# Aproximación científica a los sonidos musicales

Asignatura: *Ingeniería de la Ondas I*E. T. S. de Ingenieros de Telecomunicación
Universidad de Valladolid (España)

José Luis Gutiérrez Sacristán - jgutsac@ribera.tel.uva.es

#### Introducción:

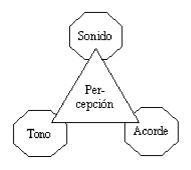
El objetivo del presente trabajo es realizar un estudio científico de los sonidos producidos por los instrumento musicales: su naturaleza física y la sensación auditiva que producen. Las cualidades distintivas de estos *sonidos musicales* irán revelándose según vayamos tratando diferentes aspectos físicos y perceptivos. Un enfoque clásico y restrictivo de cuáles sonidos pueden ser considerados musicales es razonable y surge naturalmente de las facultades perceptivas del oído humano, como veremos.

Como estamos tratando un última instancia con una sensación, resultará insuficiente estudiar sólo las propiedades de la onda de presión sonora incidente en el tímpano, pues a lo largo de todo el sistema auditivo se producen diferentes procesos de acondicionamiento y transformación de la señal, determinantes de las capacidades y limitaciones perceptivas del sistema auditivo humano.

La trasformación de mayor gravedad se lleva a cabo en el oído interno, donde una señal mecánica se transforma en impulsos nerviosos: La onda mecánica entrante en la cóclea (sólo adaptada su impedancia respecto la del tímpano) es una señal "analógica", toma valores de un continuo, mientras que por la naturaleza neuronal, la señal que viaja por una fibra nerviosa es de tipo "digital", es decir, un tren de pulsos. Partiendo de la cóclea, Por el nervio auditivo viajan aproximadamente 24.000 fibras nerviosas [1] capaces cada una de ellas portar una señal de este tipo.

Enlazando con las propiedades de los sonidos musicales, como consecuencia directa de las procedimientos neuronales de decodificación de las señales nerviosas auditivas en el cerebro, nuestro oído está muy especialmente adaptado para el análisis de un tipo *restringido* de señales: aquellas que como las producidas en cavidades u otros sistemas de resonancia (por ejemplo, un tubo de un órgano, la laringe humana o una cuerda de un violín) irradian a través del aire su energía muy concentrada en torno de sus frecuencias de resonancia.

Los sonidos musicales tienen unas propiedades especiales en términos perceptivos. Según Erickson [2], pueden situarse en diferentes puntos de un triángulo según la forma en que los escuchemos:

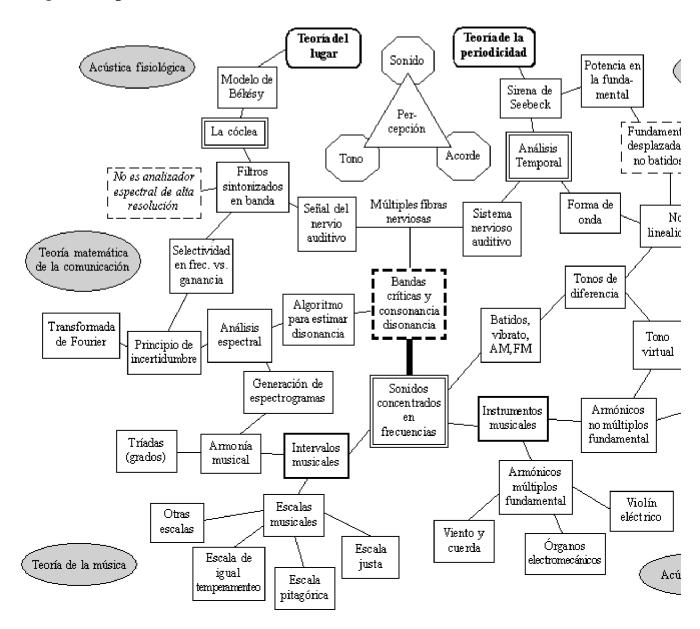


- El **tono** corresponde a la propiedad del sonido de ser ordenado en una escala, análoga a una ordenación en frecuencias, pero desde el punto de vista de la sensación.
- **Acorde** se refiera la la propiedad de diferenciar en un sonido varias componentes con diferentes tonos.
- **Sonido** la cualidad asociada a un análisis no realizado en términos de tono ni acorde.

Vislumbrada la variedad de fenómenos interrelacionados alrededor del sonido musical acometeremos el estudio desde los siguientes puntos de vista:

- Acústica fisiológica: los fenómenos acaecidos sobre la vibración sonora desde que excita el tímpano hasta que se convierte en señales neuronales que viajan camino del cerebro por el nervio auditivo.
- *Psicoacústica:* la sensación sonora (percepción) sometida a análisis y experimentación.
- Acústica física: la base física de la generación de sonidos en los instrumentos musicales.
- *Teoría matemática de la comunicación:* necesaria para construir herramientas de análisis de la señal sonora y de los sistemas que la acondicionan y distorsionan en el sistema auditivo.
- *Teoría de la música / Armonía:* qué relaciones establecen los músicos entre los sonidos generados por los instrumentos musicales.

# Diagrama esquemático del estudio:



# Índice:

- 1. <u>Acústica</u> fisiológica
- Señal de presión sonora? oído externo y medio
- El oído interno? La cóclea
- Modelo de Békésy
- Filtros pasabanda? Teoría del lugar
- Señal del nervio auditivo
- 2. Psicoacústica
- Sistema nervioso auditivo
  - Teoría de la *periodicidad*
  - Análisis temporal? Búsqueda de correlación
  - Percepción del tono ? Sirena de Seebeck / 2ª ley de Ohm o ¿Potencia en la frecuencia fundamental?
    - Gratement en la meedement
    - o Tono virtual
    - o Percepción absoluta del tono
- Bandas críticas y consonancia disonancia
  - o Cómo estimar el grado de consonancia/disonancia de un sonido
- No-linealidades ? Desarrollo de Taylor de la respuesta ?
   Distorsión interarmónica ? Tonos de diferencia
- 3. Acústica física
- Instrumentos musicales
- Tono bien definido y apto para construir armonía musical
  - o Instrumentos de cuerda y viento
- Tono aceptablemente definido, pero no aptos para la armonía convencional
  - o Xilófono, marimba, carillón, celesta, etc.
- Sin tono definido
- Timbre
  - o Órgano electromecánico
- 4. <u>Teoría</u> matemática de <u>la</u> comunicación
- A Análisis espectral? Transformada de Fourier
  - Principio de incertidumbre
  - Descomposición tiempo-frecuencia de Gabor
  - Generación de espectrogramas ? Resonadores de Helmholtz
     Programa Matlab
- Vibrato y modulaciones en frecuencia/amplitud
- Respuesta en frecuencia de un sistema amplificador y conservación de la forma de onda
- 5. Teoría de la música /
- Definición de armonía musical

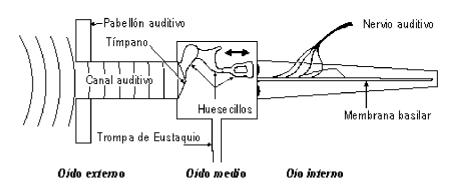
## Armonía

- Intervalos musicales
  - o Sonograma de piano tocando la serie de armónicos
- Escalas musicales
  - o Escala justa (tríadas)
  - o Escala pitagórica
  - o Escala temperada
- Referencias
- Bibliografía

# 1.- Acústica fisiológica

En este apartado vamos a seguir el camino y transformaciones de la señal auditiva desde que incide en el tímpano hasta que recorre el nervio auditivo camino del cerebro.

La onda de presión sonora que viaja por el aire incide en el pabellón auditivo y viaja por el **oído externo** (responsable de



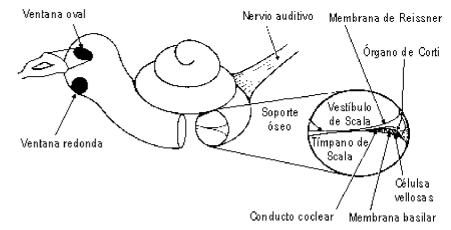
resonancias perceptibles en la sensibilidad del oído) hasta incidir en el tímpano

El tímpano es la fina membrana que separa el oído externo del oído medio, donde se alojan los huesecillos. Por una parte actúa como transductor de la vibración que le transmite la onda de presión sonora incidente desde el exterior, al mismo tiempo que impide que cualquier partícula penetre en el oído medio. El oído medio está herméticamente cerrado del exterior, excepto por la trompa de Eustaquio, comunicada con la garganta, que se abre durante breves lapsos de tiempo para compensar excesos o defectos de presión y servir como conducto de drenaje.

En el **oído medio**, los huesecillos (martillo, yunque y estribo), actúan como un sistema de palancas, comunicando la onda mecánica desde el tímpano (sobre el que se apoya el martillo) hasta la cóclea, por de la ventana oval (sobre la cual se apoya el estribo). Realizan una importante labore de *adaptación de impedancias* que permite que la presión que ejerce el estribo en la membrana oval sea 30 veces mayor que la ejercida sobre el tímpano.

En todo momento hasta ahora, la señal que se ha transmitido mecánicamente hasta la ventana oval de la cóclea es una señal *análoga* a la señal de presión sonora que viajaba por el aire procedente de la fuente de sonido.

La ventana oval supone el punto de entrada de esta señal en el **oído interno**. El único órgano responsable de la audición en el

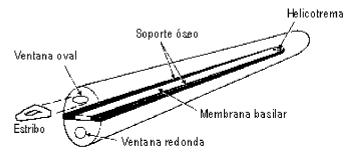


oído interno es la cóclea, donde se llevará a cabo la conversión de la señal analógica que hemos mencionado en miles de señales nerviosas que viajarán por el nervio auditivo hacia el cerebro. Estas

señales, que por la naturaleza neuronal son de tipo *digital* (trenes de pulsos), tienen que transmitir toda la información de interés en la señal original, y además codificada adecuadamente para que el cerebro pueda interpretarla.

La **cóclea** es una estructura con forma de tubo cónico alargado, que se encuentra enrollada sobre sobre sí misma en forma de espiral. Observando una sección transversal se aprecian tres diferentes cámaras que la recorren en toda su longitud: el dos canales y el conducto coclear. La cóclea está llena de líquido y rodeada por paredes óseas rígidas. Hay diferentes líquidos en los canales que en el conducto coclear, que se encuentran separados por dos membranas. La membrana de Reissner [ver ilustración] es extraordinariamente delgada. Apoyados en la membrana basilar se encuentra el complejo y delicado órgano de Corti, que contiene varias filas de diminutas células vellosas a las cuales se conectan las fibras nerviosas. Cada fila de células vellosas contiene unas 7000 células, habiendo un total de 24.000 células en varias filas. Cada célula vellosa posee numerosos cilios, que se doblan cuando la membrana basilar responde a un sonido, desencadenando una señal nerviosa en el nervio auditivo.

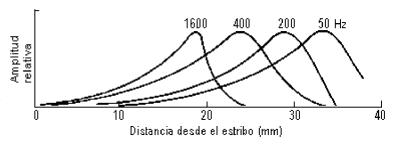
Georg von Békésy recibió el premio Nóbel de Fisiología y Medicina en 1961 por su descubrimiento del funcionamiento de la cóclea y su membrana basilar. Realizó numerosos experimentos con cócleas de animales y cadáveres, y construyo modelos que imitaban su funcionamiento con el objetivo de desentrañar el patrón de vibración de la membrana basilar ante las diferentes



frecuencias y amplitudes de las señales entrantes. Encontró indicios de realimentación en las características mecánicas de la cóclea que hacían que las extraídas de animales perdiesen selectividad en frecuencia al cabo de pocos minutos de la muerte del animal.

Para comprender cómo vibra la membrana basilar imaginamos la cóclea desenrollada, con forma de cilindro estrecho dividido en dos secciones por la membrana basilar. En primera aproximación no es necesario considerar el conducto coclear por lo extremadamente fino que es. En el extremo más grande del cilindro se encuentran las ventanas oval y redonda, cada una de ellas cerrada por una membrana. En el otro extremo de la membrana basilar hay un pequeño orificio denominado helicotrema que comunica las dos secciones. La membrana basilar acaba a poca distancia del extremo del cilindro, con lo cual el fluido puede transmitir ondas de presión de vuelta desde el final de la membrana.

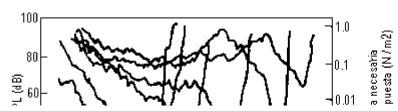
Cuando el estribo vibra contra la ventana oval, se producen oscilaciones en la membrana basilar según la vibración viaja a través del interior de la cóclea. Los tonos agudos hacen vibrar la membrana basilar cerca de las ventanas (donde es delgada y rígida), mientras que los tonos graves hacen vibrar la



membrana basilar cerca del helicotrema, donde es más flácida.

De este modo, en la cóclea tiene lugar un análisis espectral inicial. La conversión de las vibraciones mecánicas de la membrana basilar en impulsos eléctricos del nervio auditivo se lleva a cabo en el ya mencionado órgano de Corti. En función de la frecuencia de la señal, la vibración se encontrará localizada a lo largo de la membrana basilar excitando unas u otras fibras nerviosas (correspondientes a las diferentes frecuencias). Asimismo, en función de la amplitud de la vibración, más fibras nerviosas serán estimuladas.

Hermann von Helmholtz (1821-1894) identificó que el patrón de vibración en el interior de la cóclea hacía que la respuesta de cada fibra nerviosa



correspondiese a la de un resonador selectivo sintonizado a diferentes frecuencias en función de la posición que ocupase cada terminación nerviosa a lo largo de la membrana basilar. Es lo que se conoce como *teoría del lugar*.

Los experimentos posteriores de Georg von Békésy demostraron que esta aproximación es cierta, pero que las bandas de filtrado no son lo suficientemente estrechas como para justificar la precisa percepción del tono del oído humano, aunque, como veremos en el siguiente apartado, sí son de vital importancia para permitir que cada fibra nerviosa se capaz de transmitir correctamente una señal, restringiendo su actuación a una banda de frecuencias, que denominaremos *banda crítica*.

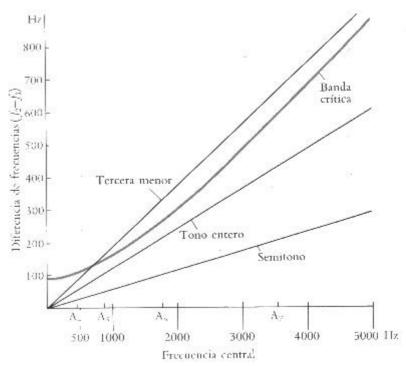
[Volver al índice]

#### 2.- Psicoacústica

Como hemos mencionado anteriormente, una célula nerviosa es excitada cuando la vibración de la membrana basilar supera un cierto umbral. Existen células con diferentes umbrales para permitir un gran rango dinámico de respuesta al oído. Asimismo, la señal que viaja por cada fibra nerviosa individual del nervio auditivo, aún tratándose de un tren de pulsos, posee la misma periodicidad que la envolvente temporal de la señal filtrada en banda correspondiente a la vibración de la membrana basilar allí donde esta su terminación nerviosa.

La teoría de la periodicidad afirma que el cerebro es capaz de decodificar los patrones temporales de cada fibra nerviosa, analizando la autocorrelación dentro de cada señal individual, así como correlación cruzada entre fibras correspondientes a distintas bandas críticas buscando patrones temporales de vibración cuya periodicidad está relacionada por números enteros. Según esta teoría, es deseable que cada fibra individualmente reciba sólo una señal armónica, pues si el patrón de vibración de cada fibra nerviosa fuese demasiado complicado, conteniendo componentes de diferentes periodicidades, las búsqueda de correlación no podría acometerse. Así surge la necesidad de filtrado en banda (bandas críticas) previo de cada señal nerviosa que se lleva a cabo en la cóclea como hemos visto en el apartado anterior.

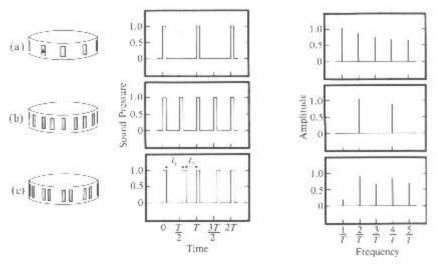
Llamamos *Banda crítica* a la banda de frecuencias que excita cada terminación nerviosa. Mediante estudios fisiológicos de cócleas, así como experimentos perceptivos sabemos que el ancho de banda de estos filtros pasabanda centrados en cada terminación nerviosa es tal que se abarcaría la totalidad del espectro audible con 24 de ellos. Pero no debemos olvidar que no existen 24 filtros, sino un continuo, pues el filtrado es el resultado de las propiedades de mecánicas de la cóclea sobre cada punto de la membrana basilar. El ancho de banda crítica es función de la frecuencia, como se observa en el gráfico (en frecuencias, aproximadamente, un intervalo de tercera menor corresponde a 1/5, un



tono entero a 1/8, y un semitono a 1/16 de la frecuencia central).

La percepción del tono

A mediados del siglo XVIII, A. Seebeck realizó una serie de experimentos sobre la percepción del tono que produjeron sorprendentes resultados. Como fuente de sonido, Seebeck utilizó una sirena consistente en un disco rotatorio con orificios periódicamente espaciados por los que atravesaba una ráfaga de aire. Cuando los orificios estaba regularmente distribuidos (a), la sirena producía un sonido con un tono muy bien definido, correspondiente al periodo entre ráfagas. Duplicando el número de orificios (b) el tono se elevaba exactamente una octava. Sin embargo, utilizando un disco con orificios espaciados distancias t1 y t2 (c) se produjo un resultado inesperado: el tono percibido era el mismo que en el caso (a), aunque cambia el timbre, la calidad del sonido.



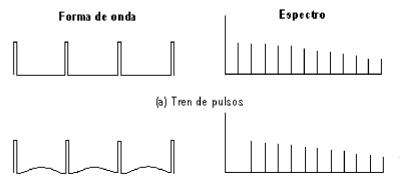
Casi simultáneamente, G. S. Ohm adaptó el teorema de análisis espectral de Fourier a la acústica, formulando una hipótesis (ley de la acústica de Ohm, también llamada 2ª ley de Ohm) según la cual sólo podía percibirse el tono correspondiente a una determina frecuencia si la onda acústica tenía potencia en dicha frecuencia. Ohm fue muy crítico con la interpretación de Seebeck según la cual es la periodicidad

no la potencia en la frecuencia fundamental lo que determina el tono.

En el siglo XIX, H. von Helmholtz apoyaba la idea de Ohm, añadiendo importancia a la llamada distorsión armónica, que generaría una fuerte fundamental a partir de los armónicos superiores (tonos de suma y diferencia). Sin embargo, es fácil construir un experimento para refutar el punto de vista de Helmholtz: tomamos un sonido con fuertes armónicos parciales en frecuencias múltiplos de una fundamental. Entonces filtramos la fundamental y añadimos un armónico en una posición ligeramente desplazada respecto a la posición de la fundamental original. Si el oído generase una fuerte fundamental a partir de los armónicos superiores deberían percibirse batidos entre el armónico añadido y la fundamental generada por el oído, lo cual no sucede.

De hecho, no es necesario que una señal tenga nada de potencia en su frecuencia fundamental, para que tenga una periodicidad de valor inverso a su periodo. En la figura se observa un tren de pulsos al cual hemos restado su armónico fundamental.

Es sencillo construir experimentos desplazando todas las componentes armónicas de un sonido, donde se



(b) Tren de pulsos sin la fundamental

observa que la periodicidad de incluso la envolvente de una onda es la que nos determina la percepción del tono.

En resumen, la percepción del tono en última instancia es realizada por el cerebro en base a patrones de correlación temporal de las señales de las fibras nerviosas. Sin embargo, no sería posible para el cerebro desentramar esta información si no fuese porque diferentes fibras adquieren la periodicidad de armónicos de diferentes frecuencias, los que recaen dentro de su correspondiente banda crítica.

#### Tono virtual

Cuando un sonido está compuesto por parciales de frecuencias múltiplos de una fundamental resulta

fácil predecir que tono será percibido, pero cuando un sonido está compuesto por parciales no armónicos, surge un problema. En este tipo de sonidos no es sencillo encontrar una envolvente periódica y definida del sonido. Actualmente se cree que el cerebro extrae una pequeña serie de armónicos del centro de la banda audible, y determina el tono como el máximo común divisor de la serie. En algunos instrumentos de percusión, como algunas campanas, existe un parcial en la misma frecuencia que estima el cerebro a partir de los otros parciales, reforzando la percepción del tono, mientras que en otros instrumentos, como el gong, la percepción es puramente subjetiva.

Percepción absoluta del tono: Existe un interesante fenómeno relativo a la percepción del tono por el oído humano. La inmensa mayoría de la gente es capaz de diferenciar si un sonido es más agudo que otro, incluso, gente con una preparación previa es capaz de distinguir el intervalo que separa dos sonido presentados uno a continuación que otro con gran precisión. Sin embargo, existe un conjunto de personas (0.01% de la población) que poseen la extraordinaria capacidad de identificar el tono de un sonido sin que se les presente ningún tono de referencia. Es lo que denominamos percepción absoluta del tono. Estas personas pueden discriminar los sonidos como la mayoría de las personas los colores.

Cómo estimar el grado de consonancia/disonancia de un sonido

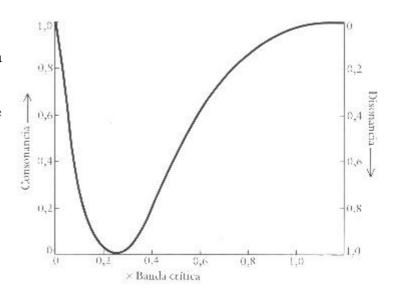
Para Helmholtz, el cerebro realiza un análisis espectral de la señal sonora, separando un sonido en sus diferentes armónicos parciales. Experimentando llegó a la conclusión de que hay disonancia cuando la diferencia de frecuencia entre dos parciales (tonos puros que componen el sonido musical) es tal que se aparecen entre 30 y 40 batidos por segundo.

Investigaciones actuales [3] han llevado a la misma conclusión: la consonancia o disonancia de dos tonos puros (los diferentes armónicos que componen los sonidos musicales) que suenan juntos depende de la diferencia de frecuencias, y no de su cociente. La máxima disonancia se produce cuando la diferencia de frecuencias es aproximadamente ¼ del ancho de banda crítico. También depende ligeramente del nivel de presión sonora. Como el ancho de banda crítico depende de la frecuencia central de la banda, disponemos de una fórmula empírica para calcular la diferencia de frecuencias a la que se obtiene la mayor disonancia.:

$$\Delta f_d = 2.27(1 + \frac{L_p - 57}{40})f^{0.447}$$

Siendo Lp el nivel de presión sonora y f la frecuencia del tono primario.

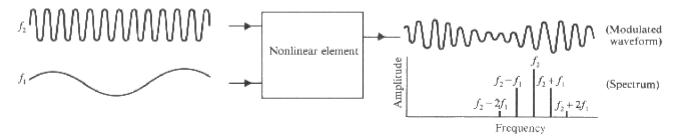
Puede elaborarse un algoritmo que calcule el grado de disonancia de un sonido: Primero se normaliza el espectro del sonido a ancho de banda crítico constante (normalizar a la fórmula anterior para Lp constante), y entonces se convoluciona el espectro normalizado por la función que representa el grado de disonancia que aparece según nos aproximamos a la banda crítica [ver gráfico]. La función obtenida representará la disonancia aparecida en función de la frecuencia.



La explicación de este fenómeno en términos neurológicos se basa en el hecho de que cuando dentro de la banda crítica correspondiente a una fibra nerviosa recae sólo una componente armónica, la señal neuronal posee una perfecta periodicidad que facilita al cerebro la búsqueda de correlaciones temporales. Sin embargo, si dentro de la banda crítica recaen diferentes componentes armónicas, la señal neuronal no posee una correlación fácil de desentrañar, lo que provoca el stress o "tormento tormento perpetuo", tomando palabras de Galileo, propio de una disonancia.

Efecto de no linealidades

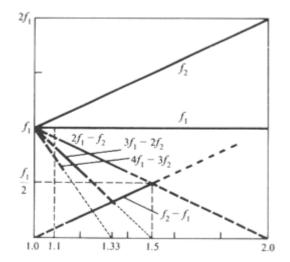
Es difícil encontrar un sistema con una respuesta puramente lineal. Para Helmholtz, la respuesta del oído no era lineal, de modo que el oído fortalecía o reconstruía el armónico fundamental de un sonido a partir de sus armónicos superiores. Como hemos visto en párrafos anteriores, el oído tiene una respuesta muy lineal, de modo que no se lleva a cabo el fenómeno descrito por Helmholtz con suficiente intensidad. Sin embargo sí que aparecen otros fenómenos más tenues, pero importantes.



La distorsión interarmónica es uno de los fenómenos más importantes: ¿Cómo afecta la presencia de un armónico en el resto de armónicos?. Podemos analizar la respuesta de un sistema mediante su desarrollo en serie de Taylor. Resulta muy sencillo de estudiar el caso de un sistema con una componente cuadrática en su respuesta, al que introducimos dos funciones armónicas.

$$\begin{cases} \cos(f_1t) + \cos(f_2t) = \\ \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} \right) + \frac{1}{2} \left( e^{if_2t} + e^{-if_2t} \right) \\ + b \begin{bmatrix} e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} \\ \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_2t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-if_1t} \right) \\ + \frac{1}{2} \left( e^{if_1t} + e^{-if_1t} + e^{-$$

Como se puede observar en la fórmula anterior y escuchar en el <u>ejemplo sonoro</u>, el oído genera términos de diferencia así como armónicos superiores que antes no existían (es la prueba de que el oído no es un sistema lineal). Predominan los tonos de diferencia cuadráticos [ver fórmula] y cúbicos, debido a los término de orden 2 y 3 en el desarrollo de Taylor de la respuesta del oído.



Los tonos de diferencia también son responsables de la aparición de muy tenues batidos cuando se escuchan intervalos de quinta (3/2) y octava (2/1) ligeramente desafinados. Algunos compositores como E. Varese, han aprovechado los tonos de diferencia para construir melodías que suenan en registros mas graves que los que pueden alcanzar los intérpretes.



[Volver al indice]

## 3.- Acústica física

Los instrumentos musicales se caracterizan por estar construidos con el propósito de producir un sonido con unas características adecuadas para la música. Podemos distinguir los instrumentos en tres grupos, en función de las características del sonidos que producen:

- Sonido de tono bien definido y apto para construir armonía musical
  - o Instrumentos de cuerda y viento
- Sonido de tono aceptablemente definido, pero no aptos para la armonía convencional
  - Algunos instrumentos de percusión como xilófono, marimba, carillón, celesta, campanas tubulares y timbales
- Sonidos sin tono definido, limitados para ritmos o sonidos de timbre "exótico" distinto de los anteriores.
  - o El resto de instrumentos de percusión: gong, bombo, platillos...

Instrumentos que producen un sonido de tono bien definido y apto para construir armonía musical

Los instrumentos de cuerda y viento se caracterizan por poseer una estructura que vibra en frecuencias son múltiplos enteros de una fundamental, transmitiendo al aire un sonido compuesto por parciales así relacionados (por parcial entendemos una oscilación de tipo armónico centrada en una frecuencia particular).

En primera aproximación pueden modelizarse mediante un modelo unidimensional: una cuerda tensa sin rigidez fija en los extremos, o un tubo acústico delgado: La energía viaja continuamente de un extremo a otro del instrumento, reflejándose en los extremos una y otra vez, pero sólo permanecen unos modos de vibración (ondas de desplazamiento transversal en el caso de una cuerda, o de presión sonora en el caso del tubo acústico) cuya longitud de onda es una fracción entera de la longitud del instrumento.

Si el sistema es perfectamente lineal (en el caso de una cuerda esto exige amplitudes de oscilación muy pequeñas y rigidez despreciable de la misma), las frecuencias de vibración serán proporcionales al inverso de la longitud de onda de cada modo de vibración y por tanto múltiplos enteros de la frecuencia fundamental, que es la correspondiente al modo de mayor longitud de onda. Matemáticamente se trata de un problema de ecuaciones diferenciales: la ecuación de ondas unidimensional, con condiciones de contorno homogéneas, la cual tiene por solución los autovalores del operador laplaciano en el recinto en cuestión.

Como el sonido producido está compuesto de parciales múltiplos enteros de una frecuencia fundamental, el sonido es agradable por sí mismo, pues una sola nota interpretada por el instrumento no posea más de un parcial dentro de una misma banda crítica (válido para los primeros parciales), y además pueden establecerse las importantes relaciones entre diferentes notas interpretadas por el instrumento que vemos en el apartado dedicado a la <u>armonía</u>. Cabe mencionar que si no es por esta organización, ni siquiera los intervalos de octava tienen fundamento alguno.

Instrumentos que producen un sonido de tono aceptablemente definido, pero no aptos para la armonía convencional

Radian la energía concentrada en torno a varios parciales, pero que éstas no están relacionados mediante relaciones sencillas de números enteros. A este grupo pertenecen algunos instrumentos de percusión como el xilófono, la marimba, el carrillón, la celesta, las campanas tubulares y los timbales.

Los modos de vibración de su estructura no son de un sistema lineal unidimensional, como en el caso anterior. Las barras de xilófono poseen múltiples modos torsionales, las barras de la marimba tienen una distribución de masas muy concentrada en los extremos, con un tramo central muy delgado, y en los timbales vibra es una membrana con forma de disco (algunos modos de vibración estarán por tanto regidos por funciones de Bessel). En estas estructuras, la frecuencia de vibración de los diferentes modos no guarda ninguna relación sencilla de números enteros.

Cómo asigna el cerebro un *tono virtual* a estos sonidos es algo que no se comprende totalmente; en el apartado de psicoacústica [tono virtual] indicamos que se basa en la búsqueda de un mínimo común divisor de los frecuencias de los parciales del centro de la banda de audición. Además, sabemos que si mediante una cuidadosa construcción física logramos que aparezca una vibración armónica en la frecuencia que el cerebro ha asignado al sonido, reforzamos mucho la percepción del tono. Esto se

logra en algunas campanas controlando los modos de vibración más grave, y en el xilófono y la celesta mediante a colocación de tubos resonadores debajo de las barras.

Sin embargo, la arbitraria distribución de los diferentes parciales impide podamos hacer uso de la armonía, válida para los instrumentos musicales del primer grupo, y que analizamos en el apartado dedicado a la armonía.

Instrumentos que producen sonidos sin tono definido

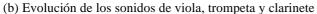
Estos instrumentos, como el gong, el bombo o los platillos, que irradian su energía de forma muy dispersa, no permiten al cerebro localizar patrones como envolvente temporal o relaciones entre parciales armónicos, necesarios para la percepción del tono. Sin embargo, estos instrumentos pueden generar sonidos potentes, sugestivos, sorprendentes, que hacen sentir el auditorio "lleno" de sonido, aunque no permiten interpretar melodías ni construir ningún tipo de armonía con ellos.

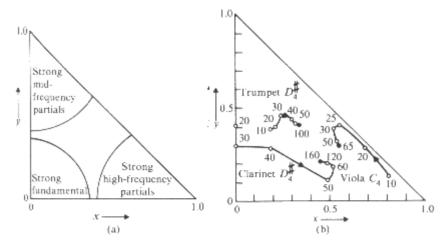
#### Timbre o calidad del sonido

El timbre de los instrumentos de las dos últimas categorías mencionada es un fenómeno extraordinariamente complejo, debido a la gran variabilidad de la estructura armónica del sonido, y no podremos, por tanto analizarlo en términos sencillos.

El timbre de los instrumentos basados en parciales múltiplos de una fundamental, también tiene también una gran variabilidad, a pesar de poseer los parciales idénticas frecuencias. Este fenómeno es debido a la evolución temporal del predominio de unos u otros parciales.

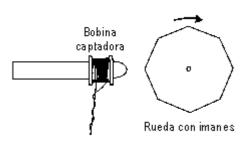
(a) Explicación del diagrama: la proximidad a cada vértice del triángulo indica predominio de ciertos parciales





Existe otro parámetro que modifica el timbre de este tipo de instrumentos: por ejemplo, en el piano, las cuerdas poseen una cierta rigidez (responsable de una fuerza recuperadora añadida) que hace que los parciales estén más separados de lo que les correspondería, mientras que en los instrumentos de viento ocupan su lugar teórico con gran precisión. Parciales ligeramente desafinados producen batidos con un resultado similar al <u>vibrato</u> descrito en la siguiente sección.

Un antiguo tipo de órganos electromecánicos estaá basado en una conjunto de ruedas con imanes que excitaban una bobinas captadoras. Todas las ruedas giran solidarias al mismo eje, pero cada una posee un diferente número de imanes (múltiplos de un número fundamental). Ajustando la distancia de cada bobina a su correspondiente rueda se configuraba el predominio de cada parcial, con el consiguiente resultado en el timbre.



Con este instrumento quedó demostrado que parciales afinados con excesiva precisión quitan solidez

al sonido: Como todas las ruedas giran juntas, las frecuencias de los parciales están exactamente relacionados por números enteros (el número de imanes en cada rueda), lo que produce un sonido pobre y frío, debido a la ausencia de los ligeros batidos y modulaciones que generan parciales no perfectamente afinados.

[Volver al índice]

## 4.- Teoría matemática de la comunicación

Existen muchas maneras de codificar información en una señal. La teoría de la comunicación tiene por objeto el estudio y desarrollo de maneras eficientes de transmitir la información por un canal. La capacidad máxima de un canal de comunicaciones fue acotada por Claude Shannon en los años cuarenta, en base a que la señal no puede variar arbitrariamente rápido –limitación de banda– y siempre hay un nivel de ruido.

Cuando escuchamos música percibimos claramente la variación en el "tiempo" de la "frecuencia" de los sonidos. Un sonograma o espectrograma de sonido es un *diagrama tridimensional*. En esencia consiste en representar la señal de sonora (una función unidimensional del tiempo) como una función que depende de dos variables: tiempo en el eje de abscisas y frecuencia en el eje de ordenadas.

El hecho de que estemos representando una función de una variable como una función de dos variables implica que existe una ligadura interna en la función, es decir que no todas las funciones de dos variables serán posibles representaciones de sonidos. La ligadura interna es la transformada de Fourier. Esto nos lleva inevitablemente al **principio de incertidumbre**, el cual surgió de la mecánica cuántica debido a que en esta rama de la física la posición de una partícula es una función del espacio y su cantidad de movimiento (está ligada a la posición) es la transformada de Fourier de la función de posición.

Dado que funciones muy concentradas en el tiempo tendrán por transformada de Fourier funciones con componentes de alta frecuencia y señales con componentes de baja frecuencia cambiarán muy lentamente en el tiempo, nos encontramos con una limitación, una incertidumbre en la precisión con que queremos conocer la frecuencia de una señal y lo duradera que esta sea.

A la hora de construir un sonograma necesitamos comprender esta importante limitación: si queremos realizar el análisis de una señal estacionaria, es decir, que tiene las mismas características espectrales a lo largo del tiempo (es como si un clarinete tocase de continuo la misma nota, con la misma intensidad, durante mucho tiempo), nos bastará con realizar la transformada de Fourier de la señal temporal al completo, pero de este modo obtendremos una única función espectral, que será la misma para todo instante de tiempo.

Ahora bien, si queremos analizar un melodía interpretada con rapidez por un violinista, si realizamos la transformación de Fourier de la pieza al completo sólo obtendremos una función promedio de las componentes espectrales de la obra. Necesitamos saber las componentes espectrales que aparecen cuando está sonando cada una de las notas de la melodía, por lo cual necesitaremos recurrir a una técnica de ventaneado. El ventaneado consiste en quedarnos sólo con el intervalo de la función temporal que queramos analizar y hacer cero el resto.

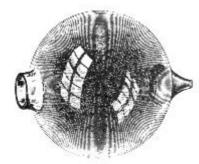
El inconveniente que plantea es que, por las propiedades de la transformada de Fourier, la función que utilicemos como ventana (para dejar pasar la función temporal los instantes que nos interesan y bloquearla para el resto) va a introducir una distorsión en la función espectral resultante, en términos de la integral de convolución de lo que desearíamos obtener con la transformada de Fourier de la función ventana. Es decir, según ganamos resolución temporal, producimos una incertidumbre espectral que nos impedirá distinguir las componentes armónicas de la función temporal sometida a estudio.

A las funciones que tienen una localización conjunta en tiempo-frecuencia mínima se les da el nombre de *funciones de Gabor*. Se construyen desplazando en tiempo y frecuencia una función concentrada en el origen (*átomo de Gabor*). La función más concentrada en el origen resulta ser la gaussiana, pues el la única función que tiene por transformada de Fourier a sí misma. Recordamos que por las propiedades de la transformada de Fourier, desplazar en frecuencia una de estas funciones implica modular la correspondiente función temporal por una función armónica, de frecuencia proporcional al desplazamiento frecuencial.

Para desentrañar el contenido de información tiempo-frecuencia, Gabor propuso descomponer las señales en esas formas de onda atómicas elementales. Demostró la importancia del procesado de señal localizado en tiempo-frecuencia mostrando que tales descomposiciones están íntimamente relacionadas con nuestras sensibilidad a los sonidos, y que exhiben importantes estructuras en las grabaciones de voz y música.

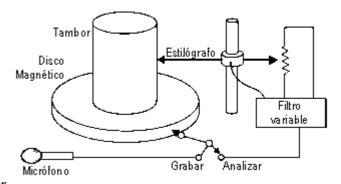
#### Construcción de sonogramas

Suelen representarse como una imagen en la que el tono de gris nos indica los átomos de Gabor en que se descompone la señal.



El primer intento de realizar sonogramas fue realizado por Helmholtz, quién disponía de una gran colección de resonadores acústicos sintonizados en las diferentes bandas de frecuencias, que le permitieron discriminar con precisión las componentes espectrales de los diferentes sonidos musicales. Puesto que necesitaban una gran ganancia, dichos resonadores tenían una gran persistencia (seguían resonando un tiempo después de que desapareciese la excitación), por lo que sólo resultaba posible el análisis de sonidos estacionarios.

Conservando el mismo esquema de funcionamiento, en los años cuarenta en los laboratorios Bell fue construido el modelo de sonógrafo de la figura. Un estilógrafo trazaba sobre un tambor gráficas correspondientes a la respuesta de una grabación a un filtro pasabanda de banda muy estrecha. Según el estilógrafo se mueve lentamente de arriba a abajo del tambor, la frecuencia central del filtro pasabanda va cambiando con la posición. Cada vuelta del tambor



corresponde a una reproducción de la grabación sonora a analizar. La elección del ancho de banda del filtro nos determinará si deseamos orientar la precisión del filtro hacia el tiempo o la frecuencia. Sin embargo, si queremos obtener la reconstrucción de la señal en términos de átomos de Gabor será requisito imprescindible que la característica de los filtros se aproxime a una Gaussiana, y que el ancho de banda sea función de la frecuencia en la que esté centrado el filtro.

## Programa Matlab para generar espectrogramas

Utilizaremos la transformación de Fourier ventaneada. La idea fundamental es que se elige una función breve lo más regular posible, que llamaremos ventana. Desplazando esta ventana en el tiempo y en frecuencia obtenemos una conjunto de funciones que corresponden a una posición dada en el plano tiempo-frecuencia (rectángulos de Heissenberg), y por tanto pueden representarse en el sonograma. Para el cálculo de los coeficientes recurrimos a la técnica que da nombre a esta transformada. Multiplicamos la señal por la ventana y le realizamos la transformada de Fourier, que resulta ser una columna del sonograma. Entonces desplazamos la ventana y repetimos el procedimiento, obteniendo una columna al lado de la anterior. La elección de la ventana es muy importante, tanto en su tamaño (debe estar acorde a la banda de frecuencias de interés) como en el tipo de función (elegimos una gaussiana).

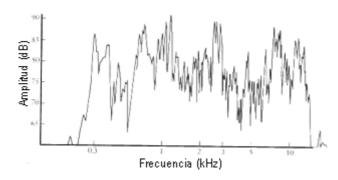
```
f=f';
M=2^15;
                         %Numero de muestras de la ventana
N=M/2-1;
x=[-(N+1):1:N]./(N+1);
w = \exp(-13*x.^2);
                         %Generacion de la ventana Gaussiana
for k=1:(length(f)-length(w))/(M/16)
s(:,k) = fftshift(fft(f([1:length(w)]+k*(M/16)-1).*w))';
ab = [0, length(s(1,:))]/44100*2048;
                                        %Vector de abscisas
or = [-22050:22050];
                                        %Vector de ordenadas
image(ab,or,abs(s)*2)
colormap(1-gray);
axis([0,max(ab),-8000,0])
```

Hay una sonograma obtenido con este programa en el apartado dedicado al análisis de la armonía música: "Sonograma de piano tocando la serie de armónicos"

Por último recordamos que un buen sonograma se basa en la descomposición de la señal en átomos de Gabor. En esencia este análisis sólo se diferencia del análisis con Fourier ventaneado en el hecho de que las ventanas temporales no son de tamaño fijo, sino que su tamaño depende de la componente frecuencial que estén analizando. Así logramos disminuir la incertidumbre temporal en las componentes de más alta frecuencia, pero no podemos utilizar la transformada de Fourier para obtener los coeficientes, sino que es necesario recurrir a herramientas más sofisticadas como son las wavelets analíticas.

Vibrato y modulaciones en frecuencia/amplitud

El principio de incertidumbre tiene una importantes implicaciones de cara a la afinación en la interpretación musical. No importa cuán bien afinada esté una nota si esta suena durante un periodo de tiempo muy breve, pues la corta duración de la nota nos introduce una dispersión o incertidumbre en la frecuencia.



Es habitual en los intérpretes de violín hacer uso del *vibrato*, esta técnica consiste en modular la frecuencia del sonido a un ritmo de 7 Hz. Dado que la respuesta en frecuencia de la caja del violín es muy áspera y puntiaguda [ver gráfico], a la modulación en frecuencia que realiza el intérprete hay que añadir la aparición de una intensa modulación debida al ascenso y descenso de las crestas de se respuesta en frecuencia. El efecto que estas modulaciones ejercen sobre el espectro de la

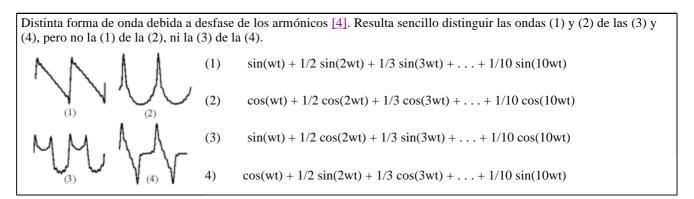
nota que suena es la aparición de una dispersión, del orden de la frecuencia a la que se ejecuta el vibrato, alrededor de cada armónico del sonido del violín. De esta manera el violinista consigue disimular pequeñas desviaciones en la afinación, y además proporciona al sonido una gran sensación de calidez.

Respuesta en frecuencia de un sistema amplificador y conservación de la forma de onda

Llegados a este punto nos encontramos ante una situación relativamente paradójica que de nuevo enfrenta la periodicidad con la distribución armónica de un sonido. Dos sonidos pueden tener los mismos parciales, con la misma amplitud y sin embargo tener una forma de onda muy diferente. Esto es debido a que unos parciales están desfasados respecto a otros.

La forma de onda afecta al timbre, además, si las diferentes formas de onda atraviesan un sistema con

distorsión, aparecerían mayores diferencias.



Para que un amplificador conserve la forma de onda debe tener una respuesta de fase lineal. Si la respuesta en fase no es constante, aunque sí lineal, se producirá una variación de las distancias entre armónicos, pero la forma de onda se conservará.

[Volver al índice]

## 5.- Teoría de la música / Armonía

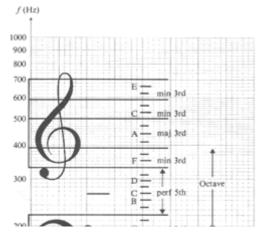
Definición de armonía según John R. Pierce: "La armonía la constituyen las notas que suenan simultáneamente, suave y dulcemente, o las combinaciones de sonidos duros de notas llenos de tensión, que milagrosamente se resuelven en un acorde consonante. También lo son las progresiones de acordes que se utilizan como frases o palabras musicales y la modulación, el paso de una tonalidad a otra, algunas veces rotunda y otras veces ambigua y esquiva."

Pitágoras sabía que los sonidos producidos por varias cuerdas vibrantes suenan armoniosos cuando sus longitudes mantenían relaciones sencillas de números enteros. Sin embargo no obtuvo explicación completa del fenómeno.

Galileo (1638) de dio cuenta que en las consonancias agradables existe una cierta regularidad en la vibración del aire, debido a que "los pulsos producidos por los dos tonos, al mismo tiempo, deben se conmensurables en número, de forma que no mantengan al tímpano en un estado de tormento perpetuo".

Sin embargo, hasta que en el siglo XIX fueron identificados los diferentes parciales que componen el sonido que no se obtuvo una explicación convincente respecto a la naturaleza de estas consonancias.

Para comprender la armonía producida cuando varias notas suenan simultáneamente, es preciso comprender la naturaleza del sonido de una única nota producida por un instrumento musical —su descomposición en términos de armónicos parciales— aspecto que describimos detalladamente en el apartado dedicado al estudio de la <u>consonancia/disonancia de un sonido</u>.



#### Intervalos musicales

La notación musical occidental, basada en el pentagrama, puede comprenderse como si de un papel milimetrado con el eje de ordenadas (altura del sonido, frecuencia) en escala logarítmica se tratara. La separación entre líneas consecutivas corresponde bien a intervalos de tres semitonos (tercera menor), o de cuatro semitonos (tercera mayor). El eje de abscisas representa el tiempo.

Cada una de las líneas o espacios corresponde a una de las

teclas blancas del piano, mientras que para designar las teclas negras se utilizan alteraciones, a saber: sostenido # (subir un semitono), bemol *b* (bajar un semitono).

Nota: En el sistema de notación anglosajón las notas se llaman así: A B C D E F G

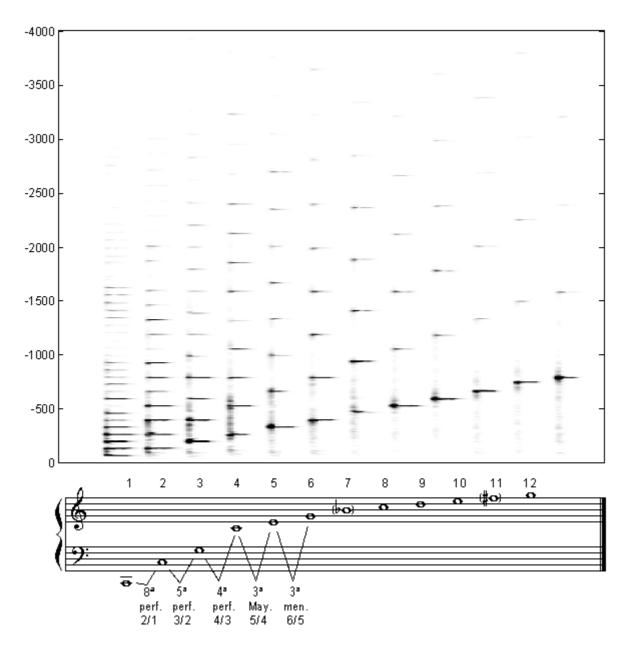
Para construir una armonía se necesita una sucesión de sonidos producidos por un instrumento musical que constituyan la base de las obras musicales que se interpreten con dicho instrumento, a la cual denominaremos *escala musical*.

En las escalas musicales, se asocia una nota musical a cada sonido producido por el instrumento, en función de la altura del sonido. La variable física que determina la nota es la frecuencia fundamental del sonido (distancia entre armónicos). Entenderemos por *intervalo musical*, la distancia que separa dos notas. Los intervalos musicales pueden medirse en términos de la relación de frecuencias de los sonidos, aunque en música reciben nombres propios cuya correspondencia física depende del tipo de escala utilizada.

Tal y como hemos visto en el apartado anterior, por las propiedades espectrales de los sonidos, cierto intervalos resultan más consonantes que otros en virtud de la proximidad entre armónicos aportados por cada una de las notas que suenan simultáneamente.

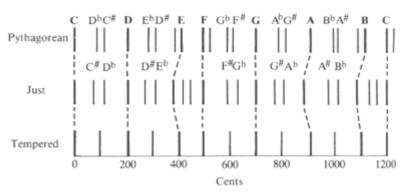
En el siguiente sonograma, analizamos el sonido emitido por un piano que toca las notas más próximas a la serie de armónicos de la nota do1, de frecuencia fundamental 32.703 Hz. Nos fijaremos en las relaciones de proximidad entre los armónicos.

Escuchar serie de armónicos



El intervalo de octava resulta muy consonante por la perfecta coincidencia entre los armónicos. Asimismo, si un sonido es consonante con otro, también lo será con el sonido una octava más alto, pues este no añade ningún armónico capaz de producir disonancia. El intervalo de quinta perfecta también resulta muy consonante pues los armónicos que no coinciden perfectamente, quedan a la distancia más alejada posible, perfectamente intercalados. En menor grado esto también es cierto para los intervalo de cuarta perfecta y tercera mayor y menor. Nos fijamos en estos intervalos exclusivamente, pues como veremos a continuación son los que utilizaremos como punto de partida para la construcción de las diferentes escalas.

¿Qué podemos tomar como punto de partida para la construcción de una buena escala?. La idea esencial es que la escala posea suficientes notas y que los intervalos entre las ellas sean lo más consonantes posibles, pues al fin y al cabo las notas de la escala constituyen los ladrillos con los que se construirá a música a interpretar. En función de a qué intervalos demos



mayor prioridad, surgen muchas maneras de construir escalas. Vamos a estudiar las *escalas justa*, *pitagórica* y *de igual temperamento*.

La **escala de entonación justa** (diatónica justa) nace a partir de la tríada mayor, un grupo de tres notas que suenan particularmente armoniosas (p.ej. *do-mi-sol*). El intervalo entre do-mi es una tercera mayor, entre mi-sol una menor y entre do-sol una quinta perfecta. La tríada es lo más consonante posible se denomina *tríada mayor* y posee relaciones de frecuencias son 4:5:6.

En la escala justa hay tres tríadas mayores, que se denominan acordes de tónica, de subdominante y de dominante (I, IV y V grado). Están construidas partiendo de las primera, cuarta y quinta notas de la escala respectivamente.

Para construir la escala justa seguimos el siguiente procedimiento: Fijamos primero las notas del acorde de tónica (do-mi-sol). Partimos de do1 normalizado a 1, entonces mi1=5/4 y sol1=6/4=3/2. Ahora procedemos con las notas del acorde de dominante (sol-si-re), por tanto, si1=3/2\*5/4=15/8 y re2=3/2\*3/2 = 9/4, trasponemos este re2 una octava a re1=9/8. Ahora tomamos el acorde de subdominante (fa-fa-fa), bajamos desde fa0, a fa1=fa1=fa2/fa3, y a fa1=fa2/fa3.

Desarrollamos las relaciones de la escala justa de do mayor, observándose tres diferentes relaciones entre notas sucesivas.

d	o re	e 1	mi fa	ı .	sol 1	a	si do	
	1 9/	8 5	5/4 4/3	3 3	3/2 5/	/3 1	5/8 2	
	9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15	
	Tono	Tono		Tono	Tono	Tono		
	entero	entero	Semitono	entero	entero	entero	Semitono	
	mayor	menor		mayor	menor	mayor		

Aparte de las tres tríadas mayores, la escala justa tiene dos tríadas con las relaciones 10:12:15, que se denominan tríadas menores. Al igual que las tríadas mayores, también poseen un intervalo de tercera menor y uno de tercera mayor, pero cambiados de orden. Es decir, el intervalo más grave (10/12=6/5) es una tercera menor, y el intervalo más agudo (15/12=5/4) es una tercera mayor.

## Problemas de la escala justa

Las quintas en la escala justa no son todas iguales: son perfectas (3/2) todas menos una (re-la). Una de las cuartas tampoco es perfecta (la-re). tas son perfectas, la-re no lo es. Si añadimos alteraciones (sostenidos y bemoles), encontramos el problema de que si requerimos que mi-sol# sea una tercera mayor, entonces G# = 5/4\*5/4 = 25/16, pero si requerimos que lab-do sea una tercera mayor, entonces lab=2/(5/4)=8/5. Es decir, lab es un poco más aguda que sol#. Sin embargo, en el piano para sol# y lab hay una única tecla; son las llamadas notas enarmónicas.

La construcción de instrumentos afinados en la escala justa no es muy práctica porque requeriría complicados teclados para las enarmonías mencionadas anteriormente y haría falta volver a afinar el instrumento completamente cada vez que se desease cambiar de tonalidad.

La **escala pitagórica** se basa en la creación del mayor número posible de cuartas y quintas perfectas. Para conseguirlo, sacrificamos la afinación terceras mayores y menores, así como las sextas, respecto la entonación justa.

- Una octava es una cuarta más una quinta (4/3\*3/2=2), por tanto, subir una cuarta es lo mismo que basar una quinta y viceversa.
- Todas las notas de la escala (incluidos sostenidos y bemoles), pueden alcanzarse subiendo o bajando 12 quintas o doce cuartas sucesivamente.

Para construir la escala pitagórica vamos ascendiendo en intervalos de quintas justas (do1-sol1-re2-la2-mi3-si3; luego traspondremos las notas a la octava apropiada), si continuamos el proceso obtenemos los sostenidos y ascendiendo cuartas justas, obtendríamos los bemoles. La escala pentatónica surge naturalmente mediante es procedimiento constructivo; basta detener el proceso una vez obtenidas cinco notas.

Sin embargo, si continuamos el procedimiento para obtener los sostenidos y bemoles, encontramos relaciones como las resultante entre *fa#-fa* es 2187/2048=1.068 (la denominaremos *semitono cromático*), que es menor que el *semitono diatónico* (156/143=1.053) que aparece entre notas sin alteraciones.

Si continuamos el proceso 12 veces intentando llegar a la misma nota de partida y así cerrar el círculo después de obtener todas las posibles notas alcanzamos la relación 3/2^12=129.7, próxima a siete octavas, pero con un error acumulado que nos aparta de nuestro objetivo, las siete octavas 2^7=128. Este intervalo resultante, que nos aparta de nuestro objetivo se denomina *coma pitagórica*, y es igual al intervalo que separa un semitono cromático de un semitono diatónico, el intervalo que separa notas enarmónicas.

Desarrollamos las relaciones de la escala pitagórica de do mayor, la cual tiene una única relación de tono, pero dos de semitono.

La principal ventaja de la escala pitagórica es el que las cuartas y las quintas son siempre prefectas. Sin embargo, las terceras tienen una afinación muy pobre. La relación por la cual las tercera mayores exceden y las terceras menores quedan por debajo de las terceras justas, es 1.0125, denominado *coma sintónico*.

También resulta interesante saber que muchos cantantes y violinistas tienden en favor de la entonación pitagórica en sus interpretaciones, lo que ratifica la importancia de las quintas y cuartas en la música.

Las **afinaciones temperadas** parten de la escala pitagórica, con la idea de alterar algunas notas en fracciones de *coma sintónico* antes mencionado, con el fin de acondicionar un poco las terceras, que suenan desafinadas.

La escala de temperamento de tono medio de cuarto de coma sube o baja varias notas en fracciones 1/4, 1/2, 3/4 o 5/4 del coma sintónico (el valor por el cual las terceras mayores y menores difieren de sus valores justos correspondientes). Sin embargo, entendemos que no se trata más que de una aproximación a la afinación más ampliamente utilizada en los instrumentos musicales:

La **escala de igual temperamento**, habitualmente denominada escala temperada se basa en que todos los semitonos sean idénticos (lo que implica también tonos idénticos). Una octava está formada por doce semitonos, o bien cinco tonos y dos semitonos. La relación del semitono de igual temperamento es igual a  $2^{(1/12)} = 1.05946$ .

El tono corresponde a 1.05946^2=1.12246. La quinta es 1.498 y la cuarta es 1.335, ambas muy próximas a los intervalos perfectos 1.500 y 1.333. La tercera mayor es 1.260 y la tercera menor 1.189, no están demasiado próximas a los intervalos justos 1.250 y 1.200, pero tampoco están tan desafinados como las terceras de la escala pitagórica.

En lugar de trabajar con relaciones de frecuencias, es habitual comparar las notas utilizando cents. Un *cent* es 1/100 de un semitono de igual temperamento. Por tanto, una octava son 1200 cents, una quinta temperada 700 cents, una cuarta temperada 600 cents, y así sucesivamente. Un cent corresponde a la relación  $2^{(1/1200)}=1.000578$ .

La principal ventaja de la escala de igual temperamento reside en que todas las notas enarmónicas poseen la misma afinación (imprescindible para la construcción de los instrumentos musicales), y que no es necesaria ninguna afinación para interpretar obras en diferentes tonalidades.

Tabla comparativa de los principales intervalos en las escalas temperada, justa y pitagórica:

Temperada	Justa	Pitagórica

Intervalo	Relación	Cents	Relación	Cents	Relación	Cents
Octava	2.000	1200	2/1 = 2.000	1200	2.000	1200
Quinta	1.498	700	3/2 = 1.500	702	1.500	702
Cuarta	1.335	500	4/3 = 1.333	198	1.333	498
Tercera mayor	1.260	400	5/4 = 1.250	386	1.265	408
Tercera menor	1.189	300	6/5 = 1.200	316	1.184	294
Sexta mayor	1.682	900	5/3 = 1.667	884	1.687	906
Sexta menor	1.587	800	8/5 = 1.600	814	1.580	792

[Volver al índice]

# Referencias

- [1] TASAKI, I. (1954). Nerve Impulses in Individual Auditory Nerve Fibres. J. Neurophysiology 17:97
- [2] ERICKSON, R. (1975). Sound Structure in Music. Berkeley: University of California (capitulo 2)
- [3] PLOMP, R., y W. J. M. LEVELT (1965). Tonal Consonance and Critical Bandwidth. J. Acoust. Soc. Am. 38:548
- [4] PLOMP, R., Y H. J. M. STEENEKEN (1969). Effect of Phase on the Timbre of Complex Tones. J. Acoust. Soc. Am. 46:409

[Volver al índice]

# Bibliografía

- ROSSING, Thomas D. *The Science of Sound*, 2<sup>a</sup> ed. Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- PIERCE, John R. Los sonidos de la música, 1ª ed. Scientific Ameican Books, 1985.
- HELMHOLTZ, H. L. F. von (1877). *On the Sensations of Tone as a Physiological Basis for the Theory of Music*, 4th ed. Trans., A. Mendel. New York: Associated Music Publishers, 1945.
- BÉKÉSY, Georg von, Experiments in Hearing, 1960

[Volver al índice]