para alta frecuencia. Cerca de las frecuencias $f = \pm W$ la potencia de ruido es elevada, mientras que la potencia de señal es baja. No se está utilizando el ancho de banda W de la señal modulada de forma eficiente frente al ruido.

Una forma de mejorar las prestaciones del sistema es reducir el ancho de banda W del filtro de postdetección para eliminar la mayor cantidad posible de ruido perdiendo a cambio una pequeña cantidad de señal. Esta solución no es satisfactoria porque la distorsión debido a la reducción del ancho de banda aunque sea pequeña no es tolerable. Por ejemplo, en una señal musical, aunque las componentes frecuenciales elevadas contribuyen poco a la potencia total de la señal, contribuyen mucho desde el punto de vista estético.

Una solución más satisfactoria es la utilización más eficiente en potencia del ancho de banda W utilizando una red de **pre-énfasis** a la entrada del transmisor y una red de **de-énfasis** a la salida del receptor, como podemos ver en la figura 3.18. Este método enfatiza artificialmente (pre-énfasis) las componentes elevadas de la señal modulada antes de modularla y antes por tanto de que se haya introducido el ruido. El efecto es que la señal moduladora se ecualiza de forma que la potencia se reparta por igual en el ancho de banda W . En el extremo final del receptor se lleva a cabo el procedimiento inverso (de-énfasis) para volver a repartir la potencia de la señal moduladora como en la señal original. En este proceso la potencia del ruido a alta frecuencia a la salida del discriminador, al pasar por el proceso de de-énfasis, se reduce considerablemente, incrementando la SNR a la salida. Las redes de pre-énfasis y de-énfasis se utilizan de forma generalizada en la transmisión y recepción de FM.

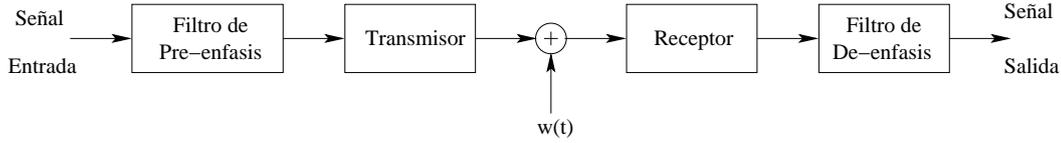


Figura 3.18 Redes de pre-énfasis y de-énfasis en FM.

Para que la señal a la salida sea una versión sin distorsión de la señal moduladora $m(t)$, los filtros de pre-énfasis y de-énfasis deben ser inversos en el ancho de banda W según la ecuación (3.57). Esta restricción hace que el sistema extremo a extremo, considerado con respecto a la señal moduladora $m(t)$, sea independiente del proceso de pre-énfasis y de-énfasis.

$$H_{de}(f) = \frac{1}{H_{pe}(f)} \quad |f| \leq W \quad (3.57)$$

Teniendo en cuenta que la densidad espectral de potencia a la salida del filtro de postdetección viene dada por la ecuación (3.34), la potencia media de ruido a la salida del filtro de de-énfasis $P_{N_{de}}$ se puede determinar mediante la ecuación (3.58).

$$P_{N_{de}} = \frac{N_0}{A_c^2} \int_{-W}^W f^2 |H_{de}(f)|^2 df \quad (3.58)$$

Puesto que el proceso de pre-énfasis y de-énfasis extremo a extremo no afecta a la potencia de la señal moduladora a la salida, la mejora en SNR a la salida viene dada por la ecuación (3.59), donde P_{N_o} es la potencia media de ruido a la salida sin de-énfasis que venía dada por la ecuación (3.35). Usando las ecuaciones (3.35) y (3.58) se obtiene la ecuación (3.60) para la mejora en SNR a la salida. En la ecuación (3.60) se ha supuesto que el valor de CNR es elevado, puesto que la ecuación (3.35) para la potencia del ruido P_{N_o} a la salida sin de-énfasis es válida únicamente para un valor de CNR elevado.

$$D = \frac{P_{N_o}}{P_{N_{de}}} = \frac{\text{Potencia media de ruido a la salida sin pre-énfasis y de-énfasis}}{\text{Potencia media de ruido a la salida con pre-énfasis y de-énfasis}} \quad (3.59)$$

$$D = \frac{2W^3}{3 \int_{-W}^W f^2 |H_{de}(f)|^2 df} \quad (3.60)$$

Un filtro de pre-énfasis muy utilizado en la práctica viene dado por la ecuación (3.61). Esta función de transferencia se implementa directamente mediante una red RC activa (empleando un amplificador operacional) como la que se muestra en la figura 3.19, suponiendo que $R \ll r$ y que $2\pi fCr \ll 1$ dentro de la banda de interés. El amplificador de la figura 3.19 compensa la atenuación introducida por la red RC en las bajas frecuencias. El parámetro frecuencial f_0 viene dado por la ecuación (3.62).

$$H_{pe}(f) = 1 + \frac{jf}{f_0} \quad (3.61)$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi Cr} \quad (3.62)$$

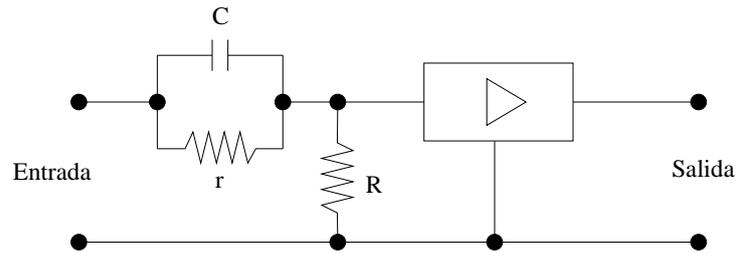


Figura 3.19 Ejemplo de filtro de pre-énfasis muy utilizado en la práctica.

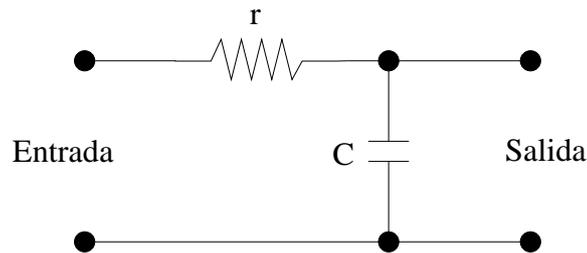


Figura 3.20 Ejemplo de filtro de de-énfasis muy utilizado en la práctica.

El filtro de de-énfasis viene dado entonces, recordando la ecuación (3.57), por la ecuación (3.63) y puede implementarse de forma sencilla por la red RC de la figura 3.20.

$$H_{de}(f) = \frac{1}{1 + \frac{jf}{f_0}} \quad (3.63)$$

La mejora a los filtros de pre-énfasis y de-énfasis dados por las ecuaciones (3.61) y (3.63), teniendo en cuenta la ecuación (3.60), viene dada por la ecuación (3.64).

$$D = \frac{\left(\frac{W}{f_0}\right)^3}{3 \left[\left(\frac{W}{f_0}\right) - \text{atan}\left(\frac{W}{f_0}\right) \right]} \quad (3.64)$$

En FM comercial la frecuencia de sintonización de los filtros de pre-énfasis y de-énfasis es $f_0 = 2100$ Hz, siendo el ancho de banda $W = 15$ KHz. Con estos valores la mejora en SNR a la salida según la ecuación (3.64) es $D = 22$ o lo que es lo mismo 13 dB. El valor típico de SNR a la salida sin pre-énfasis y de-énfasis es de 40 a 50 dB. Con las redes de pre-énfasis y de-énfasis se consigue una mejora importante (siempre que estemos por encima de el umbral).

La utilización de filtros lineales de pre-énfasis y de-énfasis como los que hemos visto son un ejemplo de cómo se pueden mejorar las prestaciones de un sistema FM utilizando las características que diferencian a la señal y al ruido en el sistema. Estos filtros también se aplican a la grabación en cinta magnética. Últimamente se han desarrollado técnicas no lineales de pre-énfasis y de-énfasis y se han aplicado con éxito a la grabación en cinta magnética para señales de audio y musicales como son: Dolby-A, Dolby-B y DBX. Estas técnicas utilizan compresión no lineal del rango dinámico y ecualización para reducir los efectos del ruido para niveles bajos de señal y alta frecuencia, respectivamente.

COMPARACIÓN DE LA CALIDAD DE LOS SISTEMAS.

Vamos a comparar ahora los resultados obtenidos para los diferentes tipos de modulación analizados. Supongamos que la señal moduladora es sinusoidal. Supondremos además que todos los sistemas operan con el mismo valor de SNR del canal. Es importante tener en cuenta cuál es el ancho de banda de transmisión B_T para cada tipo de modulación. Para ello vamos a definir el **ancho de banda normalizado** B_n según la ecuación (4.1), donde W es el ancho de banda de la señal moduladora.

$$B_n = \frac{B_T}{W} \quad (4.1)$$

En la figura 4.1 podemos ver la representación, para los sistemas de modulación analizados, de la SNR a la salida del receptor en función de la SNR del canal (lo que equivale a comparar valores de FOM) ambos en dB. La explicación de las cuatro curvas es la siguiente:

Curva I: En AM con detección de envolvente la expresión para la SNR a la salida del receptor en función de la SNR del canal viene dada (para moduladora sinusoidal) por la ecuación (4.2) para CNR elevado, donde μ es el índice de modulación. La curva I representada en la figura 4.1 corresponde a un índice de modulación $\mu = 1$. En este caso se transmiten dos bandas laterales, por lo que el ancho de banda normalizado B_n viene dado por la ecuación (4.3). La curva I tiene en cuenta el efecto umbral no considerado en la ecuación (4.2). Como el umbral aparece en una zona muy baja de la curva (la SNR a la salida es inferior a 10 dB), no es demasiado significativo, puesto que para tener inteligibilidad la zona de trabajo está muy por encima del umbral (al menos SNR a la salida de 20 a 30 dB).

$$\text{SNR}_O = \frac{\mu^2}{2 + \mu^2} \text{SNR}_C \quad (4.2)$$

$$B_n = 2 \quad (4.3)$$

Curva II: En DSB y SSB con detección coherente la expresión para la SNR a la salida del receptor en función de la SNR del canal viene dada por la ecuación (4.4). Esta curva está 4.8 dB por encima de la curva I para AM. Puesto que el detector coherente es lineal ni DSB ni SSB tienen efecto umbral. Con respecto al ancho de banda normalizado B_n , en DSB se transmiten las dos bandas laterales, por lo que viene dado por la ecuación (4.3). En SSB sólo se transmite una banda lateral por lo que el ancho de banda normalizado viene dado por la ecuación (4.5). SSB es la modulación de amplitud más eficiente tanto en potencia transmitida, como en ancho de banda como en SNR.

$$\text{SNR}_O = \text{SNR}_C \quad (4.4)$$

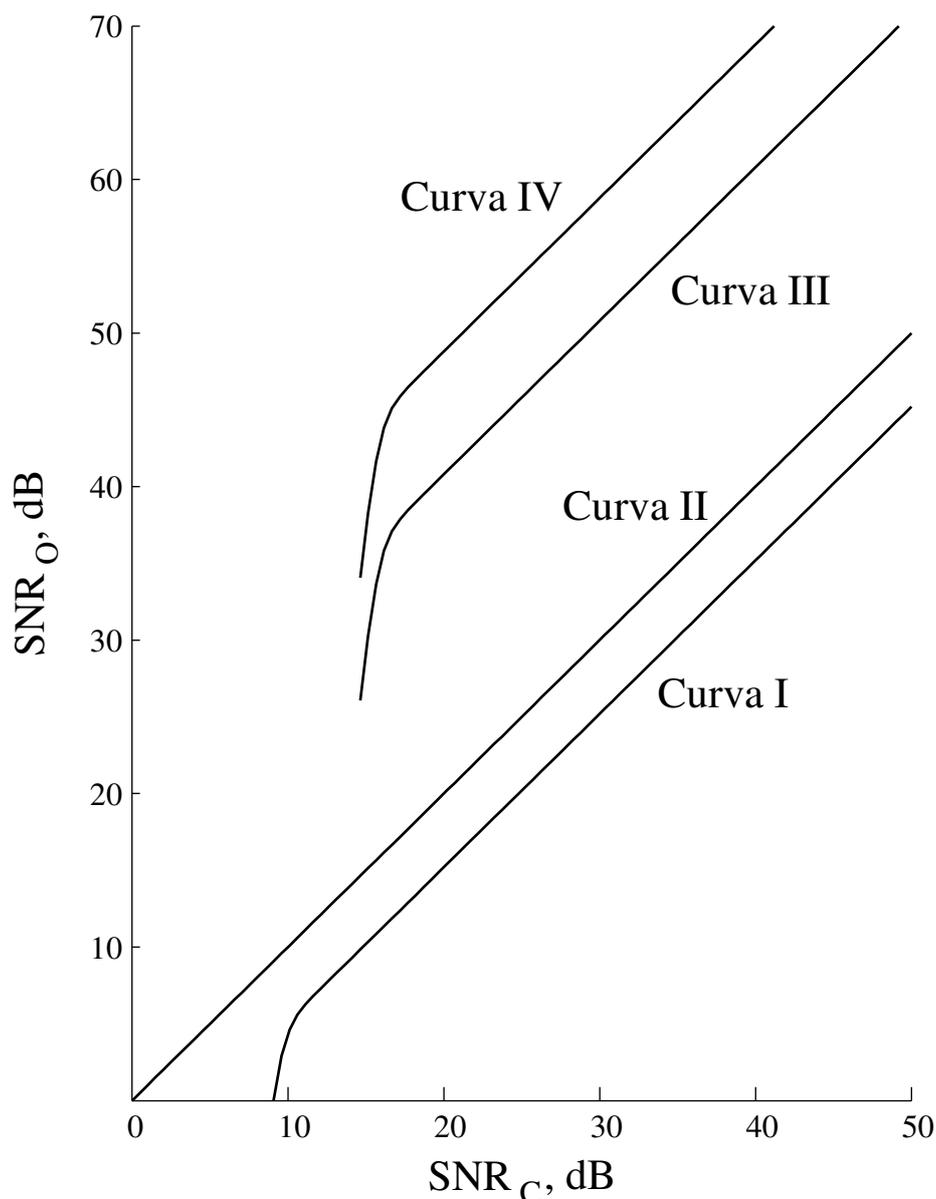


Figura 4.1 Representación de la SNR a la salida del receptor en función de la SNR del canal para los diferentes tipos de modulación.

$$B_n = 1 \quad (4.5)$$

Curva III y IV: En FM con demodulación basada en el discriminador de frecuencia la SNR a la salida del receptor en función de la SNR del canal viene dada (para moduladora sinusoidal) por la ecuación (4.6) para CNR elevado, donde β es el índice de modulación. Para la curva III el índice de modulación es $\beta = 2$ y para la curva IV el índice de modulación es $\beta = 5$. En ambos casos se incluye la mejora de 13 dB debida al empleo de las redes de pre-énfasis y de-énfasis. Utilizando la regla del 1% para determinar el ancho de banda B_T , para la curva III el ancho de banda normalizado B_n viene dado por la ecuación (4.7) y para la curva IV por la ecuación (4.8). Comparando FM con SSB (el caso mejor de modulación de amplitud), para la curva III la mejora es de 20.8 dB, mientras que para la curva IV es de 28.8 dB. Como se puede apreciar la mejora con respecto a las modulaciones de amplitud es bastante significativa. El precio a pagar es la necesidad de un ancho de banda bastante superior. En ambas

curvas se incluye el efecto umbral no considerado en la ecuación (4.6). A diferencia de lo que ocurría en AM con el efecto umbral, en FM el umbral aparece en una zona bastante elevada de la curva, por lo que va a ser muy importante. De hecho la calidad justo por encima del umbral (SNR a la salida de más de 45 dB) es muy buena. Vamos a pasar entonces de una gran calidad (justo por encima del umbral) a perder la señal (en el umbral y la zona inmediatamente inferior) variando bastante poco el nivel de ruido del canal. La señal en lugar de deteriorarse paulatinamente pasa de recibirse con mucha calidad a perderse por completo. Este efecto es característico de FM.

$$\text{SNR}_O = \frac{3\beta^2}{2} \text{SNR}_C \quad (4.6)$$

$$B_n = 8 \quad (4.7)$$

$$B_n = 16 \quad (4.8)$$